

中 学 校

平 成 5 年 度

教 育 研 究 員 研 究 報 告 書

数 学

東 京 都 教 育 委 員 会

平成 5 年 度
教育研究員名簿（教学）

班	区市町村名	学 校 名	氏 名
1 班	世 田 谷 杉 並 北 板 橋 八 王 子 八 王 子	烏 山 中 学 校 杉 森 中 学 校 岩 淵 中 学 校 加 賀 中 学 校 第 七 中 学 校 檜 原 中 学 校	○渡 辺 曉 雨 宮 敏 彦 山 口 久 憲 宮 城 正 山 口 宗 孝 北 山 哲 也
2 班	墨 田 葛 飾 府 中 国 分 寺 三 宅	両 国 中 学 校 水 元 中 学 校 府 中 第 五 中 学 校 第 五 中 学 校 三 宅 中 学 校	◎服 部 進 尾 科 正 幸 ○五十嵐 真 高 橋 毅 今 泉 治 夫
3 班	品 川 大 田 足 立 江 戸 川 東 村 山 瑞 穂	荏 原 第 六 中 学 校 大 森 第 十 中 学 校 谷 中 中 学 校 南 葛 西 中 学 校 東 村 山 第 二 中 学 校 瑞 穂 第 二 中 学 校	我 妻 利 治 朗 浅 尾 博 之 ○山 本 惠 悟 三 田 哲 也 伊 藤 信 一 中 島 良 治

◎世話人 ○班 長

担当 教育庁指導部中学校教育指導課 杉 崎 洋 一 郎

共通テーマ「個性を生かす指導法の工夫」

I 個を生かす課題学習の工夫（1班）

1	主題設定の理由	2
2	研究のねらい	2
3	研究の内容 (1) 課題学習について	3
	(2) 指導案	3
4	まとめ (1) 生徒の変容	7
	(2) 本課題の発展性	7
5	今後の課題	8

II コンピュータを効果的に用いた授業の工夫（2班）

1	主題設定の理由	9
2	研究のねらいとその経過	9
3	研究の内容 (1) コンピュータ利用が効果的と考えられる単元についての検討	10
	(2) 「図形ランチボックス」に決定した理由	10
	(3) 授業実践	10
	(4) 授業の考察	14
4	まとめ	15
5	今後の課題	15

III 直観的思考力と論理的思考力の相補作用を重視した指導法の工夫（3班）

—— 直観的思考力に重点をおいて ——

1	主題設定の理由	16
2	研究のねらいと方法	16
3	研究の内容 (1) 直観的思考力について	17
	(2) 直観的思考力と論理的思考力の関係について	17
	(3) 直観的思考力の役割	17
	(4) 直観的思考力を育成する方法	18
	(5) 指導案	19
	(6) 考察	22
4	今後の課題	24

I 個を生かす課題学習の工夫

1 主題設定の理由

生徒には、本来「知識欲」がある。新たな思考は、生徒にとっては大きな自信となり、次の学習意欲へとつながる。また、体験を通じた学習はより一層「知識欲」を育てると共に、応用力を養い、生徒の活躍の場を広げる。

「知識欲」を育てるために教師は、生徒一人一人の発想や考え方に着目し、個に応じた指導を推進していく必要がある。

数学は、受験教科であるため、他教科に比べ、生徒の学習時間はかなり多くなっている。しかし、成績を上げることや受験の準備をすることにとらわれ過ぎ、数学の良さ、美しさを味わうことができない現状がある。また、与えられた課題の答を出すことを急ぐあまり答に至るまでの過程を疎かにする傾向も見逃せない実態である。

このような現状の改善に大いに役立つのが、課題学習であると考え。この学習方法により生徒は、自分のペースで今までの知識を整理し、思考力を高めることができる。生徒一人一人の学習内容の習熟度や、理解の速さ、深さなどに応じた授業を展開することにより、生徒一人一人の個性を生かす課題学習が推進できるであろうと考え、本主題を設定した。

2 研究のねらい

誰れもが授業の内容を分かりたいと願っている。生徒一人一人が課題意識をもち、課題を解決していく過程で学ぶことの楽しさや、課題を解決したときの成就感や満足感を味わわせることが大切であると考え、次の4点を研究のねらいとした。

- (1) 既習事項を用いた総合的な課題を開発していく。
- (2) 知識を整理し、理解を深めると共に、思考力の育成を図る。
- (3) 課題を解決していく喜びを味わわせ、数学的な見方や考え方の伸長を図る。
- (4) 発展性・一般性のある課題を開発していく。

3 研究内容

(1) 課題学習について

どのような教材を開発すべきか、また、その教材を基に具体的な授業計画をいかに立て実施していくかについて考えてみた。そこで、今回のねらいにそった課題学習の教材として満足できる要件について以下のようにまとめた。

- ア 生徒一人一人が興味・関心を持ち、取り組みやすいもの
- イ 課題の把握が容易なもの
- ウ 小学校からの基本的な既習事項を呼び起こさせる総合的なもの
- エ 生徒一人一人が各人の能力に応じ多様な方法で解決できるもの
- オ 到達目標の個別設定ができるもの
- カ その課題にとどまらず、発展性のあるもの
- キ 数学的な見方や考え方ができるもの（操作活動を伴うもの）
- ク 成就感が得られるもの

以上のような要件を備えた教材を開発していくよう心がけた。

指導方法・授業展開については、学校や学級の実態に応じて、グループ学習・T.T等の形態が考えられる。

(2) 指導案

① 題目

「定規とコンパスを使って正多角形をかき、その面積について調べよう。」

② ねらい

円に内接する正多角形の作図と、その面積の求め方を追及する。

③ 教材観

生徒一人一人が興味・関心を持って取り組める題材が大切であると考え、操作活動をとまなう作図を利用した。これは平常、授業に参加しにくい生徒にも、「これならやれそうだ」という気持ちを持たせるためである。そこで、誰れでも知っている正多角形を

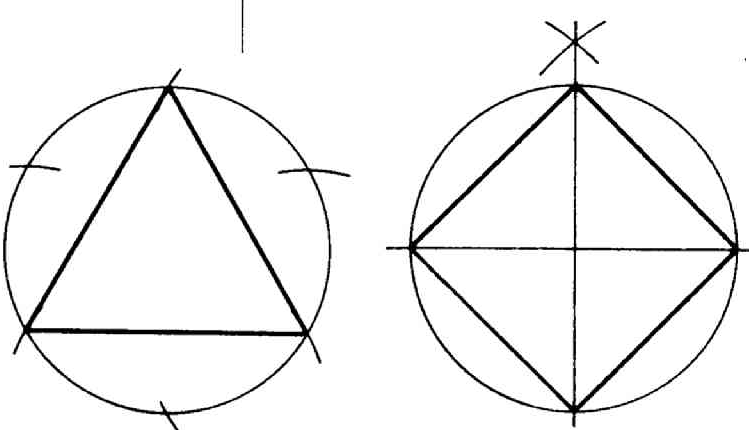
1つの円の中にコンパス・定規だけでかかせるという基本的な作業を導入課題として設定した。この作業は、図形に対する既習のいろいろな性質を思い起こさせるきっかけをつくることが期待されているのである。

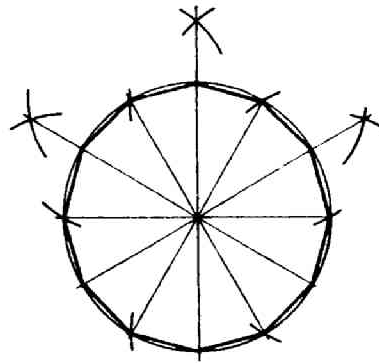
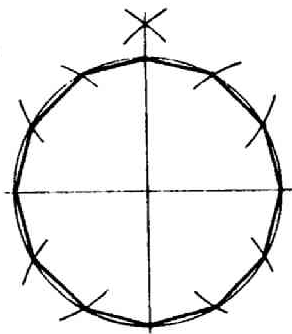
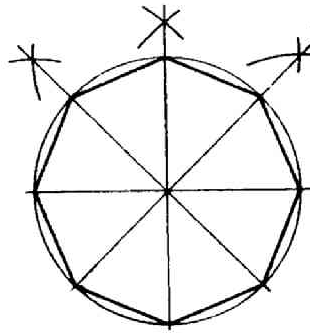
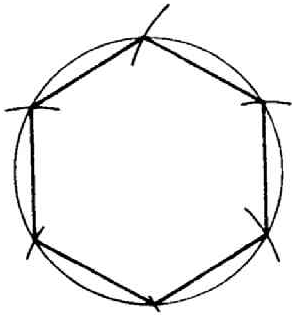
次に、その正多角形の面積を求めるという課題は、いろいろな補助線をひきながら、求積についてさまざまな角度から生徒一人一人が個々に解決方法を発見していくと考えられる。また、自ら作図することが、面積を求めることへの意欲につながる。そのことにより生徒一人一人が平面図形の求積に対する考え方を広げていき、数学的な見方や考え方のよさを実感できればと考える。

指導場面としては、三平方の定理の応用として扱うことが望ましいが、学期末や学年末に設定してもよい。

④ 本時の展開（2時間扱い）

指導内容	学 習 活 動	指導上の留意点 評 価 基 準
<p>1</p> <p>・円に内接する多角形で面積を求められそうな図形を考えさせる。</p>	<p>・半径6 cmの円に内接する多角形で面積を求められそうな図形を考える。</p> <p>・ノートにフリーハンドでかいたりして考える。</p>	<p>・黒板に半径だけ与えた円をかき、自由に考えさせ、口頭で答えさせる。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; margin-top: 20px;"> <p>〈関心・意欲・態度〉</p> <p>・簡単な図をかき題意を理解しようとしているか。</p> </div>

<p>2</p> <ul style="list-style-type: none"> 正多角形を考えることを指示し、課題を提示する。 	<ul style="list-style-type: none"> 正多角形の意味を確認し、課題を理解する。 1つの円をかき、どんな正多角形が作図できるか考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 正多角形を取り上げるが、他の図形についても後で、発展させて考えるようにする。
<p>3</p> <ul style="list-style-type: none"> 各自のできる範囲内で、正多角形をかかせる。 できた正多角形について、面積を求めさせる。 <p>(作図例)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 正多角形を作図する。 正多角形の面積の求め方を考える。 作図の方法を発表し、正多角形になることを確認する。 それぞれの面積の求め方を発表する。 	<ul style="list-style-type: none"> ワークシートを配布 補助線は消さないように指示する。 机間指導 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>〈表現・処理〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ワークシート上に性格に作図し、面積を求められたか。 自分の考えを筋道をたてて説明できるか。 </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>〈関心・意欲・態度〉</p> <ul style="list-style-type: none"> 課題に意欲的に取り組もうとしているか。 </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>〈知識・理解〉</p> </div>



• 1つの正多角形について作図，求積を終えた者には，更に他の正多角形についても考えさせる。

• いろいろな正多角形を考え，作図し，求積する。

• 基本的な作図の仕方を理解しているか。

• 三平方の定理を使って辺の長さを求められたか。

($1 : 1 : \sqrt{2}$ や
 $1 : 2 : \sqrt{3}$ の辺の比を利用したか。)

• 机間指導

• 作図でつまづいている生徒には，正六角形の作図を思い出させる

• 様子を見て角の二等分線，垂線の作図の仕方を確認する。

• 更に，進んでいる生徒については，各自の課題を設定させ取り組ませる。

〈関心・意欲・
態度〉

• 課題に意欲的に取り組もうとしているか。

<p>・まとめ</p>	<p>・取り組んだワークシートは、教室掲示し互いに評価しあう。</p> <p>・今後の発展 進んでいる生徒の取り組んでいる課題例などを発表する。</p>	<p>〈数学的な考え方〉</p> <p>・他の方法での求積を考えたか。</p> <p>・各自の能力に応じた課題を設定し取り組んでいるか。</p>
-------------	--	--

⑤ 個に応じた評価の観点

- ア 半径 6 cm の円をかくことができたか。
- イ 正多角形が 1 つ作図できたか。
- ウ 1 つの正多角形の面積を求めることができたか。
- エ 角の二等分線等を利用して、正多角形を作図できたか。
- オ 正三角形、正方形、正六角形の面積を求めることができたか。
- カ 正八角形、正十二角形の面積を求めることができたか。
- キ 各自の能力に応じてさらに課題を設定し、取り組むことができたか。

4 まとめ

(1) 生徒の変容

- ① 数学の得意な生徒も不得意な生徒も、ただ単に与えられた問題を解くのではなく、自分達で課題を見つけ、それを多様な方法で解決したり、生徒同士で競いあう等の変化が見られた。
- ② 普段の一斉授業では活躍の少ない生徒も、正確に作図したり、自ら作図したものに対して一生懸命に取り組んでいた。たとえ 1 つの図形についてのみの理解や取り組みであっても、それは生徒に自信と成就感をもたらし、今後の学習の意欲へつなげる事が出来た。

(2) 本課題の発展性

本課題は様々な発展性を持っている。生徒の興味・関心、進度に合わせて次のような課題を更に設定できる。

① いろいろな方法で面積を求める。

例えば、正方形の面積を求める方法は、(一辺)²や(対角線)²÷2など異なった考え方で解決することができる。また、正六角形の場合は、半径と辺で作る正三角形の6倍や、円に内接する正三角形の2倍から求める方法もある。更に、半径と辺で作るたこ形の面積を利用すると、正三角形を除くすべての面積が同じ方法で求めることができる。

② 正十六角形、正二十四角形の面積

正多角形は辺の数を増やすにつれ、円の面積に近づく。求めた面積の近似値を電卓を使用して、円の面積と比較してみることも可能である。

③ 正五角形の作図法

生徒の中には正五角形はどのようにしたらかけるのかと興味・関心を示す者もいるはずである。この機会をとらえて指導し、その意欲に応えたい。

④ 周の長さ・円に外接する正多角形

本課題では円に内接する正多角形の面積を求めてきたが、それを求める過程で周の長さも計算されている。また、それと円に外接する正多角形の周の長さを合わせて、円周率 π の近似値に迫ることもできる。更に、これらの計算結果から円周率 π の値に近づく式を考えさせることも可能である。

5 今後の課題

- (1) 導入場面で、円に内接する正多角形をかく必要性を明確にする必要がある。
- (2) 授業研究では、授業形態を個別学習で行ったが、グループ学習で取り組ませ、互いの良い点を認め合いながら進めていくことも試みていきたい。
- (3) トピック的な課題学習は数学的なアイデアや美しさから生徒の興味・関心をひくが、その発想を味わえる生徒が一部になってしまうこともある。本課題のような既習事項を用いた総合的な課題は、様々な進度の生徒の考えを引き出す良い機会となり、今後いろいろな領域で開発していく必要を感じている。
- (4) 生徒一人一人が多様な考え方ができるように、普段の授業から発表や意見の交換などの場面を意識的に設定し、自ら取り組もうとする意欲と雰囲気大切に育てていきたい。
- (5) 評価の基準に達していない生徒に対する指導の手だてについて、今後さらに研究を進めていきたい。

Ⅱ コンピュータを効果的に用いた授業の工夫

1 主題設定の理由

情報化の進展は著しく、コンピュータ等が、急速に社会に入り込み、日常生活にも大きな影響と変化をもたらしている。

このような社会の変化の中で、学校教育においても情報化への適切な対応の必要性が指摘されている。今回の学習指導要領の改訂では、情報活用能力や情報教育の重要性が強調され、数学科においても「各領域の指導にあっては、必要に応じ、コンピュータ等を効果的に活用するよう配慮するものとする」としている。

コンピュータには、直接に体験したり、実験したりすることが困難な状況を簡単に表現することができる特徴がある。この特徴を生かし、黒板やノートでは表現しにくい単元（例えば図形を動かして考える必要のある場面など）でコンピュータを効果的に用いて指導の工夫を図る必要があると考え、本主題を設定した。

2 研究のねらい

(1) ねらい

課題解決の際のコンピュータ利用の利点として、シミュレーション機能や計算機能、多数回の実験、試行が簡単にできる機能などがあげられる。今回は特に「多数回の実験、試行」「シミュレーション」の機能を利用し、生徒の興味、関心を最大限に引き出すような利用法を探ることをねらいとした。

(2) 経過

- ① 研究主題の設定と共通理解
- ② コンピュータ利用が効果的と考えられる単元についての検討
- ③ すでに開発されているソフトについての調査
- ④ 指導案の作成と指導方法の検討
- ⑤ 授業実践
- ⑥ 事後調査と授業の分析
- ⑦ 研究のまとめと今後の課題についての検討

3 研究の内容

(1) コンピュータ利用が効果的と考えられる単元についての検討

- ・ 関数・・・計算機能, シミュレーション機能
- ・ 空間図形・平面図形・・・シミュレーション機能
- ・ 統計・・・計算機能, 多数回の実験・試行

以上の単元においてコンピュータの活用が効果的と考えられる。

その中から今回は、特に平面図形でシミュレーション機能を使い、課題解決や図形の性質を発見させることを目指した。

(2) 「図形ランチボックス」に決定した理由

- ① 1つの単元の指導のために操作手順の決められたソフトではなく、個に応じて三角定規と同じような「道具」として利用できる。
- ② 応用が利き、いろいろな授業に使える。
- ③ 多数回の実験・試行が簡単に操作でき、シミュレーション機能により、その変化が目に見えてわかる。
- ④ 「操作」が分かりやすく、操作のための指導の時間が少なくすむ。
- ⑤ 個々の生徒の学力差、学習速度、学習スタイル、学習意欲、興味・関心等に対応できる。また、個人差に応じ、個を生かす指導の充実が図れる。
- ⑥ 研究員の学校におけるコンピュータの配置状況と利用形態に見合っている。

(3) 授業実践

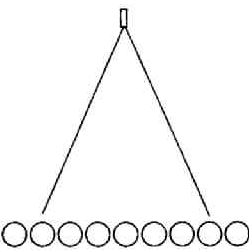
- ① 実践例 「円周角の定理の導入」
- ② 指導目標 中心角と弧, 円周角の性質を理解する。
- ③ 指導計画
 - ア 円と直線
 - 1 円と直線 (4時間)
 - 2 2つの円 (2時間)
 - イ 円周角
 - 1 円周角 (6時間)
 - 第1時 円周角の定理の導入 (本時)
 - 第2時 円周角の定理の証明
 - 第3時 円周角の弧の関係, 直径と円周角の関係
 - 第4時 円の内部と外部
 - 第5時 円周角の定理の逆

第6時 円外の点からの接線の作図

2 円に内接する四角形（2時間）

3 接線と弧のつくる角（3時間）

④ 指導案

学習のねらい と発問	学 習 活 動	指導上の配慮事項 評 価 基 準
1 課題の設定 と把握	<p>課題1</p> <p>みんなで記念写真を撮ることになりましたが、全員がカメラには入りきれません。全員がちょうどはいるようにするにはどうすればよいですか。どんな方法があるかいろいろ考えてみよう。</p>  <p>予想される反応</p> <ul style="list-style-type: none"> ・カメラを後ろに下げる。 ・人を後ろに下げる。 ・2列にする。 ・広角レンズを使う。（カメラをかえる） <p>課題2</p> <p>課題1に次の条件を加える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・人の位置は動かさない。 ・カメラはかえない。 	<p>*課題の印刷されたワークシートを配布する。</p> <p>◇関心・意欲・態度 課題の意味を理解し、興味をもって課題に取り組む態度がみられるか。</p> <p>◇数学的な考え方 「カメラをかえない」ということは、撮影範囲の角度が変わ</p>

	<p>予想される反応</p> <ul style="list-style-type: none"> ・カメラを動かす。 ・斜めから撮る。 	<p>らないということである。」と、いうことに気づいたか。</p>
<p>2 課題の図の抽象化</p> <p>・コンピュータを使って、全員を撮ることができるところをいくつか見つけてみよう。</p> <p>・$\angle ADB$や$\angle AEB$の大きさは、線分ABの位置とどのような関係があるか。</p> <p>・点C, D, Eはどのような位置関係にあるか。</p> <p>・もっと点を増やそう。</p>	<p>ソフトを起動する。</p> <ol style="list-style-type: none"> ① ペンの太さや色を決める。 ② 画面上に7cmの線分ABをとる。 ③ 線分ABの上側に、3点C, D, Eをとる。 ④ 線分CA, CB, DA, DB, EA, EBをひく。 ⑤ $\angle ACB, \angle ADB, \angle AEB$を測る。 ⑥ $\angle ADB$が$\angle ACB$に等しくなるように点Dを変形移動する。点Eについても同様に行う。点をさまざまな位置に動かしながら、角度をあわせる。 <div data-bbox="518 1176 965 1556" data-label="Diagram"> </div> <p>予想される反応</p> <ul style="list-style-type: none"> ・わからない (・同一円周上にある。) <ol style="list-style-type: none"> ⑦ 点C, D, E以外に3点F, G, Hをとり、④~⑥と同様に作図してみる。 	<p>◇関心・意欲・態度 興味を持って、意欲的に取り組んでいるか。</p> <p>*角度は小数第1位まで表示されるが、若干のズレはよいとする。</p> <p>◇数学的な考え方 線分ABに近づくと大きくなり、離れると小さくなることに気づいたか。</p> <p>◇関心・意欲・態度 積極的に点をとって試行したか。</p>

<p>・6点はどのような位置関係にあるか。</p>	<p>予想される反応</p> <ul style="list-style-type: none"> ・同一円周上にある。 <p>⑧ 点C～Hのうち任意の3点を通る円をかき、8点が同一円周上にあることに気付く。</p>	<p>◇数学的な考え方</p> <p>6点の位置関係から、同一円周上を直観的に予想できたか。</p> <p>また、その円は、点A、Bも通ることに気付いたか。</p> <p>(8点が、同一円周上にあることに気付いたか。)</p> <p>*数人の画面を転送して全員に示す。</p>
<p>3 課題のまとめ</p>	<p>被写体の両端を通る円周上からとればよい。</p> <p>また、その円の大きさはカメラの撮影範囲の角度によってきまる。</p>	<p>*ワークシートに記入する。</p>
<p>4 中心角と円周角の関係</p> <p>5 円周角の定義</p> <p>6 円周角の性質</p> <p>・円周角にはどんな性質があるか。</p>	<p>作図した円に、弧ABに対する中心角をつくり、中心角との関係を考える。</p> <p>画面を印刷する。</p> <p>「円周上にできている角を円周角と呼ぶ」</p> <p>印刷した図に、円周角を記入する。</p> <p>「同じ円では円周角は等しい。」</p> <p>「円周角は中心角の半分である。」</p> <p>ということ予想する。</p>	<p>◇数学的な考え方</p> <p>中心角は$\angle ACB$の2倍であることに気づいたか。</p> <p>◇知識・理解</p> <p>円周角を知る。</p> <p>◇考え方・表現・処理</p> <p>円周角の性質として、左の2点のことに気づいたか。</p>

7 定理の証明 への導入	6のことをどのように証明したらよいかを次の時間までに考えてくる。	◇関心・意欲・態度 既習事項を基にして、 証明しようとしたか。
-----------------	----------------------------------	---------------------------------------

(4) 授業の考察

① 生徒の感想

- ・自分自身で図を書いて考えることができるし、またそれがすばやく図になるので理解しやすかった。
- ・円周上にある角がみんな同じ角度になることが、目で見てもよく分かった。
- ・ふだんの授業より興味が持てて、よく分かった。
- ・コンピュータを使って、自分で画面に次々と角をつくり、その場で角度を測ったりするから、角の大きさの変化や円と円周角の関係が分かった。
- ・角度を合わせるのが難しかったが、それが一番楽しかった。
- ・コンピュータを使ってやると、自分で確かめられて「分かった」という意識が深まると思う。
- ・自分で自由に図が描けることがおもしろかった。
- ・先生の指示で作業をしていると、どうしても速い子と遅い子がでてしまい、待っている間が退屈してしまった。もう少し自由にやりたい。
- ・教室で授業をするより新鮮味があるのでみんながよく集中してできたと思う。
- ・コンピュータを使って、もっといろいろなことをやってみたい。

② 指導過程における生徒の反応と考察

- ・コンピュータ室での授業は生徒にとって新鮮であり、期待感を持って授業に望むので生徒の意欲を喚起しやすい。
- ・導入部において身近な題材（写真撮影）を扱ったので、生徒が意欲的に取組むことができ、様々な生徒の発想を生み出すことができた。
- ・点の位置を動かしたときの角度の変化の様子を感じとることができた。
- ・「図形ランチボックス」で作図すると短時間に多くの図を書いたり消したり何回でもできるので、生徒は失敗を気にしないで作業ができ、生徒一人一人がじっくりと考える時間を確保できる。
- ・生徒が作業をしながら授業が進んでいくため、個に応じた指導がしやすい。

- コンピュータでの主体的な作業は、問題解決の充実感が大きい。視覚的な印象度も、他とは比較にならないほど大きい。
- 授業を問題解決の形式としたので、生徒の推論などの思考活動が促された。
- いわゆる「数学嫌い」の生徒が、コンピュータの授業では生き生きと作業ができる。
- 今回の課題のように、一見数学とは全く関係がないように思われる事象を、だんだんと数学的に処理していく過程が、今後さらに重要になると思われる。

4 まとめ

コンピュータはすぐれた計算機能とグラフィックス機能があり、これらの機能を効果的に活用することで、生徒の様々な思考を助け、教師が多様な指導法を取り入れることが可能となり、個に応じた指導法の工夫に大いに役に立つと考える。

しかし、これも全ての場面で使用するのではなく、コンピュータを活用することが効果的であると考えられる場面で使用することが望ましい。今回の研究では、3年生の図形のなかから「円周角の定理」の導入部分で、生徒の主体的な活動を促すことを目的にコンピュータを活用してみた。生徒の感想や生徒の活動の様子から、角を動かしながら円周角の性質が発見できたことなど目的はおおむね達成できたと思う。

5 今後の課題

- (1) コンピュータを効果的に活用できる課題を検討し、授業案など具体的な事例をできる限り多く研究する。
- (2) コンピュータを利用した授業では、ノートがおろそかになりがちである。各自の学習の成果を形に残せるようなワークシートの研究を進める。
- (3) 生徒一人一人が図形などの性質を探究するときに、それぞれの方法で主体的に取り組めるような機能を持ったソフト開発していければと考えている。

引用文献 中学校数学指導資料 学習指導と評価の改善と工夫 文部省

中学校数学指導資料 指導計画の作成と学習指導の工夫 文部省

使用ソフト 図形ランチBOX 創育

Ⅲ 直観的思考力と論理的思考力の相補作用を重視した指導法の工夫

—— 直観的思考力に重点をおいて ——

1 主題設定の理由

今日の教育課程の改善においては、数学教育の現代化以降重視されている数学的な考え方の育成を図るために、論理的な思考力や直観力を重視するということが明言されている。

しかし、教育実践における直接の研究の対象として直観力は、それが人間の知的活動に対し極めて重要な役割を演じていることが認められながらも、直観のもつ、曖昧性と自明性のために、論理的な思考力の育成についての研究に比べて絶対数が少なく、直観力育成のための指導原理や教育的手だても定まっていないのが実状である。

そこで本研究では、論理的な思考力との関連を図りながら、曖昧・自明である直観的な思考力を研究の対象として、実践を通し、その解明にアプローチしようと本主題を設定した。

2 研究のねらいと方法

(1) ねらい

「直観的な思考力を育てるためにはどのようにすればよいか」が、本研究のねらいである。そのために、次の4つの観点について整理し、考察を加えた。

- ① 直観的思考力とはいかなるものか。
- ② 直観的思考力と論理的思考力の関係をいかに把握すればよいか。
- ③ 直観的思考力の発動の様相を探るにはどのような方法があるか。
- ④ 直観的思考力を育てるのに効果的な題材は何か。

(2) 方法

- ① 直観的思考力と論理的思考力についての先行研究を調べ、本研究において、直観的思考力をどうとらえるか。また、論理的思考力との関係をどう位置付けるかを定義する。
- ② 授業実践における題材を、小学校での指導内容との関連を図りながら選定する。
- ③ 指導領域における基礎調査を行い、生徒一人一人の既習内容の定着度について調べる。
- ④ 指導案を作成して、授業実践を行う。
- ⑤ 基礎調査の結果を踏まえ、授業における、直観的思考力の発動の様相について考察、分析を行う。
- ⑥ 研究のまとめと、今後の課題について検討する。

3 研究内容

(1) 直観的思考力について

「直観」あるいは「直観的」という言葉の意味は、それを使用する人あるいは解釈する人、また同じ人でも使われる場面によって異なる場合が多い。そこで、本研究ではこれまでの「直観」に関する文献を参考にした上で、直観的思考力を、〈何から〉〈何を〉〈どんな場面で〉〈どのように〉〈どうすることか〉を観点にして、下のように定義した。

また、直観的思考力が働きやすい場面として、空間図形を取り上げた。その理由は、操作的活動を多く取り入れることで、生徒の興味・関心が喚起され、しかも、多様な考え方ができる題材の工夫が可能となるからである。

直観的思考力とは、感覚的・具体的な対象から、その対象の全貌、本質、意義、意味を構造的（点、線、面の構成やそれぞれの位置関係）・分析的（投影、展開、切断、結合、移動）に把握しようとする認識作用である。

(2) 直観的思考力と論理的思考力の関係について

一般に思考は、全体的直観的な方向を示す直観的思考力と、分析的論理的な方向を示す論理的思考力で構成されている。さらに論理的思考力は、類推的、帰納的論理と演繹的論理に分けられる。類推的、帰納的論理はそれ自身が直観的思考と重なり合う部分を持ち、共存するものである。これに対し、演繹的論理は、直観的思考の助けを借りながら筋道をたて根拠を積み重ねることで自分の考えの確認、正しいことの保証を行っていくものである。

このように、直観的思考力と論理的思考力は両極的なものではなく、ある心的活動の中でともに不可欠であり、両者が相補的な働きをすることで、思考は生産的にしかも確実に展開し得るものとする。

(3) 直観的思考力の役割

直観的思考力と論理的思考力は共に不可欠で、相補的なものであると述べたが、その思考において両者はそれぞれ固有の役割をもつものと考えられる。そこで、数学の問題場面に直面したときに働く直観的思考力は、次のような役割についての類型に分けられる。

- ① その場面の「全体構造を把握する直観的思考力」
- ② その「結果を見通す直観的思考力」
- ③ どのような手だてで解決できるだろうか、その「ストラテジーを選択する直観的思考力」

しかし、①～③の役割は全く無関係なものではなく、相互に関連し合っている。

また、授業実践では、問題解決の場面に発動される解決のストラテジーを選択する直観的思考力に焦点を当てていく。

(4) 直観的思考力を育成する方法

直観的思考力は、一般的に先行経験・先行学習が豊かになれば育つものであるが、単に多くを与えるだけではなく、それらを体系化したり、関連付けたりすることでさらに育つものであるととらえる。また、直観的思考力と論理的思考力を別々に育成するのではなく、両者のバランスを保持しながら育成する必要がある。さらに、直観的思考力の育成では、必要な知識、技能は勿論のこと、何が問題なのか、どのようにしてその問題が生じたのかという問題意識をもたせることが重要である。

次に、これらの方法で直観的思考力をどのような方向に向かって高めていくべきかということである。そこで、本研究では、直観的思考力をより高次なものに高めていく方向を指し示すものとして、空間図形を題材とした場合の問題解決における思考の水準を設定した。

水準Ⅰ	問題の視覚化（見取り図をかいたり、模型を作るなどの操作活動）をしないで、問題の解決を図ろうとする。
水準Ⅱ	問題の視覚化（見取り図をかいたり、模型を作るなどの操作活動）をして、問題の解決を図ろうとする。
水準Ⅲ	図形の構成や位置関係に着目して、問題の解決を図ろうとする。（空間図形を静的に捕捉する）
水準Ⅳ	図形を分析的（投影、展開、切断、結合、移動）にとらえ、問題の解決を図ろうとする。（空間図形を動的に捕捉する）
水準Ⅴ	図形を構造的・分析的にとらえ、さらに、演繹的な考え方に裏付けされ、問題の解決を図ろうとする。

この水準の是非、妥当性については多くの問題点が含まれるが、本研究では、生徒の行動やつぶやきを現象的に観察し、発動されている直観的思考力を分析し、水準と照合することで思考の様相をとらえる。さらに、教師の助言に対しての生徒の活動の変化に注目し、高次の直観的思考力への変容を探ることで、子どもの直観的思考力の発達を促す指導法や題材について検討を行う。

(5) 指導案

① 単元名 3年 『三平方の定理』

② 指導計画 三平方の定理の利用の中で2時間扱い

<第1時> 課題提示 ⇒ 立体のイメージ化 ⇒ 立体の模型作り ⇒ 問題提起

<課題>

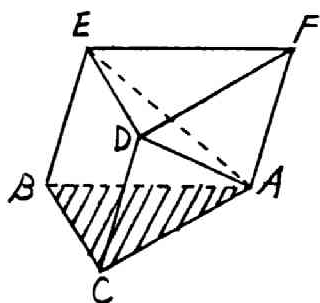
辺の長さがすべて等しい正四角すいと、辺の長さが正四角すいの一辺と等しい正四面体がある。この2つの立体の合同な面を重ね合わせるとどんな立体ができるだろうか。

<第2時>

ねらいと 主な発問	学習活動及び 予想される生徒の反応	発動された直観的思考力 と直観的思考水準の設定	直観的思考力を高める ための助言や手だて
<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; width: fit-content;"> 本当に2つの側面は平らになるの </div>	① 目を当てて、平らになっていることを示す。 ② ノートや定規など平らな物を重ね合わせて、平らになっていることを示す。	・2つの面が平らになることを示すのに、2面の位置関係に着目して、目の高さを面の位置に合わせて感覚的にとらえようとする。 [水準Ⅱ] ・2つの面が平らになることを示すのに、2面の位置関係に着目して、他の1平面がぴったりと重ね合わせればよいと感覚的にとらえようとする。 [水準Ⅱ]	「確かに、ほとんど、そう見えるけど、でも、本当に2つの面は平らだと言い切っているのかな。」 「ぴったりと重ね合っで見えるけど、でも、本当に2つの面は平らだと言い切っているのかな。」 「ノートや定規などは少しのくもりもなく平らなものだとして扱っていいかな。」

③ 分度器を用いて実際に測する。

④ 課題の五面体は、正四角すいの側面ABCを辺CDの方向にCDの長さだけ平行移動したときにできる立体である。



⑤ 2つの立体のそれぞれの側面どうしが作る角の和が 180° であることを示す。

$$(\angle FGD + \angle BGD = 180^\circ)$$

・実際に角を測り、 180° になることで、平らになることの根拠にしようとする。 [水準II]

・平行な辺に着目しよう。 [水準II]

・面ACDFの辺ACが辺CDに沿って、CDの長さだけ平行移動させてできた軌跡としてとらえようとする。平面を直線の動的な位置付けとしてみる。

[水準III]

・正四角すいの側面を平行移動させてできた軌跡で正四角すいと正四面体を重ね合わせた立体になることを示そうとする。立体を平面の動的な位置付けとしてみる。 [水準IV]

・展開図等を考えず、立体の状態で直接計測しようとする。2つの面のなす角を正しく認識できない。 [水準I]

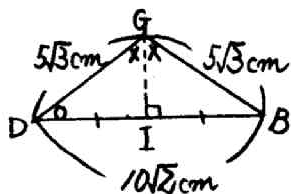
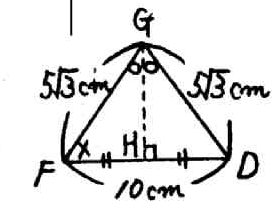
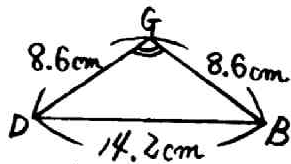
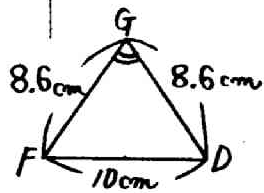
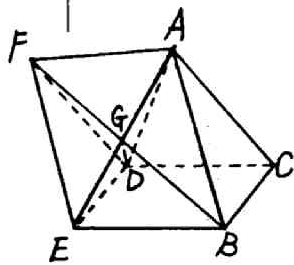
「正確に 180° であればいいのだろうか。」

「そうすると、面ACDFはどんな図形になるのだろうか。」

「辺の平行移動とは…いいところに気がついたね。では、五面体そのものを何かの移動でみれないかな。」

「正確に 180° を測ることは難しいね。もっと正しく図る方法はなかないかな。」

「2つの面からできる角度を測るにはどこをはかればいいのか。」



展開図等を考えず、立体の状態
で直接計量しようとする。2つの面のな
す角は正しく認識できている。 [水準II]

• それぞれの2面角を実測するために、2つの立
体を切ったり折ったりする。 [水準III]

• $\triangle FGD$ と $\triangle BGD$ を作図して、 $\angle FGD$ と $\angle BGD$
を実測しようとする。 [水準III]

• $\triangle FGD$ と $\triangle BGD$ を作図して、2つの合同な三
角形があることを認識する。 [水準IV]

「正確に 180° を測ることは難しいね。もっ
と正しく測る方法はないかな。」

「正確に 180° を測ることは難しいね。もっ
と正しく測る方法はないかな。」

「2つの三角形の辺や角で気付くことはない
かな。」

$\bigcirc + \times = 90^\circ$ だから
 $\triangle GFH \equiv \triangle DGI$ より、
 $\bigcirc + \bigcirc + \times + \times = 180^\circ$
となる。

⑤ 評 価

直観的思考力を育てるために、このような実験的な授業を試み、その評価についていくつかの観点を設定した。次にあげる評価の観点は生徒の活動、思考における評価であると同時に、授業者の授業の展開の仕方、生徒への働きかけにおける評価でもある。

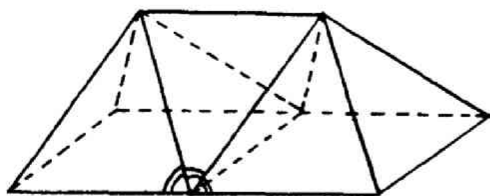
☆ 直観的思考力が育ったか。

- 1) 何か不思議だとか、分からないとかいうことがあって、はじめて何らかの直観的思考力が発動する。そこで、この授業の全体を通して、生徒が問題意識をもって取り組めたか。
- 2) 生徒一人一人が、その解決のために積極的に結果と方法に対する予想を立てていたか。
- 3) 思考の伴わない「手だけの操作」ではなく、仮説検討のための「思考実験」的な態度であったか。
- 4) 課題の構造を把握し、その解決の方策を探るのに、既習の学習内容や考え方を整理していたか。

(6) 考 察

① 生徒A

教師の発問・助言 他の生徒の言動等	『生徒の反応』と分析 (発言・つぶやき・活動等)	水 準
T: 本当に2つの面は平らになるのかな?	『問題の2つの面を下にして、机の上に置く』無意識にそう置いたようにも見受けられたが、問題の面が平らであるという潜在的な判断のもとに、机という一見平らな面を重ね合わせた行為である。	II
	『図のように立体を組み立てて、 60° が3つで 180° になるから平面であるという説明を班員にする』2つの直線のなす角が 180° であれば、2直線は同一直線になることから、3つの角の和が	II



180°であれば3つの角を含むそれぞれの平面は同一平面になると論理を飛躍させている。つまり、平面上で成り立つ論理が空間でも成り立つのではないかと類推したと思われる。

T : 三平方の定理も習ったし

S : 立体を切るという声を聞いて

『「切っていいの?」「どこを切る?」とつぶやきながら、正四角すいの側面を1つ、正四面体の面を1つ切り開いた』三平方の定理をどこに利用するのか考えていたようで、しきりに立体の内部を見ていた。

II

② 生徒B

T : 本当に2つの面は平らになるのかな?

この発問の前に生徒は『立体を見て「ここは平らの様だから」と呟いて』平面になると考えていた。その後発問を聞いて

I

『立体の問題の部分を真横からみたり、机の面に置いて考えていた』この時点で課題に対し目の高さに合わせたり、他の1平面がぴったりと重なればよいといった、感覚的にとらえようとする直観的思考が発動され始めている。

II

S : 分度器で測ろうと、立体の角度って何かな?

『「立体の中を測ればいいじゃない」と意見をいい、さらに他の生徒と「展開図を使おう」「立体を切ればいい」と話を進めながら切断するための立体を作る作業に移った。』このことは、明らかに立体を分析的に見る方向へと導いているように思われる。さらにこの生徒は、切断する場所をどこにとるか等、面のなす角度について深く考えていた。

II

III

T：三平方の定理も習ったし	『正四角すいの正三角形の高さを三平方の定理により計算し何とか角度に結び付かないか考えだした。』しかし、有効な手段が見つからない時点で授業終了となってしまった。
---------------	---

生徒Bの思考はⅠ→Ⅱ→Ⅱ→Ⅲと変容している。直観的思考の発動には既習事項、経験が重要なポイントとなる。特に空間図形では、立体に触れる機会の多さが直観的思考を大きく左右するであろう。

4 まとめと今後の課題

直観的思考力を育てるには次のようなことが大切である。

- (1) 先行経験や先行学習において、様々な経験や学習をさせる。例えば、立体に触れる機会を多くすること、面と面とのなす角についても学習しておくこと。
- (2) 課題のイメージ化（図、表、図式、グラフ、絵等の視覚化など）をさせる。
- (3) 問題解決の学習を行う中で、問題意識を持たせ、自主的な活動をさせる。
- (4) 多様な考え方のできる題材を選び、多くの着想を取り上げることで、生徒に自信や勇気を持たせる。
- (5) 教師が適切な発問や助言を行い、生徒どうしのやりとりを生かす。

「直観的思考力を育てるためにはどのようにすればよいか」ということをねらいとして研究を進めてきた。生徒の思考の中で直観が働くのを教師がつかむことは容易ではない。そこで、今後はさらに直観的思考力を高める題材、発動の様相を探る方法、水準の妥当性について追究していく。

<参考文献>

- ・小山 正孝 「数学教育における直観に関する研究」
- ・小山 正孝 『Van Hieleの「学習水準理論」について』
- ・古藤 怜 新しい算数教育「算数化における直感力の育成」（1988. No. 205）
- ・高橋 均 「四面体+五面体=?」