

数学科（数学Ⅱ）学習指導案

日 時 令和〇年〇月〇日（〇）
 第3校時 11:20～12:00
 対 象 第3学年 6名
 学校名 高等学校
 授業者 〇〇 〇〇
 会 場 ホール

1 単元名 指数関数・対数関数（「新数学Ⅱ」実教出版）

2 単元の目標

指数関数及び対数関数について理解し、それらを事象の考察に活用することができるようにする。

3 単元の評価規準

| ア 関心・意欲・態度 | イ 数学的な見方や考え方 | ウ 数学的な技能 | エ 知識・理解 |
|--|--|--|---|
| ①指数を、自然数から整数や有理数に拡張する過程に関心を持ち、指数を具体的な事象に活用しようとする。 ②指数関数のグラフに関心を持ち、その性質を調べようとする。 ③指数と対数の関係に関心を持ち、対数の基本性質を調べようとする。 ④対数のグラフに関心を持ち、その性質や指数関数のグラフとの位置関係を調べようとする。 | ①指数を、自然数から整数や有理数に拡張する必要性と意味を認識し、指数法則や指数関数の特徴を理解することができる。 ② $a^y = x$ を $y = \log_a x$ と表現する意味を認識し、対数の性質や対数関数の特徴を理解することができる。 | ①拡張された指数の意味や指数法則を用いて、指数計算ができる。 ②指数関数のグラフの増加・減少の特徴を適切に活用することができる。 ③対数を含む方程式・不等式を解くことができる。 ④常用対数を活用して、桁数などを求めることができる。 | ①有理数まで拡張された指数の意味を理解し、指数法則を身に付けている。 ②対数の性質や底の変換公式の活用方法を理解している。 ③大きな数の桁数を調べるなど常用対数を活用する考え方を身に付けている。 |

4 指導観

(1) 単元観

本単元は、高等学校学習指導要領（平成21年3月告示）数学 第2数学Ⅱ 2内容、

(3) 指数関数・対数関数

指数関数及び対数関数について理解し、それらを事象の考察に活用できるようにする。

ア 指数関数

(ア) 指数の拡張

指数を正の整数から有理数へ拡張する意義を理解すること。

(イ) 指数関数とそのグラフ

指数関数とそのグラフの特徴について理解し、それらを事象の考察に活用すること。

イ 対数関数

(ア) 対数

対数の意味とその基本的な性質について理解し、簡単な対数の計算をすること。

(イ) 対数関数とそのグラフ

対数関数とそのグラフの特徴について理解し、それらを事象の考察に活用すること。

を受けて設定した。

この単元を通して育てたい数学の力は、以下の2点である。

ア 指数関数及び対数関数について理解し、簡単な計算ができるようにする。

イ 指数関数及び対数関数のグラフを描き、事象の考察に活用できるようにする。

(2) 生徒観

前向きに学び直しに取り組む生徒が多く、授業中または授業後に質問をする光景がよく見られる。本クラスは必修選択で数学Ⅱを選択した6名を対象に授業を行っている。理系の大学やコンピュータの専門学校に進学する生徒もおり、数学をより発展的な内容まで学びたいという強い意欲をもって本講座を選択している。また、本校カリキュラムでは設置されていない数学Bも放課後に補習形式で学習しており、6名中3名が参加している。

本単元の既習の学習内容で、本クラスの5名（1名は欠席）にレディネステストを実施した。以下はその問題と結果である。

| 問題の意図 | 設問と正答 | 正答率（得点） |
|--------------------|--|--|
| 文章から式を組み立てることができる。 | 1枚あたりの厚さが2mmのコインを、1枚、2枚、4枚、8枚、…、と倍々に積み上げていく。 x 番目のコインタワーの高さを y mmとして、 y を x の式で表せ。 正答 $y = 2^x$ | 60%（3/5人） |
| 指数を含む方程式を解くことができる。 | 次の方程式を解け。 (1) $3^x = 27$ 正答 $x = 3$ (2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{16}$ 正答 $x = 4$ | (1)80%（4/5人） (2)80%（4/5人） (1.6点/2点) |
| 指数を含む不等式を解くことができる。 | 次の不等式を解け。 (1) $2^x > 32$ 正答 $x > 5$ (2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{8}$ 正答 $x > 3$ | (1)60%（3/5人） (2)0%（0/5人） (0.3点/2点) 誤答例 (2) $x < 3$ |

ア レディネステストの結果に対する分析

方程式は8割の生徒が正答しているが、文章題と不等式においては正答率が6割以下で、定着していない様子が見えた。文章から式を組み立てることが苦手な生徒がいることが、今回のテストの結果からも分かった。指数を含む不等式の(2)は、底が1より小さいことにより大小関係が逆転することを忘れていた生徒がほとんどで、正答率は0%であった。この箇所について丁寧に指導していきたい。

イ レディネステストの結果に対する対策

文章から式を組み立てることが難しい生徒がいるため、机間指導を行い、一つ一つの情報を整理しながら一緒に考えていく。不等式は、もう一度振り返りを行い、解法の定着を図る。

(3) 教材観

中学校数学や数学Ⅰにおいて、関数の概念について理解を深めている。このことを踏まえて、本単元では指数関数及び対数関数の特徴を捉えるとともに、関数についての理解を深め、具体的な事象の考察へとつなげる。複利法や地震のマグニチュードなど、指数関数や対数関数に関連する事象は身の回りにたくさん存在している。それらの具体的な事象を例に挙げることで、指数関数及び対数関数の有用性を実感させる。

また、とくに指数に関してはさまざまな計算で使われていて、工業科や理科の授業においても指数の計算を必要とする場面が度々見られる。教科横断という観点でも、しっかりと理解をさせたい単元である。

5 年間指導計画における位置付け

| | 単元名 | 時数 |
|------|-----------------|-------|
| 第1学期 | 方程式・式と証明 | 48 時間 |
| | 図形と方程式 | 14 時間 |
| 第2学期 | 指数関数・対数関数 (本単元) | 16 時間 |
| | 微分法と積分法 | 48 時間 |
| 第3学期 | 三角関数 | 14 時間 |

6 単元の指導計画と評価計画 (全 16 時間)

| | 目標 | 学習内容・学習活動 | 評価規準 (評価方法) |
|-----|---------------------------------------|--|------------------|
| 第1時 | 指数法則について理解し、0や負の整数の指数についても計算することができる。 | 指数の意味や指数法則について復習し、基本的な計算を行う。また、指数を0や負の整数まで拡張し、簡単な計算問題の演習を行う。 | ア-① (行動観察、発言の分析) |

| | | | |
|-----|--------------------------------------|---|---------------------|
| 第2時 | 累乗根の考え方を理解し、累乗根で表された式の値を求めることができる。 | 整数まで拡張した指数において、指数法則を用いて基本的な計算問題を扱う。また、累乗根の意味を説明し、累乗根で表された式の値を求める。 | イー①(行動観察、ノート記述の分析) |
| 第3時 | 累乗根の乗法・除法を、指数法則の考え方をを用いて考察することができる。 | 累乗根の性質を紹介し、なぜそうなるのかを指数法則をもとに示す。また、簡単な計算問題を演習として扱う。 | ウー①(行動観察、発言の分析) |
| 第4時 | 有理数まで拡張された指数の意味を理解し、指数法則を活用することができる。 | 指数が有理数まで拡張されたとしても指数法則は活用できることを、累乗根の考え方をもとに確認する。また、簡単な計算問題を演習として扱う。 | エー①(ノート記述の分析) |
| 第5時 | 指数関数のグラフの特徴を捉え、グラフを描くことができる。 | 関数 $y = 2^x$ のグラフを描き、指数関数のグラフの特徴について説明する。また、底の値によってグラフがどのように変化するかを確認する。 | アー②(行動観察、ワークシートの分析) |
| 第6時 | 指数関数の性質を理解し、活用することができる。 | グラフの形状をもとに、指数関数の性質を説明する。指数関数の性質を用いて、指数を用いて表された数の大小関係を比較する問題を扱う。 | ウー②(行動観察、発言の分析) |
| 第7時 | 指数関数の性質を利用して、指数を含む方程式や不等式を解くことができる。 | 指数関数の性質を利用して、方程式や不等式の解法を確認する。また、不等式においては底の値によって大小関係が変わることを注意する。 | ウー②(行動観察、ノート記述の分析) |
| 第8時 | 対数の意味や指数との関係を理解し、簡単な対数の値を求めることができる。 | 対数の意味を、指数との関係で説明する。また、対数の定義を確認し、簡単な対数の値を求める問題を扱う。 | アー③(行動観察、発言の分析) |
| 第9時 | 対数の性質を理解し、対数の和や差を求めることができる。 | 対数の性質を、証明を交えながら確認する。また、対数の性質を用いて、対数の和や差を求める問題を演習として扱う。 | イー②(行動観察、ノート記述の分析) |

| | | | |
|----------------|---|--|----------------------|
| 第 10 時 | 底の変換公式を理解し、問題の考察に活用することができる。 | 底の変換公式を説明し、証明を行う。また、簡単な計算問題を演習として扱う。 | エー② (行動観察、ノート記述の分析) |
| 第 11 時 | 対数関数のグラフの特徴を捉え、グラフを描くことができる。 | 対数関数のグラフの特徴を確認し、グラフを描く演習を行う。また、指数関数のグラフと比較して、関係を確認する。 | アー④ (行動観察、ワークシートの分析) |
| 第 12 時 | 対数関数の性質を理解し、活用することができる。 | グラフの形状をもとに、対数関数の性質を説明する。対数関数の性質を用いて、対数を用いて表された数の大小関係を比較する問題を扱う。 | イー② (行動観察、発言の分析) |
| 第 13 時 | 対数関数の性質を利用して、対数を含む方程式や不等式を解くことができる。 | 対数関数の性質を振り返り、方程式や不等式の解法に活用する。ここでは、真数が正であることに注意する。 | ウー③ (行動観察、ノート記述の分析) |
| 第 14 時 | 常用対数の考え方をを用いて、大きな数の桁数を求めることができる。 | 常用対数の意味を説明し、常用対数表を紹介する。また、常用対数表を用いて常用対数の値を求める問題や、大きな数の桁数を求める問題を解説する。 | ウー④ (行動観察、ノート記述の分析) |
| 第 15 時 (本時) | 指数や指数関数の特徴について理解し、具体的な事象の考察に活用することができる。 | 日常生活の中にある、指数と関連した身近な問題を取り上げ、事象の考察を行う。 | アー① (行動観察、ワークシートの分析) |
| 第 16 時 | 対数や対数関数の特徴について理解し、具体的な事象の考察に活用することができる。 | 日常生活の中にある、対数と関連した身近な問題を取り上げ、事象の考察を行う。 | エー③ (行動観察、ワークシートの分析) |

7 指導に当たって

班テーマ「数学を用いて実生活の課題を解決する授業づくり」に即して、身近な課題としてバクテリアの繁殖の問題を扱い、数学の有用性を実感させる。導入時にバクテリアの増え方について紹介し、「指数関数的に増加する。」ということの意味を確認する。問題を解く時間を確保するために ICT 機器やワークシートを活用する。ワークシートは授業終了後に回収して添削を行う。

本時の目標や既習事項の確認をする際に、黒板に貼ることができる A 3 版のホワイトボードを活用して、演習時間の確保を図る。

8 本時（全 16 時間中の第 15 時）

(1) 本時の目標

指数や指数関数の特徴について理解し、具体的な事象の考察に活用することができる。

(2) 本時の展開

| 時間 | ○学習内容 ・ 学習活動 | 指導上の留意点・配慮事項 | 評価規準（評価方法） |
|-----------|---|---|------------|
| 導入 5分 | <ul style="list-style-type: none"> ・ 始業の挨拶を行う。 ・ 本時の目標を提示する。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ ホワイトボードを活用し、時間短縮を図る。 | |
| | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>本時の目標</p> <p>指数や指数関数の特徴について理解し、具体的な事象の考察に活用することができる。</p> </div> | | |
| | <ul style="list-style-type: none"> ○ バクテリアの増え方について紹介する。 T 1 : この「指数関数的に増加する。」という言葉は、どのような意味でしょうか。 S 1 : 急に増える。 S 2 : 指数関数のグラフのような増え方。 S 3 : 分からない。 T 2 : 底の値にもよりますが、急に数が増える印象がありますね。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ ICT 機器を用いて紹介する。 ・ 「指数関数的に増加する。」という言葉の意味を確認することで、増え方のイメージをもたせ、本時の課題につなげる。 ・ スライドを用いて視覚的な理解を促す工夫をする。 ・ 底の値によってグラフの変化が異なることに注意する。 | |
| 展開 30分 | <ul style="list-style-type: none"> ・ ワークシートを配布する。 ○ 本時の課題を確認する。 | | |
| | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>熱帯魚やメダカなどを飼育する際に、水槽の水を綺麗にする必要がある。そのためには水槽中にバクテリアが多くいることが望ましい。そこで、以下の問題を、指数関数を用いて考えたい。</p> </div> | | |
| | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>問 1</p> <p>底砂利を敷き詰め、フィルタを設置してバクテリアを繁殖させた。その結果、バクテリアの個体数は 3 時間で 2 倍に増えていった。このとき、x 時間後のバクテリアの個体数を y 個として、y を x の式で表せ。ただし、初めのバクテリアの個体数は 1 とする。</p> </div> | | |
| | <ul style="list-style-type: none"> T 3 : 個人で考えてみましょう。 ・ 課題に取り組む。 S 4 : $y = 2^{\frac{1}{3}x}$ S 5 : $y = 2^x$ S 6 : 分からない。 T 4 : 正解は $y = 2^{\frac{1}{3}x}$ です。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ 個人で考える時間を取り、分からない生徒がいたら生徒間で相談するよう指示する。 ・ 3 時間で 2 倍に増えるため、 | |

| | | |
|---|--|--|
| <p>T 5 : 次の問題です。</p> | <p>指数は$\frac{1}{3}x$となることを注意する。</p> | |
| <p>問 2 問 1 のときに、24 時間後におけるバクテリアの個体数は何個か。</p> | | |
| <p>・問 2 に取り組む。 T 6 : 答えはどのようになりましたか。 S 7 : 256 個です。 T 7 : この数を見て、どう思いますか。 S 8 : 多いです。 T 8 : 急速に増えましたね。次の問題です。</p> | <p>・求めた答えを見た感想を聞き、「指数関数的に増加する。」という言葉の意味を確認する。</p> | |
| <p>問 3 繁殖させるための工夫を行わなかった結果、1 個のバクテリアは 3 時間で 1.2 倍にし か増えなかった。このとき、24 時間後のバクテリアの個体数は何個か。ただし、小数 第 1 位で四捨五入すること。</p> | | |
| <p>・問 3 に取り組む。 T 9 : 答えは求まりましたか。 S 9 : およそ 4 個です。 T 10 : 問 2 の答えと比べてどう感じますか。 S 10 : 全然違います。 S 11 : 驚きました。 T 11 : 底の値が少し変わるだけで、こんなに結果が異なるのは驚きますよね。次が最後の問題です。</p> | <p>・計算が複雑なため、関数電卓を使用してもよいこととする（前時に連絡する）。 ・4.29…となるが、小数第 1 位で四捨五入して整数にする。 ・比較してみることで、指数関数のグラフが底の値によってどのように異なるのかを確認する。</p> | |
| <p>問 4 問 1 の場合において、バクテリアの個体数が 1000 個を超えるのは何時間後か。計算しやすくするために、目標の個体数を 1024 個として、およその時間を不等式によって求めよ。</p> | | |
| <p>・問 4 に取り組む。 T 12 : 答えは求まりましたか。</p> | <p>・計算しやすくするために、1000 に近い 2 の累乗として、1024 という数を用いて</p> | <p>アー① 指数を自然数から、整数や有理数に拡張する過程に関心を持ち、指数</p> |

| | | | |
|-----------|--|---|--|
| | <p>S12: 時間数をxとして不等式を解くと、$x > 30$となりました。</p> <p>T13: およそ30時間でバクテリアの個体数が1000個を超えるということですね。</p> | <p>計算させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 様子を見てヒントを出す。 あくまでも近い値を用いて求めた結果のため、およその時間数であることに注意する。 | <p>を具体的な事象に活用しようとする。(行動観察、ワークシートの分析)</p> <ul style="list-style-type: none"> 自力で解答できる。 教科書を見たり教わったりしながら解答する。 何も書いていない。 |
| まとめ 5分 | <p>T14: 本時のまとめです。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>本時のまとめ</p> <p>指数関数の考え方を活用することで、身の回りの課題を解決することができる。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ワークシートを回収する。 終業の挨拶を行う。 | <ul style="list-style-type: none"> 時間が余ったら、日常生活の中で指数関数が関わっている問題を紹介する。 | |

(3) 板書計画

| | |
|---|--------------|
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>本時の目標</p> </div> | <p>I C T</p> |
|---|--------------|

(4) 授業観察の視点

- ア 生徒は授業の内容を理解したいという気持ちを持ち、粘り強く取り組んでいたか。
- イ 実生活に即した課題を扱うことで、数学の有用性を実感できるような授業となっていたか。
- ウ ワークシートやICT機器などを効果的に活用できていたか。