

中学校 }
}

平成 10 年 度

教育研究員研究報告書

数 学

東京都教育委員会

平成10年度

教育研究員名簿 (数学)

班	区市町村名	学 校 名	氏 名
1 班	江 東	深 川 第 三 中 学 校	○大 和 義 行
	世 田 谷	駒 沢 中 学 校	森 田 裕 之
	北	豊 島 北 中 学 校	鈴 木 明
	八 王 子	み な み 野 中 学 校	長 坂 俊 哉
2 班	荒 川	第 九 中 学 校	小 林 寿 美
	板 橋	赤 塚 第 一 中 学 校	○染 葉 仁 博
	練 馬	開 進 第 三 中 学 校	野 邊 隆 志
	足 立	蒲 原 中 学 校	齐 藤 直 樹
	檜 原	檜 原 中 学 校	尾 川 尚 之
3 班	目 黒	第 一 中 学 校	高 木 順 子
	江 戸 川	松 江 第 四 中 学 校	○引 地 英 雄
	立 川	立 川 第 四 中 学 校	太 田 謙 一
	町 田	本 町 田 中 学 校	◎四 戸 栄 吉
	東 久 留 米	久 留 米 中 学 校	岩 上 篤

◎ 世話人 ○ 班長

担当 教育庁指導部中学校教育指導課 坂 本 和 良

研究主題

共通テーマ「生徒が数学を学ぶ楽しさを知る指導の工夫」

目 次

基礎学力を身に付けさせるために、興味をひき意欲を持たせる指導法の工夫（1班）	2
I 主題設定の理由	2
II 研究のねらい	2
III 研究の内容	2
IV 授業のまとめ	5
V 参考指導案	6
VI 研究のまとめ	9
VII 今後の課題	9
コンピュータを自ら活用し、意欲的に取り組む図形の授業の工夫（2班）	10
I 主題設定の理由	10
II 研究のねらい	10
III 研究の内容	11
IV 研究のまとめ	16
V 今後の課題	17
生徒が意欲的・主体的に取り組む選択授業の工夫（3班）	18
I 主題設定の理由	18
II 研究のねらい	18
III 研究の内容	18
IV 授業のまとめ	22
V 研究のまとめ	23
VII 今後の課題	24

基礎学力を身に付けさせるために、 興味をひき意欲を持たせる指導法の工夫（1班）

I 主題設定の理由

毎日の授業の中で生徒の様子から、意欲の不足や数学嫌いを感じることが多い。実際に「数学は好きではない」「役に立つとは思わない」など否定的な声を聞くこともある。また計算力をはじめとして基礎学力の不足を感じることも多い。

意欲の不足や数学嫌いの原因として様々な要因が考えられるが、その中でも大きなものとして生徒たちにとって『身近な内容が少なく有用性を感じられない』ということに着目した。なぜならそのために生徒は授業に意欲的に取り組めなかったり、やる気のなさから学力不振になり、さらに意欲を失ったりと、悪循環を繰り返していると考えたからである。

これに対し私たちは今までの指導法を反省し、身近な内容を題材とした理解しやすい授業を行うことを考えた。そして意欲的に取り組める授業、楽しく分かる授業を足掛かりにすることで、基礎学力の充実へも導いていけると考えた。

ここで一番に考えなければならないのは、得意な生徒はもちろん不得意な生徒にとっても興味を持って「やってみよう」という気持ちを起こさせる指導法の工夫である。講義を中心とした授業によって半ば一方的に教えられてしまうと、特につまづいている生徒にとっては自分から学習しようという意欲は起きにくい。今までもいろいろな授業の工夫をしてきたが、まだまだ生徒が積極的に取り組もうとする授業展開にはなっていないと感じた。そこでいかに生徒に興味を持たせるかという点を中心に取り組んだ。

例えばBINGOのようなゲーム形式がある。また身近な内容を題材としてあくまでも数学的思考の中で興味を引く展開を工夫できればより好ましい。意欲的に数学に取り組むきっかけを、いかに多くの生徒に与えていくかが現在最も必要とされている課題であると考えた。

以上述べたことから、「基礎学力を身に付けさせるために、興味をひき意欲を持たせる指導法の工夫」を研究主題とした。

II 研究のねらい

興味を引き、意欲を持たせ、基礎学力を身に付けさせるために、次の3点を研究のねらいとした。

- 身近な内容を題材とした、生徒が興味を持つ教材の工夫。
- 作業やゲームを通して、生徒が意欲的に取り組む指導の工夫。
- 興味を持ち、意欲的に課題を解決することにより、数学的知識を身に付ける。

III 研究の内容

1 授業方法の工夫

- ① 糸巻き車などの作業やゲームを通して、驚きを期待するとともに興味・意欲を引き出す。
- ② 助け合いや話し合いの場面、競わせる場面づくりをし、課題解決に向けた思考をさせる。
- ③ 基礎学力を身に付けやすい系統的な授業を目指す。

以上、作業やゲームの内容を工夫し取り組みやすい題材を考える。また1つの作業やゲームを、導入やまとめなど色々な場面で使い分けられるよう研究する。

2 学習指導案

- ① 題材： 第2学年 「糸巻き車を用いた一次関数の導入」
- ② 題材について：小学校の「動くおもちゃ」でも扱われることが多い「糸巻き車」から一次関数を見いだす課題を考えた。この「糸巻き車」はゴムのねじれの弾性を動力としており、巻く回数と進む距離の間には一次関数が存在することが確認されている。これを一定の距離で止めるゲームという導入から、関数関係を見いだす展開へとつなげることにより、生徒の興味・関心を高め意欲的に取り組む授業を目指した。
- ③ 指導計画：一次関数の指導を「一次関数」10時間、「一次関数と方程式」5時間の計15時間扱いとし、導入の2時間で糸巻き車のゲームを行う。
- ④ 指導目標：
 - ・興味、関心を持って意欲的に取り組む。
 - ・糸巻き車の巻く回数と進む距離の間に関係があることに気付く。
 - ・糸巻き車の巻く回数と進む距離の間にある関係を利用できる。
- ⑤ 第1時の指導案

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<ul style="list-style-type: none"> ・糸巻き車を作る（実際の見本を作ってみせる） 	<ul style="list-style-type: none"> ・作り方のプリントを配布し構造の説明をする
<ul style="list-style-type: none"> ・実際に糸巻き車を動かしてみる（練習） 	<ul style="list-style-type: none"> ・遊び方の説明
<ul style="list-style-type: none"> ・ゲームを行う （ルール） 糸巻き車を机の端からスタートさせ、もう一方の端にできるだけ近い所で止める 1番近くで止めた人の勝ち 	<ul style="list-style-type: none"> ・糸巻き車の扱い方が分かってきたところでゲームのルールを提示する ・各班の中でそれぞれ勝負をし勝者を決定する
<ul style="list-style-type: none"> （課題） どのような工夫をすればゲームに勝てるだろうか ・勝つための工夫と関数（変化の割合）のつながりをどのように考えているかを発表する 	<ul style="list-style-type: none"> ・糸巻き車の巻く回数を1回増やすことでどれ位進むかということに気付かせる ・変化の割合の考え方に着目させる ・勝つための工夫の中に数学的な考え方をを使うことを意識付ける

⑥ 第2時の指導案

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<ul style="list-style-type: none"> ・各自の糸巻き車を確認する ・前時の工夫の確認 ・ゲーム（ルール）の確認 指定した距離にできるだけ近い所に止めた者を勝ちとする 1回戦は54cm, 2回戦は81cm 	<ul style="list-style-type: none"> ・糸巻き車が動くかどうかを確認させる ・巻き数と進む距離に関係があるということを確認する ・ゲームで走らせる長さの紙を提示
<ul style="list-style-type: none"> ・ゲームに勝つための工夫を考える ・巻く回数が1回増えるごとに何cm進むかが分かればよい ・データを取り自分の糸巻き車について巻く回数が1回増えるごとに何cm進むかを調べる ・何回巻けば勝てるか考える ・ゲーム ・各班で勝った人の考え方を発表し確認する 	<ul style="list-style-type: none"> ・具体的に巻く回数と進む距離の関係をつかむ方法を考えさせる ・生徒から意見が出るように示唆 ・データ用紙を配りデータを2回取って考えさせる ・ゴムの巻き残しを注意する ・班毎に協力させる ・机の段差を注意する
<ul style="list-style-type: none"> ・プリントの問題を考える <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>プリント</p> <p>ある回数以上巻くと動き出す糸巻き車がある。この糸巻き車は巻く回数を1回増やすことによって動く距離も一定量増える。</p> <p>この糸巻き車を 5回 巻いたところ 20cm 動いた</p> <p> 10回 巻いたところ 50cm 動いた という</p> <p>この糸巻き車について次の問いに答えなさい</p> <p>問題1 15回巻くと何cm動きますか？</p> <p>問題2 12回巻くと何cm動きますか？</p> <p>問題3 170cmで止めるには何回巻けばよいですか？</p> <p>問題4 100cmで止めるには何回巻けばよいですか？</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・プリントの解答の確認 	<ul style="list-style-type: none"> ・正答は出さず違う考え方を次回の導入とする ・予想される解答 問題1 60cm, 70cm, 75cm, 80cm 問題2 48cm, 58cm, 60cm, 62cm

- ⑦ 評価：・興味、関心を持って意欲的に学習に取り組めたか。
- ・糸巻き車の巻く回数と進む距離の間の関係を利用できたか。
 - ・ゲームに勝つための工夫の中に関数との関わりがあることを理解できたか。

IV 授業のまとめ

1 アンケートの集計 (生徒36名)

- ① 今日の授業を終えてどのような感想を持ちましたか？

「面白かった。」

「糸巻き車1つでも深く考えてみると色々なことが分かった。」

「最初は数学とどうつながるのか分からなかったが、やっていくうちに分かってきて、遊びながら勉強になって楽しかった。」

「このように実際にやってみた方が分かりやすいと思った。」

「糸巻き車1つで数学のことができたのが意外だった。」

- ② あなたはゲームに勝つためにどのような工夫をしましたか？ (できるだけ具体的に)

「だいたいの予想をして巻き数を決めた。」

「1回巻くと何cm進むかを求めて何cmでは何回巻けばよいか決めた。」

「データをもとに巻き数を考えた。」

- ③ あなた方がゲームに勝つために行った工夫のうち、いくつかのものには関数とつながりのあることが分かりましたか？ (該当するものに○をつけなさい)

ア 分かった (55.6%)

イ 分からない (22.2%)

ウ どちらともいえない (22.2%)



2 考察

- ① 数学が得意な生徒も不得意な生徒にとっても興味を持って「やってみよう」という気持ちを起こさせるねらいに関しては、アンケートの質問①でも明らかのようにほとんどの生徒が「楽しかった」という内容に近い表現で感想を記している。
- ② 糸巻き車という比較的なじみやすく動きが目に見える教材を授業に取り入れることにより、導入の初期の段階では、アンケート①「最初は数学とどうつながるのか分からなかったが、」「糸巻き車1つで数学のことができたのが意外だった。」などから、生徒に「糸巻き車が数学とどのような関係があるのか」という素朴な疑問・関心を持たせることができたと考えられる。
- ③ ゲームに勝つための工夫を試行錯誤する中で、生徒自らが実際に実験することで巻き数と進む距離の関係に気づき、その関係を確認するためにデータを取りアンケート②の「データをもとに巻き数を考えた。」「1回巻くと何cm進むかを求めて何cmでは何回巻けばよいか決めた。」など、データを有効に活用することができたと考えられる。
- ④ データを取る際に生徒の机を用いると移動距離が短くなるため正確な結果を得ることが困難であったり、気温の関係で糸巻き車の動きが鈍くなったりすることもあるので、状況設定を考慮する必要があると思われる。
- ⑤ 糸巻き車の巻く回数と進む距離の関係に対して比例関係と誤解する生徒がおり、先の一次関数の変化の割合の考え方と対比させることにより、その類似性と違いをはっきりと確認させる授業のきっかけができた。その中で比例が一次関数の特別な場合であることも生徒にはスムーズに浸透するものと期待できる。

V 参考指導案

以上、糸巻き車を利用して一次関数の授業内容に興味を持たせる工夫を授業実践として記録したが、この研究を進めるにあたり私たちの班が考えた他の分野での工夫を以下に紹介する。

【指導事例1】 第1学年「正負の数」

→トランプを用いて数学的活動を重視した指導事例

【指導事例2】 第1学年「正負の数」

→ゲーム形式による計算練習の指導事例

【指導事例3】 第3学年「三平方の定理」

→視覚的操作を通して三平方の定理を確認する指導事例

【指導事例4】 第3学年「確率」

→コイン3枚を用いた実験による「同様に確からしい」事象の指導事例

簡単な題材の特徴と指導事例ではあるが、数学の授業に生徒を引きつけるにはこのような小さな実践の積み重ねが重要と考える。指導者の個性に応じて展開を工夫し実践していただきたい。

【指導事例1】 第1学年 「正負の数」

1. 指導の工夫
 - ① ゲーム形式を取り入れることで、主体的に学習に取り組めるようにする。
 - ② 身近な内容を題材とすることで、興味・関心を高めさせる。
 - ③ 競争意識を持たせることで、単調になりやすい計算練習を、意欲的に取り組めるようにする。
2. 本時の目標
 - ① 正負の数の加法・減法に意欲的に取り組むことができる。
 - ② 正負の数の加法・減法の計算に習熟させる。
3. 指導事例

ゲームのルール

 - ・1班(4～5人)を1グループとする。
 - ・トランプを利用し、ポーカーの要領でゲームを行う。
 - ・黒のカードを正の数、赤のカードを負の数、ジョーカーを0と考える。
 - ・手持ちの5枚のカードの合計を求め、得点の最も多い者を勝者とする。
 - ・カードを交換できる回数は、最大3回までとする。
 - ・ルールを変え、5枚のカードの合計が最も少ない者を勝者とする。(または合計数が0に最も近い者を勝者とする。)
4. 評価
 - ① 正負の数の加法・減法の計算に習熟できたか。
 - ② 正負の数の加法・減法に対して、意欲を持って取り組めたか。

5. 指導案

指導内容	留意点
<ul style="list-style-type: none"> ・トランプのポーカーのやり方を確認する ・ルールの確認をする 	<ul style="list-style-type: none"> ・5枚の合計数の計算方法を確認させる
<ul style="list-style-type: none"> ・班を作り、ゲームを行う ・記録用紙に結果を記入する ・得点を多くするために <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">赤のカードを捨てる 黒のカードを持ってくる</div> <ul style="list-style-type: none"> ・ゲームを中断し、計算方法の確認をする ・得点計算の方法をかえ、ゲームを続ける 	<ul style="list-style-type: none"> ・自分の合計数を計算し他の班員の合計数も全員で確認する ・どのように工夫すれば高得点になるかを考えさせる ・計算の簡単な方法を確認させる(黒の合計と赤の合計の差を考える) ・計算の考え方は変わらないことを確認
<ul style="list-style-type: none"> ・正負の数の加法・減法の計算方法について確認する <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">加法：カードを持ってくる 減法：カードをすてる</div>	<ul style="list-style-type: none"> ・ゲームを終了させ、ゲームの約束を意識させながら加法・減法について整理する

【指導事例2】 第1学年 「正負の数」

1. 指導の工夫 「ゲーム形式による計算練習の指導」
 - ① 計算練習を、ゲームを取り入れることにより意欲的に取り組めるようにする。
 - ② 様々な式を取り入れる、計算式の性質を確認をさせる。
 - ③ ゲームに勝つために、工夫させ、計算の必要性を感じさせる。
 - ④ 互いに教え合うことができるようにする。
2. 本時の目標
 - ① 意欲的に、楽しく計算練習をさせ、計算力を身につけさせる。
 - ② 教え合うことで、計算力を上げ、教え合う雰囲気育てる。
3. 指導事例
 - ① ゲームのルール
 - ・1班(5～7人)を1グループとする。
 - ・-10～+10の整数を書いたカードを各自1枚ずつ、21枚用意する。5人の班では、 $21 \times 5 = 105$ 枚となる。
 - ・まとめたカードを、よく切り重ねて置き、上から順番に1枚ずつ引く。
 - ・引いたカードを次の計算式にあてはめる。

【式1】 (1枚目) + (2枚目)

 ※以下、1枚目を「1」、2枚目を「2」と表す。
 - ・計算した値を比べ、1番大きい値の人がカードを全部もらう。
 - ・同様のゲームを、以下の【式2】～【式5】で繰り返す。

【式2】 (「1」+「2」) × 「3」

【式3】 (「1」-「2」) ÷ 「3」

【式4】 「1」+「2」×(「3」+「4」)

【式5】 (-「1」+「2」)+ (「3」)²
 - ・【式1】～【式5】まで終わった段階で、持っているカードの多さで勝負を決定する。
 - ② 互いに相手の手が、どうなっているか、考えやすくするためにカードを置くシート(計算式を書いたもの)を使用する。
 - ③ 後で確認できるよう、自分や互いの計算式を記録しておく。

◎式によっては、最後に大逆転する場合もある。

また、大小に関わらず、絶対値の大きいものを引けばよいこともある。

② 指導案

	指導内容	留意点
導入	<ul style="list-style-type: none"> ・復習テスト【式1】～【式5】を使用した計算 	<ul style="list-style-type: none"> ・後のゲームで使う計算式の計算を確認させる。
展開	<ul style="list-style-type: none"> ・何も書いていないカードを配り、数値を記入させ準備をする。 ・ゲームの説明 	<ul style="list-style-type: none"> ・カードを作ることにより全員の気持ちをゲームに向ける ・黒板にて、実際にやってみせながら説明する。【式1】～【式5】の計算式を示す。 ・周りの者も見易いような位置に置かせる。 ・机間巡視にて、全体がルール通りに行えるよう指導し全体の足並みをそろえるため、【式1】～【式5】の開始を指示する。
閉	<ul style="list-style-type: none"> ・カードを置くシートを配る。 ・ゲーム開始 	
まとめ	<ul style="list-style-type: none"> ・ゲーム終了 ・ゲームの結果の確認 	
	<ul style="list-style-type: none"> ・計算式の性質を説明し計算方法を確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・場合によっては、以下の間を考えさせる。

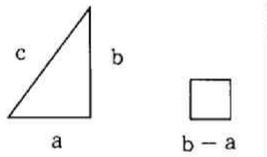
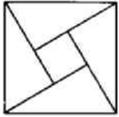
【問】

- ・【式1】～【式5】の式において、一カ所に+10を置いたら、何枚目が1番に有効と考えられるか。
- ・【式4】の式に対し、4つのカードを与え、どのような順番であったら、最も大きくなるか。

【指導事例3】 第3学年「三平方の定理」

1. 教材観 中学校の第1・2学年で扱ってきた数学的な推論に関する能力を伸ばすと共に、図形についての計量に関する性質を理解することにより、見通しをもって論理的に考える力を身につけることができる教材であるとする。
2. 工夫 パズル的な操作を取り入れることにより、どのようにすればよいかを考えさせるとともに、視覚に訴えかけることで自然に理解できるように考えた。
3. 目標 三平方の定理を指導する際、特に気をつけなければならない点の一つに直角三角形の直角をはさむ2辺の長さをa, b, 斜辺の長さをcとすると、それらの間に $a^2 + b^2 = c^2$ なる関係が成り立つといった結果だけを子供たちが丸暗記してしまうということがあげられる。しかしながら、a, b, cの関係を論理的に思考するといった点については、なかなか身につけていないように思われる。そこで、ここでは三平方の定理が、どのようにして導き出されているのか、また、なぜにこのような関係が成り立っているのかを、視覚的に理解し、定理の定着を図ることを目標とした。

4. 指導計画

指導内容	学習活動	留意点
・三平方の定理	<p>Q1. 次の直角三角形4枚と正方形1枚をすき間なく並べて、正方形を1つ作りなさい。</p> 	<p>・正方形1辺 = $b - a$</p> 

【指導事例4】 第3学年「確率」

1. 教材 コイン3枚(1枚目は「表に1」「裏に0」を記入
2枚目は「表に2」「裏に0」を記入
3枚目は「表に3」「裏に0」を記入)
2. 指導の工夫 「同様に確からしい」事象を的確に指摘できる基本的な能力をしっかりと身につけるために、確率の種類(統計的確率と数学的確率)の学習の後に、「コイン投げ」の体験的授業を4時間扱いで考えた。
第1時でコイン1枚(表1裏0)を使い、1と0の目の出方を30分程個人データを取らせ、クラスの合計から相対度数を計算し数学的確率へ結びつける。
第2時でコイン2枚(表1裏0と表2裏0)を使い、2枚の和の出方で同様にデータを取らせ、クラスの合計から相対度数を計算し数学的確率へ結びつける。
さらにコイン3枚(表1裏0と表2裏0と表3裏0)の和の出方について数学的確率を誘導的に予想させる。
第3時でコイン3枚を使った実験を行い、第4時で集計と相対度数の計算をさせる。ここで予想と大きく異なる「和が3」に着目し、和の種類ではなくコインの裏表が「同様に確からしい」事象であることを確認する。あわせて樹形図を使うと効率的に全体(場合の数)を把握できることを強調する。
3. 本時の指導(第4時)
 - (1) 目標
 - ① 「同様に確からしい」事象を的確に指摘できる
 - ② 樹形図により全体の場合の数を正確に把握できる
 - (2) 略案(授業の流れ)
 - ・前時の実験のデータ集計を班毎に行う
 - ・班の集計結果を代表が黒板に記入
 - ・黒板の結果をノートに写し、クラスの合計を計算する

Q2. Q1. で並べた直角三角形4枚と正方形1枚を同じようにすき間なく並べて、正方形2つ作りなさい

Q1. で作った図の面積 S_1 を式で表しなさい。

Q2. で作った図の面積 S_2 を式で表しなさい。

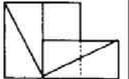
S_1 と S_2 について何かいえることはないですか。

↓

$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立っている。このことから、次のことがいえる。

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さをa, b, 斜辺の長さをcとすると

$$a^2 + b^2 = c^2$$
 が成り立つ。
 <三平方の定理>



・ $S_1 = c^2$

・ $S_2 = a^2 + b^2$

・ S_1 と S_2 は等しい。

*前々時の予想と今回の結果を考察しよう

和	確率
0	1/7
1	1/7
2	1/7
3	1/7
4	1/7
5	1/7
6	1/7
計	1

和	相対度数
0	0.125
1	0.125
2	0.125
3	0.250
4	0.125
5	0.125
6	0.125
計	1.000

目	確率
0	1/2
1	1/2
計	1

和	確率
0	1/4
1	1/4
2	1/4
3	1/4
計	1

※上記2つの結果から和の種類で均等になる左の予想をさせている

「和が3になるのが他に比べて2倍近く多い」

「他はみんな同じくらいである」

「和が3になるのは、(0,0,3) (1,2,0) の2つ」

→実験の中で気が付く生徒が数名いる

*和0~6は同様に確からしいといえるだろうか

・いえない

・同様に確からしいのはコインの表裏

・0と1, 0と2, 0と3がそれぞれ同様

*和の種類だけでは確率を計算できないネ

・コイン1枚の場合0と1

・コイン2枚の場合(0,0) (1,0) (0,2) (1,2)

・コイン3枚の場合(0,0,0) (1,0,0) (0,2,0) (0,0,3)

(1,2,0) (1,0,3) (0,2,3) (1,2,3)

※これを要領よく表した図が「樹形図」である

*数学的確率の計算で注意することは?

・同様に確からしいのは何かを考える

・樹形図を書いて全体がどのようになるか考える

VI 研究のまとめ

研究のねらいに沿って、まとめてみると次の通りである。

○ 「身近な内容を題材とした、生徒が興味を持つ教材の工夫」

ゲーム形式やパズルという課題を設定することにより、日常の数学の授業ではあまり興味を示さない生徒でも自ら進んで課題に取り組む姿が見られた。また数学とは無縁であるような自然現象や社会現象の中から数学的な法則を見いだすことにより、「数学の有用性」を実感として生徒に納得させることができた。

○ 「作業やゲームを通して、生徒が意欲的に取り組む指導の工夫」

実物を使った実験などを通して「やってみよう」という気持ちを持たせ、数学的に考えることの大切さを生徒に分からせることができただけでなく、生徒の主体的な思考を促すことができた。また班で協力して活動を行うことで、生徒の考え方の幅が広がり楽しく意欲的に取り組んでいた。

○ 「興味を持ち、意欲的に課題を解決することにより、数学的知識を身に付ける」

私たちは「基礎学力」を身に付けるということはただ問題を処理できることを意味するのではないと考えた。基本を「数学を学習しようとする姿勢・態度・環境・興味・関心」、基礎を「数学を学習するにあたり必要な知識・概念・原理・法則」ととらえ、これら基本と基礎を合わせたものを「基礎学力」と考えた。生徒が興味・意欲を持ったことで数学に対する積極的な姿勢・態度が見られ、さらに問題解決を試みた際に筋道を立てて問題を解決することができていた。

VII 今後の課題

〔有効性〕 ゲームや作業を通して授業を行うことは、生徒の興味・関心を引くために大変有効な手段である。しかしながら、授業は学力をつけることが目的であるから、楽しい遊びだけで授業を終わらせるべきではない。ゲームや作業を通しての授業をどのような場面で使えば効果が上がるか。また、より有効となる使い方・場面設定を考えていかなければならない。

〔継続性〕 授業中の生徒の反応を見る限り「これが数学に関係あるのか」という驚きや感動の声がある。今回の授業の工夫が生徒にとって数学を遠い存在から身近な存在へと変換させた証明として見て取れる。授業後の感想にある「楽しかった」という言葉を私たちの努力の糧とし、今後の授業においても生徒に数学を身近なものとして考えさせられるよう、意欲の持てる授業への工夫を怠らないようにしなければならない。

〔系統性〕 今回の糸巻き車の授業においては、導入で具体的な動きを観察させる工夫をした。これはデータを取ることや巻く回数と進む距離の関係を見つけだす糸口として大変有効であったと考える。今後この題材を応用して「変化の割合」や「変域」などの続く授業に利用していくことを考えたい。つまり1つの題材を1時間のみで終わらせるのではなく、系統的に扱っていく工夫をしなければならない。

〔柔軟性〕 今回の事例は私たちの班が考えた指導の流れであり、当然別の展開も工夫できるはずである。また課題学習として扱うことも可能であると考えられる。

コンピュータを自ら活用し、意欲的に取り組む図形の授業の工夫 (2班)

I 主題設定の理由

生徒に図形の学習が嫌いな理由を聞くと、「証明ができないから」「図を書くのが面倒くさいから」という答えが返ってくる。証明をするにも作図をするにも、一つ一つの図形の性質が理解できていることが前提になる。それが不十分であれば、図形の性質を組み合わせて自分の考えを進めていく過程で、様々な壁にぶつかってしまう。このため図形の学習、特に証明においてつまづく生徒が多く、それによって学習意欲や関心も薄れてきている。見通しを持って考え、それが正しいかどうか試行錯誤して確かめていくことにも消極的である。

そこで、図形の学習に少しでも関心・意欲をもって取り組めるように、授業の中にコンピュータを使った作図や操作を取り入れることを考えた。作図用ソフトウェアを使うことによりコンピュータ画面の中で、与えられた条件で図を描いたり、図形を変形したり、変形する中で点や図形の連続的な動きを見ることが簡単にできるようになる。これが図形の性質の理解に役立つと考える。

図形の分野では、1年生で基本の作図を学習するが、論証を学ぶ2年生以降は必要な図は最初から与えられていることが多く、自分で図を描くことが少なくなる。つまり、すでに複雑に描かれた図を見ながら、一つ一つの条件や性質を確認する作業が必要になってくる。この段階で考えることをやめてしまう生徒は多い。簡単に作図ができる環境を用意できれば、自分で点を取り線を引くことから始めて、条件や性質を確認しながら点や線を描き加え、最終的に設問にある複雑な図へと至る過程も理解可能である。少なくとも、図を見ただけであきらめてしまうことはないであろう。また、点を動かし図形を変形することは、黒板やノート・教科書を使う今までの一般的な授業の中で、簡単にはできなかったことである。コンピュータを使うことで、例えば三角形の頂点を動かし、その形を自由に変えることができるのである。さらに、作図の際に条件(平行、垂直、中点、内分点、二等分線等)を指定すれば、その性質を保ったままの変形も可能である。与えられた図形を自由に変形することができ、さらに点や図形の連続的な動きを自分の目で見ることができれば、様々なケースで試行錯誤が可能になり、その図の持つ特性を理解するための大きな手助けになると考えられる。

コンピュータを利用して、自分で図を作り、自分で動かしてみようという生徒自らの主体的な活動を授業に取り入れることで、内容の理解を確実なものにし、図形の学習におけるつまづきを解消できる。そして、試行錯誤することへの積極的な姿勢を取り戻し、考えることの楽しさを知ることができれば、図形の学習に意欲的に取り組むことができると考え、本主題を設定した。

II 研究のねらい

- 1 コンピュータを用いることで、図形に関する興味・関心を高める。
- 2 点や図形の連続的な動きを視覚的にとらえることで数学的な見方や考え方を育てる。

Ⅲ 研究の内容

1 教材及び環境について

本研究で使用するソフトウェアとして、次のような機能を備えたものが必要であると考えた。

- (1) マウスだけで簡単に直線や円が描ける。
- (2) 定規，コンパスを実際に使用している感覚で作図が出来る。
- (3) 三角形，四角形の面積を測定できる。
- (4) 点を動かすことで図形を変形することができる。
- (5) 与えられた条件を満たす点を軌跡として描ける。
- (6) ファイルの作成，保存が容易である。

生徒が自由に操作でき，多様な考え方を引き出すことができるという点を考慮し，上記のような条件を満たすソフトウェアの中から，今回は図形ランチBOXを使用した。

コンピュータ室の環境も教室内ネットワークが充実していれば，ある生徒の画面を他の生徒に転送したり，教師の作業画面を提示することができ，理解を深める手助けとなる。また，プロジェクタがつながっていれば，大画面を見ながらコンピュータを操作することができ，自分の考えを膨らませることができ効果的である。

2 指導計画

- (1) 単元名 平行線と面積（等積変形）
- (2) 時間 第1時…等積変形の導入（本時）
第2時…等積変形の応用
- (3) 目標 面積を変えないで多角形を変形すること
- (4) 展開

◎…関心・意欲・態度，○…数学的な考え方，□…表現・処理，△…知識・理解

学習の流れ	生徒の活動	評価・配慮事項
START		
本時の目標	本時の目標を確認する。	
*課題・プリント 四角形DBEFと面積が等しい四角形DBEGを求める		※この問題は、考えさせるだけで結果は求めない。
*課題・コンピュータ 点Gを画面に打ちDG、EGを結ぶ	*課題 グリッドを手がかりにして面積を計算し、点Gをグリッド（縦横の点線）の格子点に打つ。 測定機能を活用することにより四角	◎興味をもって取り組んでいるか。 ※できるだけ時間を与えて、生徒に考

* 発問
 どんな所に点Gを取ればよいか考えさせる

* ヒント
 面積が同じ作図の転送をしたり、点Hを追加したりして考えさせる

何か気付いたか

対角線DE結び、直線FGを引く

* 発問
 さらに何か気付かないか考えさせる

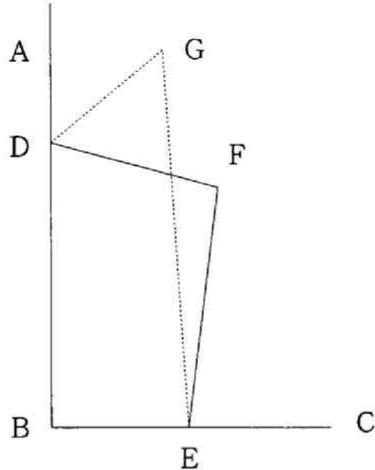
* ヒント
 点Hを直線FG上で動かして、考えさせる

何か気付いたか

$\triangle EDF = \triangle EDG$
 ならば
 $DE // FG$

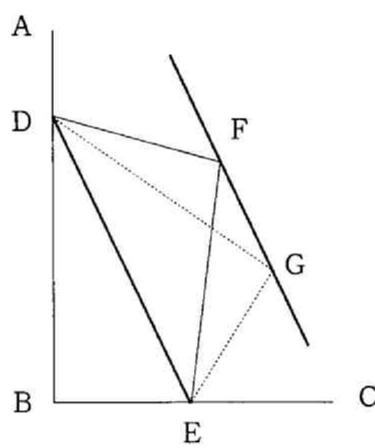
* 課題を再度発問

形DBEGの面積を表示しながら、点Gを動かして考える。



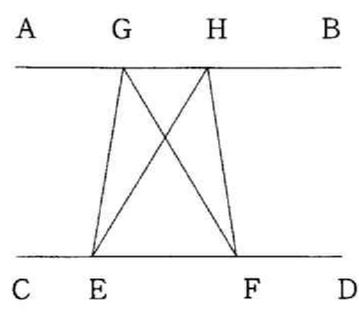
$\text{四角形DBEF} = \text{四角形DBEG}$

点Hを追加するなど、試行錯誤する。



$DE // FG$

$\triangle EDF = \triangle EDG$ となる点Gをどの位置にとればよいかを考えることで、平行線と三角形の関係を導く。



えさせ、結論付けを急がないで、生徒の自由な発想を引き出す。

※すぐに答えが出てしまうので、点の軌跡がでる機能は使用しない。

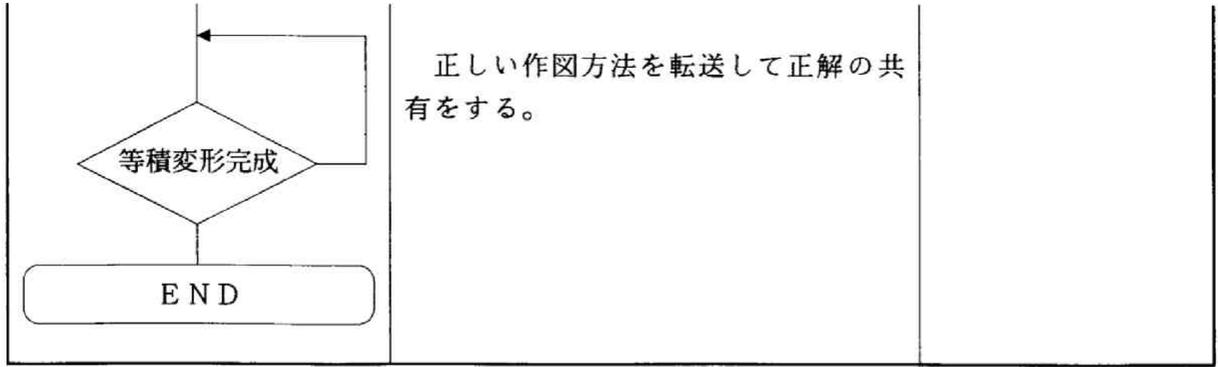
○対角線を引けたか。

□四角形から四角形への等積変形ができたか。

○不変・可変な三角形に気付くことができるか。

※ヒントを出し、平行線の存在を生徒に気付かせる。

○平行線の存在が見えたか。



3 授業の工夫

ファイル 1

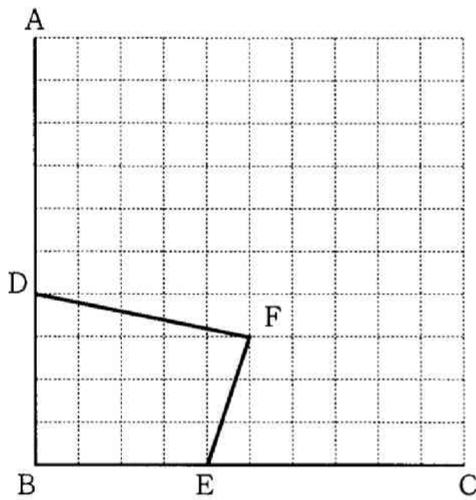
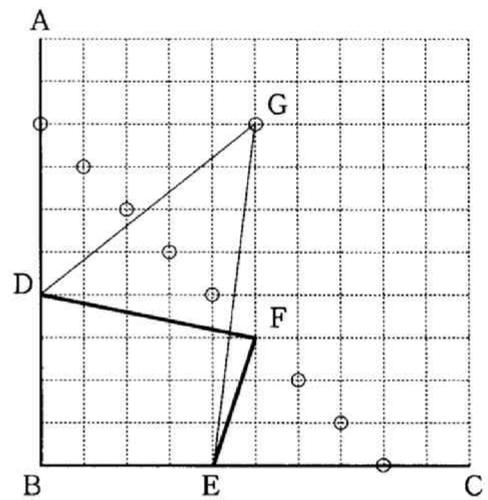
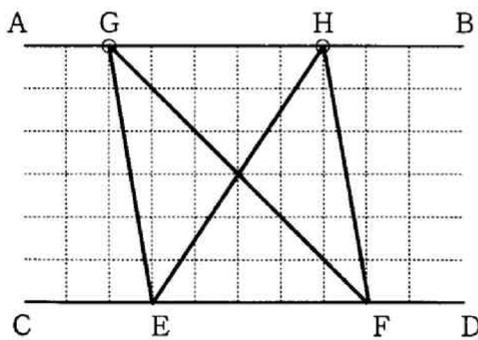


図 1



ファイル 2



- (1) 導入の図形を四角形とした。(＊課題・ファイル1)
- (2) 面積が計算できるようにグリッドを表示した。(ファイル1・2)
- (3) 設問の意味を理解し、解答への手がかりをつかませるために点を動かす機能を使った。
- (4) 教室内ネットワークを有効に利用するために、複数の教員で授業を行った。

四角形の等積変形の授業は、平行線と三角形の面積の関係（ファイル2）を教えるから、その応用という形で進めることが多い。今回の授業は、導入の設問（*課題）の中で取り扱う図形を四角形にすることで、平行線と三角形の面積の関係も、この設問を考えていく過程で生徒から導き出そうとするものである。

ファイル1を開くと、四角形DBEFとグリッドが表示される。生徒は自分で点Gをとり、四角形DBEG（図1）を作る。点を動かす機能を使って点Gを移動すると、四角形DBEGは点Gの動きとともに形が変わっていく。もとの四角形に比べて視覚的に明らかに面積が大きなものや小さなものも確認できるため、設問の意味が明確になる。プリントの段階では手が動かなかった生徒も、設問の意味を理解し点Gを動かす始める。

設問を理解した生徒が点Gの位置を考える際に、具体的な面積計算がその手助けになると考え、ファイル1にはグリッドを与えておいた。また、点Gができるだけ多くの場所（図1・○印）に取れるように、四角形DBEGを設定した。

さらに、プロジェクタを使い何人かの生徒の画面をスクリーンに映し出すことで、点Gが複数の場所を取れることがわかるようにした。

授業の展開としては、点Gを動かすことで2つの四角形に共通な面積不変部分（ $\triangle DBE$ ）を見つけ、問題解決のポイントは $\triangle EDG$ の面積にあることに気付かせる。次に $\triangle EDF = \triangle EDG$ となるには点Gをどの位置にとればよいかを考えさせ、生徒の考えの中から平行線と三角形の面積の関係を導くことを目指した。

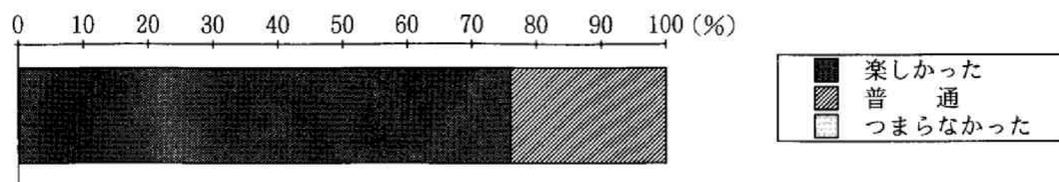
ファイル2は、生徒から出てくる平行線と三角形の面積の確認するために使用する。ここにもグリッドを用意し、面積の計算からも $\triangle EFG = \triangle EFH$ が理解できるようにした。また、点Gや点Hを平行線上で動かして見ることで、三角形の等積変形のイメージが強く印象に残る。最後にプリントに戻り、作図を完成させる。必要があれば、教材提示装置を用いてスクリーンに模範解答を示すこともできる。

なお、生徒の画面の確認や転送、全員へのコンピュータ操作の説明や模範解答提示などに教室内ネットワークを有効に活用するため、複数の教員で授業を進めた。

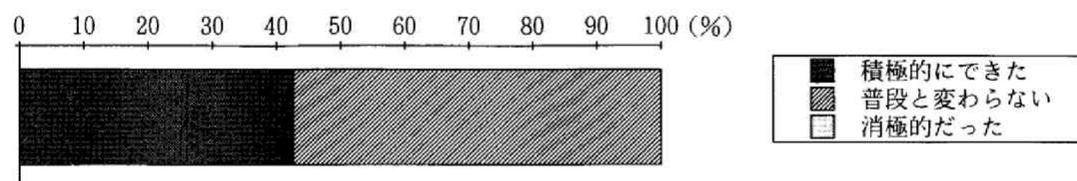


4 アンケート集計結果

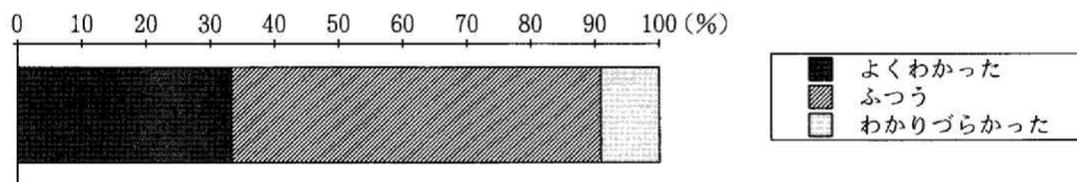
(1) 授業は楽しかったか？



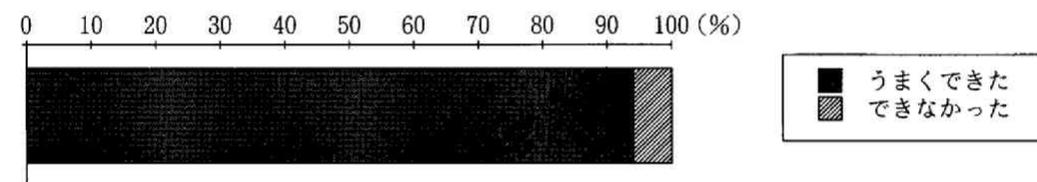
(2) 授業に積極的に参加できたか？



(3) 授業の内容は理解できたか？



(4) コンピュータの操作はうまくできたか？



(5) (4)で、できなかった人と答えた人は、できなかった操作すべてに○を付けてください。

ファイルを呼び出すこと 1名

面積を測定すること 1名

(6) 今日の授業の感想を書いてください。

この感想を書いてもらった所、9割強が好意的な感想を書いてくれた。

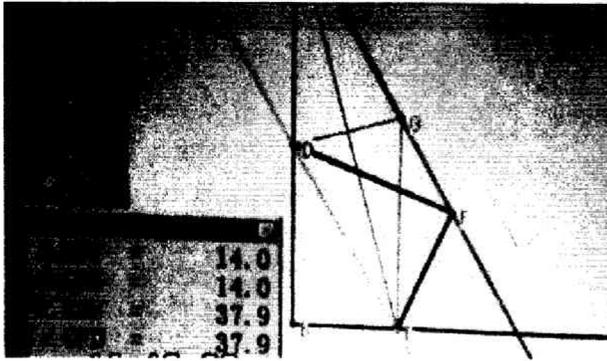
その中には、

*簡単に線が引けて、簡単に操作できるから、とても良かった。

*移動やその他の説明など、自分たちで調べることができたから、納得いくところがいっぱいあった。

*いろいろな考え方ができた。

*考えさせられて楽しかった。



IV 研究のまとめ

研究のねらいにそって、まとめてみると次の通りである。

1 について

コンピュータを活用することで、定規やコンパスを使うよりも、簡単に線を引いたり、図を作ることができたので、生徒は楽しく課題に取り組んでいた。また、自分の手で自由に点を動かすことができたので、生徒自身が試行錯誤を繰り返す中、面積が等しくなる点をひとつではなくいくつか発見をすることができた。さらに、プロジェクタを活用することで、自分の画面だけでなく他の生徒の画面も見ることができた。その結果、他の生徒が点を動かした様子や考え方も知ることができ、自分と同じ考え方の生徒に共感したり、異なる考え方を学ぶこともできた。

このようにコンピュータを活用することで、生徒が楽しく授業に参加したこと、発見の喜びを感じたことは大きな成果であった。生徒一人一人の考え方を取り上げたことが学習への興味・関心につながった。

2 について

点や図形の連続的な動きを視覚的にとらえることで、黒板やノートではイメージだけで見えにくかったものがはっきりと見えてくるようになった。今回の授業では、点を自由に動かしていく中で、三角形の面積の変わる部分と変わらない部分があることや、作図の際に補助線となる対角線の存在がはっきりと見えてきた。また、これらの発見から、四角形の面積が等しくなる点の集まりは、対角線に対して平行な直線になるのではと考え、確かめ、その考えをもとに自ら作図方法を見つけ、問題解決へと結びつけていった。試行錯誤を繰り返す中で、生徒自らがその図の持つ特性を発見することができる。それが、自分の力で考えて行くことの手がかりや手助けとなる。数学的な見方や考え方を育てる上で、コンピュータの活用は有効であった。

V 今後の課題

- 1 今回の研究では、コンピュータの活用は図形領域において効果的であると考え、作図ツールにより授業を展開した。コンピュータの作図機能や変形機能、測定機能を用いて、黒板やノートでは見えにくい線が見えやすくなるように工夫をした。しかし、他の図形領域においても広く活用できる汎用性があるので、図形領域全般にわたる効果的な活用方法についても、今後研究を深めていく必要がある。
- 2 視覚的にとらえられることで、作図をせずにコンピュータの画面上の操作から、求める点が取れるため、実際の作図に結びつかなかったり、証明の必要性を感じなかったりする生徒もいたので、指導方法に工夫が必要であると考えます。
- 3 思考の手助けをする道具なので、自由に使いこなすには、ある程度の練習時間が必要である。できれば、1年生の図形の授業から使い始めることが望ましい。
- 4 コンピュータを活用する上で、教室内ネットワークの整備は効果的であると考えるので、今後さらに研究を進めていく必要がある。

生徒が意欲的・主体的に取り組む選択授業の工夫（3班）

I 主題設定の理由

必修教科と比べ、ひとつのことにじっくり取り組めるのが選択教科のよさのひとつであり、より意欲的・主体的な授業が展開できるはずである。その考えのもと、この研究に取り組んだ。

選択教科は各学校の実態や生徒の特性、興味・関心に応じられる時間である。しかし、使用教室や指導教師の関係で、それらに対応しきれていないという声もある。

また、中学3年生ともなると、「習熟の程度に開きがある」、「入試に向けて補習的な内容が求められている」といった点も問題としてあげられる。

必修教科においては、すべての生徒を対象として、共通の内容を履修させている。そこで、さらに興味・関心が生まれる生徒もいるが、それに対してじっくり取り組ませることは、授業時間の確保の点などからなかなか難しい。

この現状を踏まえ、選択教科では、「数学を希望した生徒が集まっている」、「自ら課題を持ち、その解決に向け、それぞれのペースで多くの時間をかけて取り組める」などのよさを生かし、必修教科との関連を図ることにより、必修教科で学んだ数学的な考え方や知識が、さらに深化・発展することを実感させたい。

そのために、学習内容の精選や授業展開の工夫を研究することで、一人一人の特性や個性を生かし、生徒が楽しみながら主体的に学習に取り組める選択授業を目指し、本主題を設定した。

II 研究のねらい

生徒が意欲的・主体的に選択授業に取り組むために、次の3点をねらいとした。

- (1) 生徒が意欲的・主体的に学習に取り組み、数学の見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。
- (2) 自ら考え、自ら学ぶ力を養い、学習の楽しさを体験する。
- (3) 選択教科を通して、必修教科の内容をさらに深化・発展させる。

III 研究の内容

(1) 学習指導案

- ① 題材名 「傘が倒れるとき、傘の中心が集まってできる図形」
- ② 題材設定の理由

日常的な現象の中から題材を選び、予想や実験を通して、自ら課題に取り組む姿勢を育くむとともに、その課題を解決するためには、必修教科で学習した数学的な知識や考え方を利用できることに気付かせる。さらにその内容を深化・発展させることで、数学を学ぶ楽しさを体験させることを目的とし、本題材を設定した。

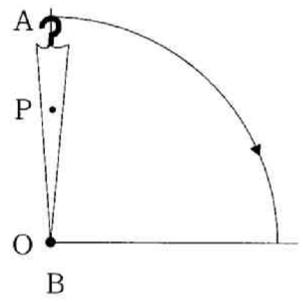
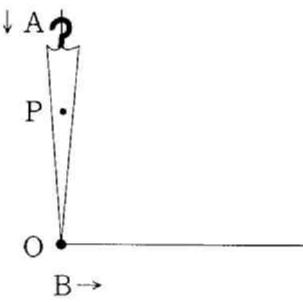
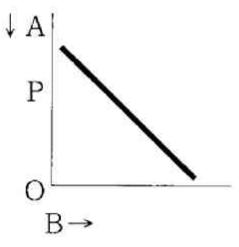
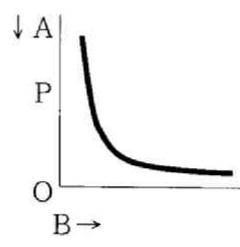
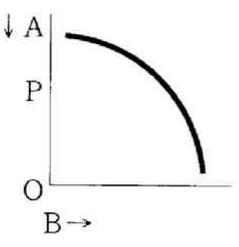
③ 指導の工夫

- ア 予想や実験を取り入れ、生徒が主体的に学習に取り組めるような授業展開をする。
- イ 課題解決に向け、いろいろな見方や考え方を導き出すため、班活動を取り入れる。
- ウ 学習内容をさらに進めた課題を与え、理解や興味・関心の深化・発展を図る教材教具

を用意する。

- ④ 本時の目標
- 傘の倒れ方について、興味を持って取り組む。
 - 予想や実験を通して、自ら考える。
 - 必修教科の学習内容を利用して、論理的に説明し、その内容をさらに深める。

⑤ 本時の展開

指導内容・学習活動	留意事項
<p>• 平行四辺形のまとめプリント配付 平行四辺形になるための条件，辺や角，対角線についての性質を復習確認する。</p>	<p>• 直角三角形の斜辺の midpoint から 3 頂点までの距離について説明</p>
<p>• 傘の倒れ方（2通り）について midpoint P の軌跡を考える。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>課題 1</p> <p>① 傘の midpoint の軌跡 I について予想</p> <p>② 傘の midpoint の軌跡 II について予想と実験</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>軌跡 I</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>軌跡 II</p>  </div> </div> </div> <p>※ 軌跡 II で予想される解答例</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <p>ア) 直線型 (右下がり)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>イ) 双曲線型</p>  </div> </div> <div style="margin-top: 10px;"> <p>ウ) 円弧型</p>  </div>	<p>課題 1</p> <p>① 簡単に確認</p> <p>② 2通りの傘の倒れ方の違いが，生徒に分かるように詳しく説明</p> <p>• 生徒に予想させるだけにとどめる。</p>

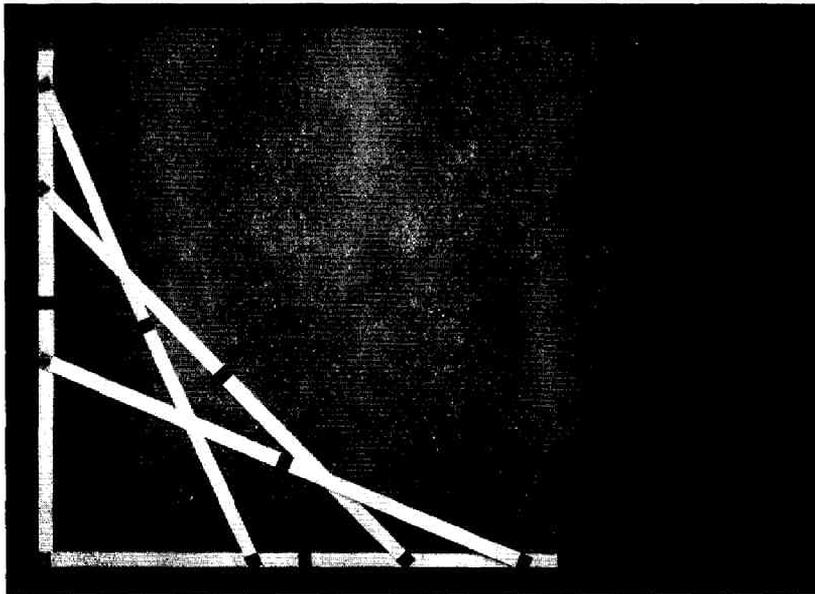
- 課題1の軌跡Ⅱについて、中点Pの軌跡が弧になることに気付かせ、その根拠を考える。

- 課題2
- ① 中点Pの軌跡Ⅱを実演（黒板で）
 - ② 予想を立てる
 - * 予想1 「弧である」
 - * 予想2 「OPが一定」
 - ③ 予想の根拠となる理由を、ワークシートを使い、班で考える

課題2

- ① 傘に見たてた紙テープを、傘が倒れる様子にあわせながら生徒に実演させる。

写真1



- 課題2の説明
- 座標板を使い、中点Pが円運動をすることを実演

- 2通りの傘の倒れ方で中点の軌跡が等しいことにふれる。

- 課題3 ABの4等分点Qの軌跡を予想
- * $AQ : QB = 1 : 3$

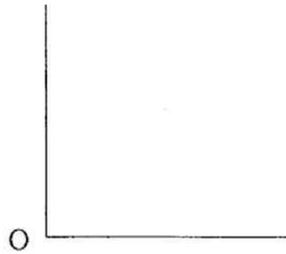
- 座標板を使い、4等分点Qが円運動をすることを実演

- 簡単に確認

ワークシート

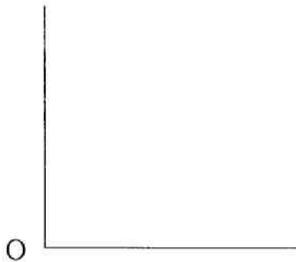
傘が倒れるときの midpoint が集まってできる図形

〔実験結果〕 実際に倒してみると、中点Pは図のように動いた。これを(1)～(5)のように、別々に考えて、中点Pと3点A, B, Oの位置関係を調べよう。

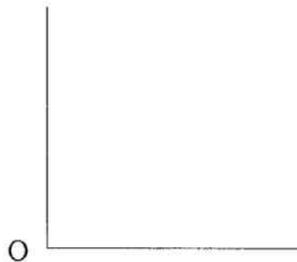


- * (1)～(5)に、 $AB = 4\text{ cm}$ として、指示通りに線を記入する。
- * (1)～(5)に、A, B, Pを記入する。

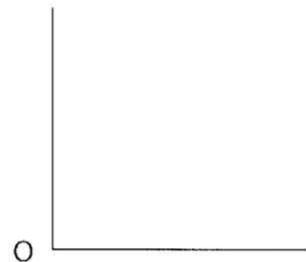
(1) 傘が立っている状態



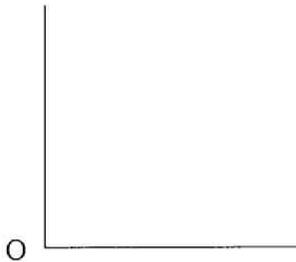
(2) 傘が少し倒れた状態



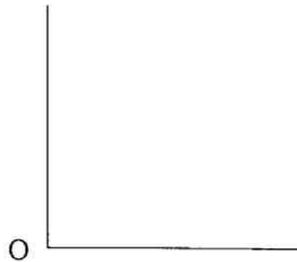
(3) 傘が 45° 位倒れた状態



(4) 傘がさらに倒れた状態



(5) 傘が完全に倒れた状態



⑥ 評価

- ・楽しみながら学習に取り組めたか。
- ・課題に対して、興味を持って主体的に取り組めたか。
- ・必修教科の内容をさらに深めることができたか。

写真2

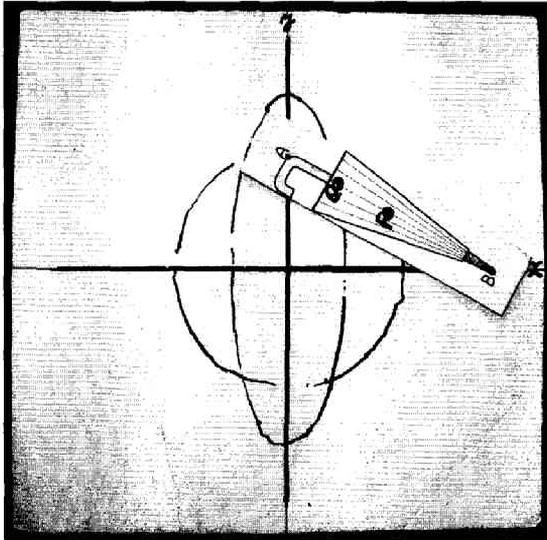
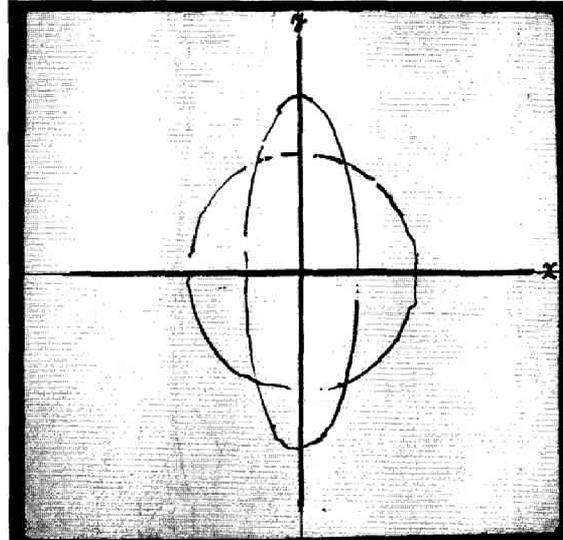


写真3

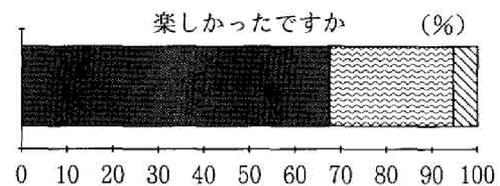


IV 授業のまとめ

1 授業後のアンケート集計 (37名)

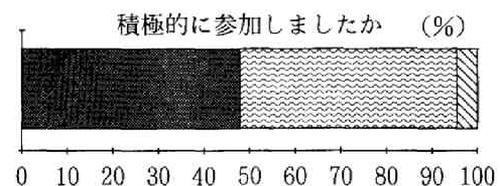
質問① 「楽しかったですか」

- | | |
|------------|-------|
| A. 楽しかった | 67.6% |
| B. 普通 | 27.0% |
| C. つまらなかった | 5.4% |



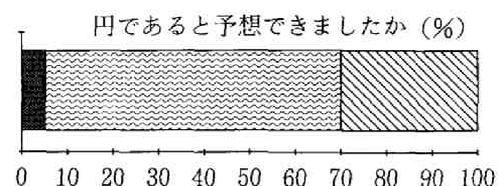
質問② 「積極的に授業に参加できましたか」

- | | |
|-------------|-------|
| A. 積極的に参加した | 40.5% |
| B. 普通 | 54.1% |
| C. 消極的だった | 5.4% |



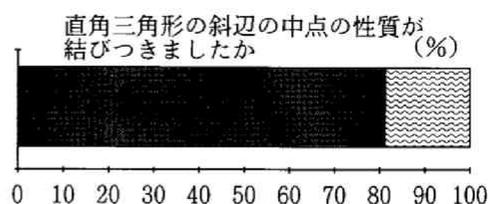
質問③ 「最初に中点Pの動きが円であると予想できましたか」

- | | |
|--------------|-------|
| A. 予想した通りだった | 5.4% |
| B. 予想したが違った | 64.9% |
| C. 予想できなかった | 29.7% |



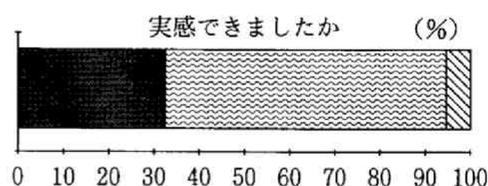
質問④ 「中点Pの動きが円であることと、
直角三角形の斜辺の中点の性質が
結びつきましたか」

- | | |
|-------------|-------|
| A. 結びついた | 81.1% |
| B. 結びつかなかった | 18.9% |



質問⑤ 「自分たちの生活の中に数学的に説明できることがあることを実感できましたか」

- | | |
|-------------|-------|
| A. 実感できた | 32.4% |
| B. 少し実感できた | 62.2% |
| C. 実感できなかった | 5.4% |



2 考察

- ・「傘が倒れる」ということは日常生活で起こりうることである。従って、2通りの傘の倒れ方に対する課題もイメージがわきやすく、身近な道具（ボールペン等）を使い実験をする生徒もおり、普段の授業よりも集中して興味を持ち、楽しみながら授業に参加していた。
- ・アンケート質問③の結果からもわかるとおり、予想していた点の動きと違っていた生徒が多く、実験結果の意外性が生徒に疑問をわかせる理由を探るきっかけを作ることができた。
- ・アンケート質問④の結果では、点Pの動きと直角三角形の斜辺の中点の性質が結びついている生徒が多かったことがわかる。これは授業の最初にプリントで「平行四辺形のまとめ」を復習した効果があったと思われる。しかし、このプリントなしで同じ課題に取り組んだ場合、同じような結果が得られるような工夫も必要かと思われる。
- ・予想や根拠を引き出す発問は、ほぼ適切であったと思うが、生徒がもっと時間的なゆとりをもって予想や考察ができるような授業展開の工夫をする必要があったかと思う。
- ・ワークシート上で線分の長さをとったり、中点を求める作業では、コンパスを用いた方が効果的で、作図の内容も取り入れることができたと思う。

V 研究のまとめ

身近で生徒の興味・関心をひくような題材を取り入れることや、生徒のちょっとした疑問、予想と結果の意外性などを授業展開に取り入れるといった工夫が学習への意欲や主体的な活動を引き出す大きな要因となる。

このような観点から「傘が倒れるとき、傘の中点が集まってできる図形」という題材を設定したことは、生徒が意欲的・主体的に学習に取り組むことにつながった。

座標板などの教具で実演すること、内分点の位置を変えることなどの授業展開の工夫で、生徒の中に新たな展開や発想の広がりを喚起することができ、学習の楽しさを体験することが可能となる。

今回の授業では、課題解決の糸口となるものが、今まで学習してきた必修教科の内容と深く関わっていることを実感させることができた。このような選択授業を展開することが、次の必

修教科学習への意欲へとつなげることができる。

VI 今後の課題

選択教科では、主題設定の理由にあげたような課題があるが、必修教科に比べ学習の進度や内容にとらわれることが少なく、時間的な制約も少ないので、生徒の自由な発想を引き出すような授業展開も可能である。

そのため、本研究のねらいを達成し、さらに充実させるためには

- ・生徒が興味・関心を持って取り組める
- ・創造性や数学の見方や考え方を育てる
- ・必修教科の内容を深化・発展させる
- ・生徒一人一人の特性に応ずる

といった観点から、題材を広い範囲から精選することや授業展開を研究することが今後の課題である。