

## 数学「三平方の定理」

中学校・第3学年

### 【本単元の概要】

「三平方の定理」は、中学校数学の図形分野最後の単元である。第1学年の「平面図形」、「空間図形」、第2学年の「図形の性質の調べ方」、「三角形・四角形」、第3学年の「図形と相似」、「円」を踏まえた学習となる。本単元では、直角三角形の辺の長さを求める基本的な計算方法を身に付けるだけでなく、数学が生活に役立つことなどについて、協働的な学習活動を通して協力して問題解決することのよさや、数学のよさを実感できるようにする。具体的には、「三平方の定理」を生活や他の学習に活用させる場を設定し、協働的な学習活動を取り入れる。協力してよりよい問題解決の方法に気付かせ、定理の有用性を実感させることをねらいとした。

### 1 単元の目標

観察・操作や実験などの活動を通して見いだした「三平方の定理」を理解し、それをを用いて考察することができるようにする。

### 2 単元の評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などに についての知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> <li>「三平方の定理」に関心をもち、直角三角形の性質を調べようとしている。</li> <li>正三角形の高さ、弦の長さ、2点間の距離などが、「三平方の定理」を利用して求められることに関心を高め、定理を活用しようとしている。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>直角三角形の三辺の長さの間に成り立つ関係や、「三平方の定理」を用いて直角三角形のうちの一边の長さを求め、平面図形や空間図形の性質を考えるなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>「三平方の定理」を用いて直角三角形の辺の長さを求めたり、定理を用いて正三角形の高さ、弦の長さ、2点間の距離、直方体の対角線の長さ、正四角錐の高さを求めたりするなど、技能を身に付けている。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>「三平方の定理」の意味とその逆の意味、平面図形や空間図形における「三平方の定理」が用いられる場面の意味などを理解し、知識を身に付けている。</li> </ul>

### 3 単元の指導計画（全14時間）

時	学習活動（協働的な学習活動）	言語活動のポイント
第1次	第1時 ○観察や操作を通して調べ、「三平方の定理」を見いだす。	<ul style="list-style-type: none"> <li>式や記号、用語などを用いて自分の考えや思いを、他の生徒に伝えることを通して、自分の考えを深めさせたり広げさせたりする。</li> </ul>
	第2時 ○「三平方の定理」を使い、二辺の長さが分かっている直角三角形の残りの辺の長さを求める。	
	第3時 ○「三平方の定理」の逆について知り理解する。	
第2次	第4時 本時 ○スロープの勾配が基準に適しているかどうかを考える。 （日常生活や社会で数学を利用する活動）	<p><b>協働的な学習活動のポイント</b></p> <p><b>他者と話し合う必然性のある課題の設定</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>自力解決した問題の正誤や解決方法について、よりよい考えを見いだす。</li> </ul> <p><b>コミュニケーションを深めるための個に応じた指導</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>論理的な説明を苦手とする生徒に、内容が分かりやすく、考えをもてるようなワークシートを用意する。解き方の手順を示し、論理的な説明につながるような構成を心掛ける。</li> </ul> <p><b>互いの考えを知るための工夫</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ICTを活用し、他者はどのように図形を操作したのかなど、互いの考え方の根拠を共有できるようにする。</li> </ul> <p><b>自己評価を生かした指導と評価の一体化</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>協働的な学習活動での達成度を自己評価させるとともに、教師による評価も行う。自己評価は振り返りと一体化させ「生徒の問いや理解がどう変化するか」が確認できる内容とする。また、この自己評価を通して「学び方を学ぶ」手だてとする。</li> </ul>
	第5時 ○直角三角形を見付け、正三角形の高さと面積を求める公式を導く。	
	第6時 ○正三角形の高さと面積を求める公式をさせるようにする。	
	第7時 ○特別な直角三角形の三辺の長さの比について、なぜそうなるのかを考え、理解し、使えるようにする。	
	第8時 ○円の弦の長さや接線の長さを求める。	
	第9時 ○座標平面上の2点間の距離を求める。	
	第10時 ○「三平方の定理」を利用して、数直線上の無理数を表す点の位置を求める方法を考える。	
	第11時 ○直方体の対角線について知り長さを求める。	
	第12時 ○正四角錐の高さ・表面積を求める。	
	第13時 ○基本の確かめ問題	
	第14時 ○章末問題	

4 本時の学習（第4時）

(1) 特に重点を置いた言語活動のポイント

・話し合いを活発に行わせるためには、「自分の考えをもつ」段階で、個々の生徒に自分の考えをしっかりともたせることが大切である。そこで、論理的な説明が苦手な生徒でも、自力解決のときに、自分の考えをもてるような構成のワークシート（解き方の手順を示し、論理的な説明につながるような構成にしたもの）に取り組む活動を設定する。

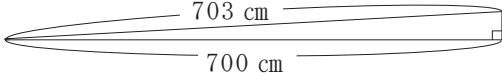
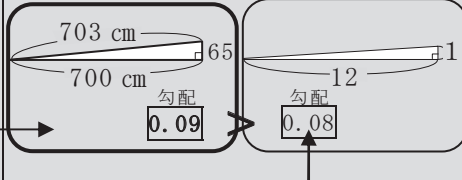
(2) 特に重点を置いた協働的な学習活動のポイント

□ 他者と話し合う必然性のある課題の設定  
グループの話し合いを、自力解決後と全体での話し合い後の2回設定する。自力解決後には、自分の考えの妥当性を話し合わせる。解決に至らなかった生徒には、全体での話し合い後に、もう一度グループの話し合いを行わせることで、誤答に対してなぜ間違ったのかを追究させることができる。

(3) ねらい

スロープの図から直角三角形を見だし、既習の「三平方の定理」を活用して課題解決することができる。

(4) 本時の展開

学習過程	学習活動	指導のポイント
課題を把握する	1 本時の課題を把握する。 <b>図のようなスロープは、バリアフリー法の基準を満たしているか考えよう</b> 「バリアフリー法」ではスロープの勾配を屋内では1/12以下にすることとされている。 	
自分の考えをもつ	2 自力解決する。(ワークシートに記入する。) ・勾配 = 垂直距離 ÷ 水平距離	
協働的な学習活動グループ ↓ 全体	3 グループで話し合う。【協働的な学習活動】 ・4～5人のグループを作る。(机配置を变形) ・それぞれ、自分の考え方を説明する。 $C1: 703^2 - 700^2 = x^2$ $x^2 = 494209 - 490000$ $x^2 = 4209$ $x = 64.8768\dots\dots$ よって $x \approx 65$ このスロープの勾配 $65 \text{ (垂直距離)} \div 700 \text{ (水平距離)} \approx 0.09$ バリアフリー法が基準とする勾配 $1 \text{ (垂直距離)} \div 12 \text{ (水平距離)} \approx 0.08$ 	◆自力解決では求めることができなかった生徒は、他者からヒントが得られるようにする。
自分の考えを再構築する	4 課題についてまとめる。 このスロープの勾配 (0.09) は、「バリアフリー法」が基準とする勾配 (0.08) より大きい。だから、基準を満たしていない。	◆他者との話し合いを受けて、もう一度自分の考えを見直させ、ワークシートに「話し合いをして分かったこと」をまとめさせる。
協働的な学習活動グループ	5 適用問題を解く。	
自己の変容などを振り返る	6 話し合いについて自己評価を行い、振り返る。	◆協働的な学習活動の評価項目 (自己評価カード) に記述させる。

検証の成果と課題

◆成果◆

- ・自力解決で自分の考えをもつことができなかった生徒にとって、話し合いはとても有効であった。
- ・受動的な授業ではなく、生徒が主体的に参加する授業となった。

【生徒の反応】

・最初一人で考えたときは分からないことが多くて大変だったけれど、グループの話し合いで分かったことがたくさんあった。友達と意見を交換する中で、答えをよりよいものに近づけることができた。

◆課題◆

- ・グループの人数を工夫する必要がある。6名のグループ（第1時）と4～5名のグループ（第4時）では、後者の方が活発に話し合う傾向が見られた。  
生徒の自己評価が段階に応じて上がった…13.5% 教師の評価が上がった…59.4%  
教師の評価も生徒の自己評価も上がった… 8.1% 教師の評価と生徒の自己評価が一致した…21.6%  
生徒の協働的な学習活動への意識が高く、第1時から自己評価で高評価（5や4）を付ける生徒が多かったため、第4時での伸びは少なかった。