

中学校

平成 11 年 度

教育研究員研究報告書

数	学
---	---

東京都教育委員会

平成11年度

教育研究員名簿 (数学)

班	区市町村名	学 校 名	氏 名
1 班	新宿区	東戸山中学校	高橋政人
	大田区	大森第八中学校	▷菅野哲郎
	世田谷区	砧南中学校	山内清一
	八王子市	梶田中学校	秋山真一
	利島村	利島中学校	◇斎藤圭祐
2 班	中野区	中央中学校	○司美樹
	杉並区	天沼中学校	▷宮本裕
	練馬区	開進第三中学校	豊田明
	昭島市	福島中学校	佐藤哲
	多摩市	東落合中学校	◇橋太造
3 班	足立区	東綾瀬中学校	金澤栄治
	葛飾区	常盤中学校	◇海野正彦
	江戸川区	葛西第二中学校	▷森美由貴
	狛江市	狛江第四中学校	綿谷彰喜
	武蔵村山市	第三中学校	◎工藤彰久

◎ 世話人 ○ 副世話人 ◇ 班長 ▷ 副班長

担当 教育庁指導部中学校教育指導課 宮島正則

研究主題

共通テーマ「数学を学習する意義・大切に気づかせる指導の工夫」

目次

共通主題設定の理由	2
「生徒一人ひとりが論理的に考える指導の工夫－基本的な作図の指導を通して」(1班)	
Ⅰ 主題設定の理由	3
Ⅱ 研究のねらい	3
Ⅲ 研究の内容	3
Ⅳ 授業のまとめ	7
Ⅴ 研究のまとめ	9
Ⅵ 今後の課題	10
「身近な題材を取り上げ学習意欲を高める授業の工夫」(2班)	
Ⅰ 主題設定の理由	11
Ⅱ 研究のねらい	11
Ⅲ 研究の内容	11
Ⅳ 授業のまとめ	15
Ⅴ 研究のまとめ	15
Ⅵ 今後の課題	16
「生徒自ら関数関係を見出し、理解を深める授業の工夫」(3班)	
Ⅰ 主題設定の理由	17
Ⅱ 研究のねらい	17
Ⅲ 研究の内容	18
Ⅳ 研究のまとめ	23
Ⅴ 今後の課題	24

1 主題設定の理由

これからの学校教育には、生涯を通じて社会の変化に主体的に対応し、たくましく生きる人間の育成が強く求められている。この要請に応えるためには、特に基礎的・基本的な学習内容の指導の徹底を図るとともに、生徒一人一人の個性を生かし、学習意欲を高め、生涯にわたって主体的に学習に取り組む資質や能力の育成が重要である。

〔生きる力〕として示されているこれらの資質や能力を育成するため、中学校教育においては、生徒の発達段階に即し、ティームティーチング、グループ学習、個別学習などの指導の工夫を図るとともに、個に応じた指導の在り方や、問題解決的な学習や体験的な学習の一層の充実を図ることが求められている。

数学教育においては、新しい学習指導要領に示されているように、数学的活動の楽しさ、数学の見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育成する観点から、観察、操作や実験などを通して学習活動を充実し、生徒に基礎的・基本的な内容が確実に習得されるようにすることが中心的な課題となっている。

生徒の実態をみると、いわゆる「算数ぎらい・数学ぎらい」など苦手意識をもち、基礎的・基本的な学習内容や、主体的な学習の態度や意欲が身に付いていない生徒、数学を学習することの意義や意味を見いだしていない生徒なども少なくない。この実態はこれまでも多く指摘され、私たち研究員も悩みながら、それぞれ工夫もしてきているが、残念ながら十分の解決にはいたっていないのが現実と思われる。

そのため、研究にあたっては、新しい学習指導要領の趣旨を生かすとともに、身近な事象との関連を図り、ゆとりをもった作業的・体験的な活動や問題解決的な学習を通して、生徒一人ひとりの個性を生かし、自ら課題を見つけ、その解決のために主体的に判断したり、表現・伝達したりする態度や能力などに重点をおいて研究することとした。その際、特に情意的な面を重視し、数学学習に対する生徒の受けとめや思いを重視し、数学部会の研究主題を上記のように設定した。

2 各分科会主題名

全体の主題をうけ、次の3つの分科会主題を決め、研究を深めることにした。

第1班 「生徒一人ひとりが論理的に考える指導の工夫－基本的な作図の指導を通して－」
(図形領域)

第2班 「身近な題材を取り上げ学習意欲を高める授業の工夫」(数量関係領域)

第3班 「生徒自ら関数関係を見出し、理解を深める授業の工夫」
(数量関係領域)

生徒一人ひとりが論理的に考える指導の工夫 — 基本的な作図の指導を通して — (1班)

I 主題設定の理由

毎日の授業で接している生徒の実態として、学習が受動的になりがちで、計算することや公式を覚えることには取り組むものの、物事の間接性を考えたり「どうしてこうなるのか?」と考えること、自分の考えを説明したり表現したりすることが苦手な生徒は多い。そのため数学に対する興味・関心が薄れてしまう傾向にある。

新しい学習指導要領では、1年生での図形の目標を「平面図形や空間図形についての観察、操作や実験を通して、図形に対する直感的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察する基礎を培う」としている。

そこで、私たちは基本の作図において、生徒が数学的活動の楽しさを実感し、論理的に考える力を身に付けさせることを目標とした。そのために作業的な活動を通して、図形を直感でとらえること、線対称や点対称の図形の性質を考え、その性質から作図の手順とその根拠を自ら考えることに指導の重点を置いた。このことにより生徒が数学的活動の楽しさを知り、主体的に学習に取り組む意欲をもち、数学に対する興味・関心を高め、数学を学ぶ意義・大切さに気づくことにつながると考え、上記のような研究主題を設定した。

II 研究のねらい

生徒が自ら論理的に物事を考える力を育てるために、次の3点を研究のねらいとした。

- (1) 数学が苦手な生徒も含め、一人一人が意欲的に取り組める工夫をする
- (2) 観察、操作、作業などの数学的活動を多く取り入れる
- (3) 図形の対称性に着目し作図の方法を探求することにより論理的に考える力を育てる

III 研究の内容

1 主題 基本的な作図「角の二等分線の作図」

2 題材設定の理由

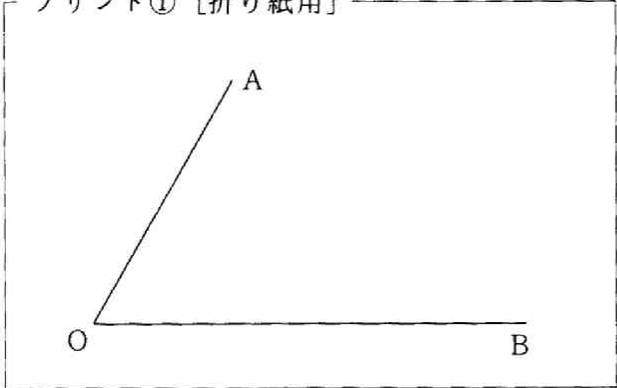
作図の指導を通して数学的活動の楽しさを生徒が味わうためには、その手順を学ぶだけでなく、なぜこの手順で作図ができるのかを考えさせることが大切である。これまで作図の根拠は条件を満たす点の集合としての見方と関連づけて取り扱うこととなっていたが、新しい学習指導要領では図形の対称性に着目してその根拠を明らかにし、見通しをもって作図できるようになることが求められている。

そこで紙を折るという単純な作業で作ることができる「角の二等分線」を取り上げた。この指導においては、角の二辺が重なるように生徒が自分の手で折った紙を見ながら、その対称性を実際に確認し、その作図の方法と根拠を考えることができることから、生徒が自ら課題を立て、その解決が実感しやすく、研究のねらいが達成できると考え、この題材を設定した。

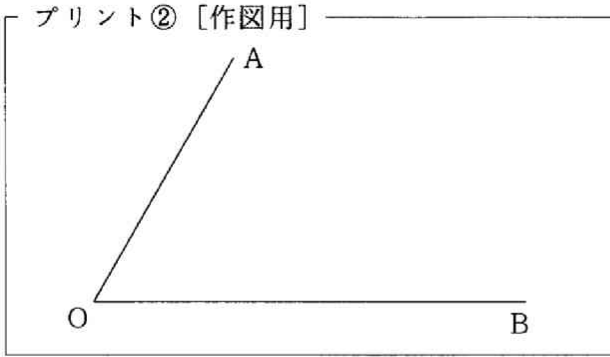
3 指導計画（全10時間扱い。本時 9 / 10）

- | | |
|-------------------------------|----------|
| (1) 直線と角（コンパスの使い方の復習を含む） | 2 時間 |
| (2) 基本の作図 | |
| a. 対称について（小学校の復習） 交わる 2 円の対称性 | 1 時間 |
| b. 垂線の作図 | 1 時間 |
| c. 円と弧・円とその接線 | 2 時間 |
| d. 垂直二等分線の作図 | 2 時間 |
| e. 角の二等分線の作図 | 1 時間（本時） |
| f. まとめ 交わる 2 円を用いて基本の作図を振り返る | 1 時間 |

4 展 開

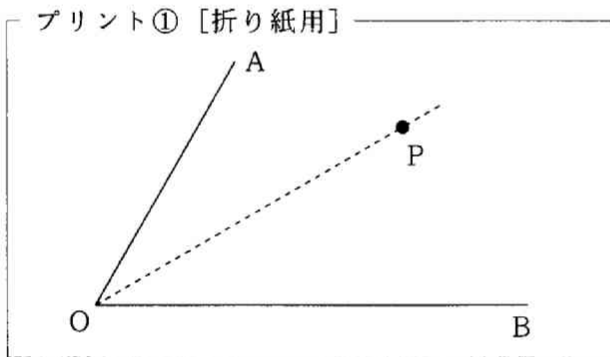
	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
導 入	<p>・プリント①の配布</p> <p>プリント① [折り紙用]</p>  <p>辺と辺が重なるように上手に折ってみよう</p> <p>・角の二等分線の説明 角の二等分線は、半直線 OA, OB の対称の軸である。</p>	<p>・黒板に模造紙半分の大きさにかいた同じ図を提示する。</p> <p>・模造紙を折り、実演してみせる。 ・紙を透かして半分に折らせる。 ・折れ線が角の二等分線であることを確認する。</p> <p>・板書 「1つの角を二等分する半直線を角の二等分線という」 $\angle AOC = \angle BOC = 1/2 \angle AOB$</p>
展 開	<p>・プリント②の配布</p> <p>角の二等分線を作図して下さい</p>	<p>・黒板に模造紙半分の大きさにかいた同じ図を提示する。</p> <p>・作図の確認 定規とコンパスだけを使用する。</p>

展

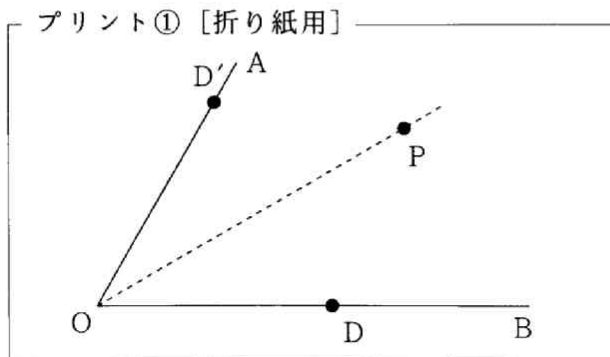


援助1
直線は2点で決定することを確認する

援助1'
プリント①の角の二等分線上に点Pをとる



援助2
プリント①の辺OB上に1点Dをとらせ、
点Dに対応する点D'を見つけさせる



援助3
プリント①に線分DPとD'Pを引く

開

作図のためにかいた補助線は消さないように注意する。

[定規]

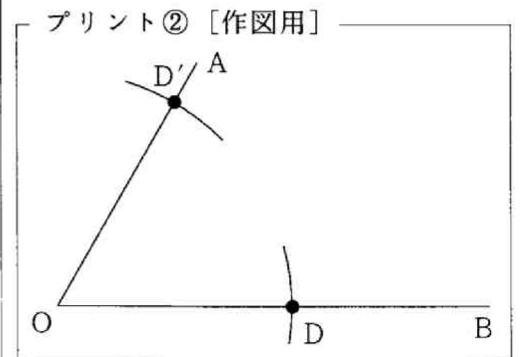
決められた2点を直線で結ぶために使用する。

[コンパス]

同じ長さを他へ移す。円弧をかく。

- かけた生徒は、なぜ正しいかを折った紙で説明できるよう考えさせる。
- 1点は頂点であることを確認し、2つ目の点の求め方を考えさせる。

- 点Pを、作図により求める方法を考えさせる。
- プリント①上に生徒が点Pをとれたことを確認。
- プリント②上に点Pをとる方法を考えさせる。
- 角の二等分線は $\angle AOB$ の対称の軸であることから、辺OA, OB上に対応する点があることに気づかせる。
- プリント①でODとOD'が重なることを紙を折って確認させる。
- プリント②では、コンパスで点D, D'の作図をすることを導く。
- プリント②上に点Pをとる方法を考えさせる。



- $DP = D'P$ であることを、重なることにより確認させる。

展 開	プリント① [折り紙用] 	プリント② [作図用]
	ま と め	<ul style="list-style-type: none"> 角の二等分線の作図の方法を確認し、その根拠を振り返らせる。

5 評 価

- 楽しく題材に取り組むことができたか
- 自ら論理的に考え作図とその根拠を発見できたか
- 理解しやすいと感じたか

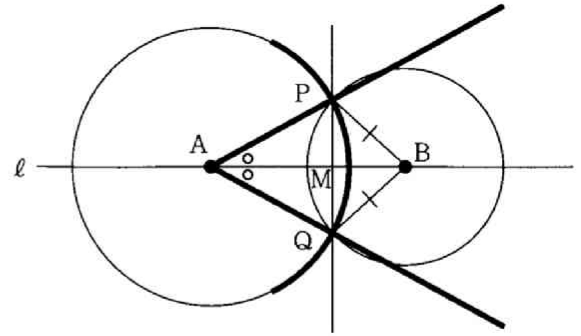


6 参考指導計画

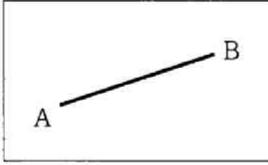
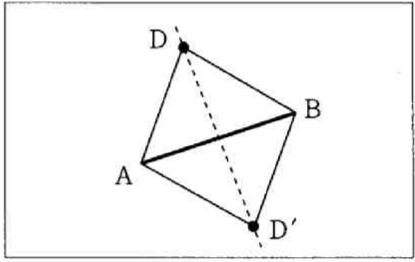
角の二等分線の作図の授業の前時に、垂直二等分線の作図についての指導を次頁の授業計画で行った。ここでは特に「折る」ことにより対称の軸を作ることができるなど、対称性を意識した授業を展開することが大切である。このことにより、角の二等分線の作図の授業において、紙を折りながら考えることがより自然な形で授業に取り入れられると考えられる。

また、次時(10時間目)では円がその直径に対して線対称であることを根拠にして説明し、角の二等分線が作図できるわけを知り、理解をより確かなものにするよう計画し授業を行った。以下にその概要を示す。

対称性との関連では、次のようにとらえた。
 右の図では、直線 ℓ は2円A, Bに共通した直径を含んでいるので、直線 ℓ に対して線対称になる。線対称な2点P, Qと2つの円の中心A, Bを結ぶと、四角形PAQBは線対称な図形だから、 $\triangle PAB$ と $\triangle QAB$ は重なるので、 $\angle PAB = \angle QAB$ となる。



垂直二等分線の作図の授業計画は次の通りである。

	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
導 入	<ul style="list-style-type: none"> プリント①の配布  <p>AとBが重なるように上手に折ってみよう</p> <ul style="list-style-type: none"> 垂直二等分線の説明 垂直二等分線は、線分ABの対称の軸である。 	<ul style="list-style-type: none"> 黒板に模造紙半分の大きさにかいたプリント①と同じ図を提示する。 模造紙を折り、実演する。 紙を透かして半分に折らせる。 折れ線が垂直二等分線であることを確認する。 板書 「線分を垂直に二等分する直線を垂直二等分線という」
展 開	<ul style="list-style-type: none"> プリント② (①と同じ) の配布 <p>垂直二等分線を作図して下さい</p> <ul style="list-style-type: none"> 作図できない生徒に対して、次の援助を行う。 援助1 直線は2点で決定する。 援助2 プリント①の折り線上に1点Dをとらせ、$AD = BD$となっている。 援助3 同様にABに対してDと対称な点D'について、$AD' = BD'$となっている。 	<ul style="list-style-type: none"> 黒板に模造紙半分の大きさにかいた同じ図を提示する。 作図をする上での注意を確認する。 
ま と め	<ul style="list-style-type: none"> 垂直二等分線の作図の方法を確認し、その根拠を振り返らせる。 	<ul style="list-style-type: none"> 点Dは任意の点でもよいことを確認させる。 全員が正しくかけているかを確認する。

IV 授業のまとめ

1 事後アンケートの集計 (回答数 113)

(1) 感想から

- 普通の教科書やノートを使った授業より楽しい。
- 楽しかった。考えるのがおもしろかった。

- ・ヒントが出るまでは難しかったけれど、自分の力で最後はできて良かった。良く授業がわかりました。
- ・紙を折って二等分線を見つけたのは面白かった。だけど作図でかくのがぜんぜん解らなくて先生が結構ヒントを出してからやっと解った。でも最後は理解できて良かった。
- ・折ってやればすぐに二等分線ができるのに、コンパスでやると難しいと思った。
- ・最初、「二等分線て何かな」と思ったけど折ってみて良くわかった。折ってはいけないほうはちょっと迷った。
- ・光にあてて折るときちゃんと二等分線になったけど、コンパスと定規を使ってかくのが難しかった。二等分線については良くわかった。
- ・「何気なくやっていた折り紙も、作図に関係があったかも……」と思いました。
- ・作図は難しいけど、折るのならよく分かった。
- ・紙を折らなくても簡単に真中に線を引けるとわかった。意外と楽しかった。
- ・折るときに、線を合わせるのに苦労した。

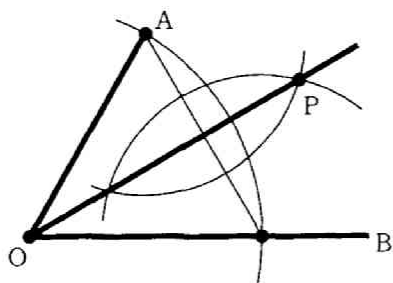
(2) 設問「次のことは説明を聞く前に自分で気がついたか」からの集計

	気づいた	気づかなかった
(1) 角の二等分線の作図のために点Pが必要なこと	99人	14人
(2) 角の二等分線の作図のために点D, D'が必要なこと	52人	61人
(3) $OD = OD'$ となること	72人	41人
(4) コンパスを使ってD, D'を作図する方法	78人	35人
(5) $DP = D'P$ となること	61人	52人
(6) コンパスを使って点Pを作図する方法	98人	15人

2 考 察

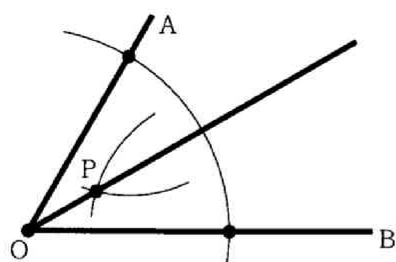
実際に折ることで、数学に苦手意識を持ち日頃課題に取り組む姿勢が少ない生徒も、意欲的に作業に取り組み、折った紙と比較しながら作図の方法を考える楽しさを感じることができたようである。また教師の援助を受けながらコンパス・定規を使って、作図の方法を試行錯誤する中で、最後には多くの生徒が自ら「作図の方法を見つけることができた」「気がついた」という成就感をもつことができたと考えられる。

以下に、生徒の作図例の中で特徴的なものを取り上げる。

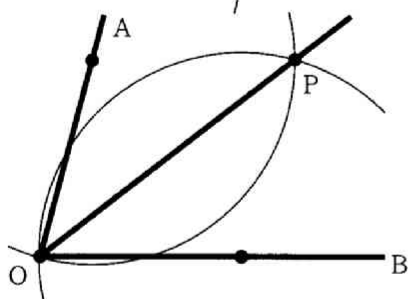


左の図の生徒は角の二等分線は角の二辺の対称軸であることから、角の二辺上の対応する点を作図した後、その2点を結んだ線分の垂直二等分線を作図している。

点Oの他に、直線の決定のためにはもう一点を決めればよいことを指導したい。



左の図の生徒は角の2辺上に対応する点を作図した後、その2点から等距離にある点を点Oに近い方に作図している。OPの距離が短くなるため、誤差が大きくなることを指導したい。



左の図の生徒は角の2辺上に対応する点を作図しながら、点Oを通る半径で点Pを作図している。

点Oを通る半径である必要はないこと、 $\angle AOB$ を鈍角にしたとき、OPの距離が短くなり誤差が大きくなることを指導したい。

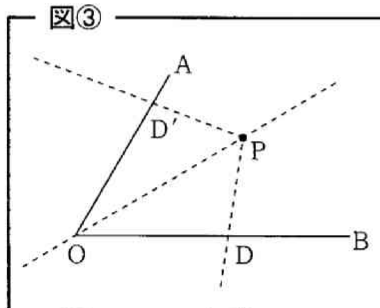
V 研究のまとめ

当初紙を折る作業は生徒にとって簡単な作業と考えていた。ところが、半直線OAとOBが重なるように一回折ることすら困難な生徒も一部に見られた。

研究授業では、①折り目が点Oを通らない生徒や、②点Aと点Bが重なるように折り、線分ABの垂直二等分線を作ってしまう生徒もいた。研究段階では③紙を折って角の二等分線を作った後点D、D'を決めるため適当な所で再度紙を折り、線分DP、D'Pの折り目を作らせようと考えたが、実際に授業してみると2回折ることは多くの生徒にとって困難なことがわかった。

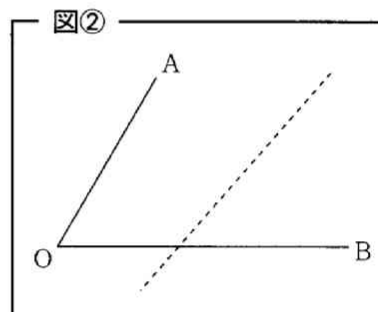
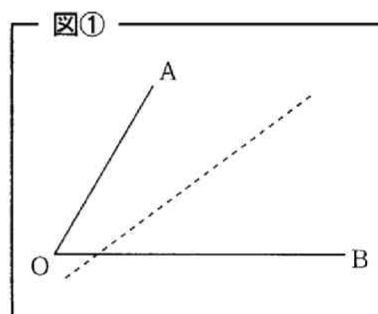
「紙を折る」というような単純かつ明解な作業から入ることは、数学が苦手な生徒にも関心・意欲を持って取り組めるように取り入れた方法であり、その趣旨を生かすため、より単純で明解な方法に、P.4の指導案では改善した。

さて、今回の指導では、点D、D'の必要性をどう伝えるのが、生徒の理解度に跳ね返る。そこで「角の二等分線=2辺の対称軸」から、辺OA、OB上



に対応する点があることを確認することがとても大切となる。作図方法を試行錯誤したり対称性に着目することなどして結果を予想する過程こそが、受動的に教えられた知識として覚えるのではなく、自ら論理的に考える実体験となり、生徒自身に成就感をも与えることになることが、実際に授業をしてみて確認することができた。

この指導を通して、P.3の研究のねらいの(1)は、ほとんどの生徒が実際に意欲的に取り組むことができた。事後の感想でも「楽しかった」という文章が多く見られほぼ目的は達せられた。(2)は作図した後、確認のために自ら作図した紙を再度折る生徒も見られるなど、具体的な活動を取りあげたことが、生徒の主體的な姿を生み出すことにつながった。(3)は次の今後の課題で述べる。



Ⅵ 今後の課題

「論理的に考えること」は物事の本質を理解することであり、それが達成されたとき、生徒はよく理解できたと実感できる。また、教師からの指示や補足からではなく、生徒自ら考えた方法を通して論理的に考えることとはどういうことなのかを体得できる。

この点から今回の指導を振り返ると、課題を投げかけただけでは、「角を折ること」「2点D、D'を作ることの必要性」との関係がすんなりと出てこない生徒も見られた。一面ではこれまでの指導では生徒が自ら工夫しながら考えるという経験が不足していたという反省と、他面では学習内容を熟知している教師が「分かりやすいであろう」と構想した筋道だけでは、生徒にとって「自然」な考え方という訳ではないことが理解できた。今回の経験をもとに、特に作図での2点D、D'を見いだすことの必要性を生徒自らが考えられるよう、改善を図っていく必要があると考えている。

また、実際に紙を折って確認できることが今回の指導の利点であり、授業では模造紙を利用して教師がモデルを示した。しかし模造紙では折っても対応する点の重なりが見えづらい。そのため、折ったり書いたりできる模造紙大の透明なシートを利用すれば一層分かりやすくなったと思われる。

身近な題材を取り上げ学習意欲を高める授業の工夫（一次関数） （2班）

I 主題設定の理由

2班では、数学を学習する意義・大切さを実感させる要素として、数学の有用性に気づかせることがポイントであると考えた。社会生活において数学が果たしている役割は大きいですが、実際には生徒には見えにくくなっている。それは、これまでの授業では抽象的なものや、すでに数学的に整理された課題が多く、あまり身近な題材を取り上げてこなかったことにも原因があると考えた。その結果、生徒は数学が日常生活には利用できないものと受けとめ、数学をなぜ学ぶのかという価値を見い出せずにいると思われる。そのため身近な題材を通して、生徒が数学の有用性に気づき、数学を進んで学習する態度を育てたいと考えた。また、数学的な見方・考え方のよさを知る教材を工夫するためには、生活の中に関数にかかわることが多いことから、一次関数の単元で研究を進めることが適当と考えた。（「一次関数」の単元は、学習する意義を見いだせなかったり、難しいと感じている生徒が多い。）そして生徒にとって、日常生活の中での数学の有用性を意識させた学習の積み重ねが、数学を進んで活用する態度を育て、数学を学習する意義・大切さに気づくことにつながると考え、上記主題を設定した。

II 研究のねらい

生徒が数学を学習する意義・大切さに気づき、学習意欲が高まる授業の工夫をするため、次の3点を研究のねらいとした。

- 1 生徒が意欲的に取り組む指導の工夫
- 2 数学を利用する有用性に生徒が気づく教材の工夫
- 3 将来においても数学を利用して問題解決を図ろうとする態度を育てる

III 研究の内容

1 教材工夫の観点

今回のねらいに沿い、指導計画作成上の留意点をふまえて、教材の検討の観点を次のようにまとめた。

- (1) 導入において興味・関心をもたせられるもの
- (2) 課題がわかりやすく、容易に取り組めるもの
- (3) 日常生活、現代社会において数学を利用することの有用性を感じられるもの
- (4) 生徒一人一人の自由な発想に応じられるもの
- (5) 生徒の個人差に応じ、多様な方法で解決できるもの
- (6) 学習内容に広がりがあり、課題学習・選択授業・総合学習などに発展できるもの

以上の観点をうけて、生徒にとって身近な題材であり、興味をもてるものとして、インターネットに関する教材を考えた。インターネットの接続料金体系はプロバイダ（接続会社）によって異なる。そのため、自分にあった接続会社を選ぶためには、異なる料金体系のものを比較する必要性が生じる。この課題を関数の考え方を用いて解決させることとした。

2 指導計画と指導事例

(1)単元 第2学年 「インターネットの利用料金」

(2)指導計画 一次関数の指導を計16時間扱いとする。

「一次関数の意味とグラフ」(10時間)

「一次関数と方程式」(5時間)

「一次関数の利用」(1時間) 【本時】

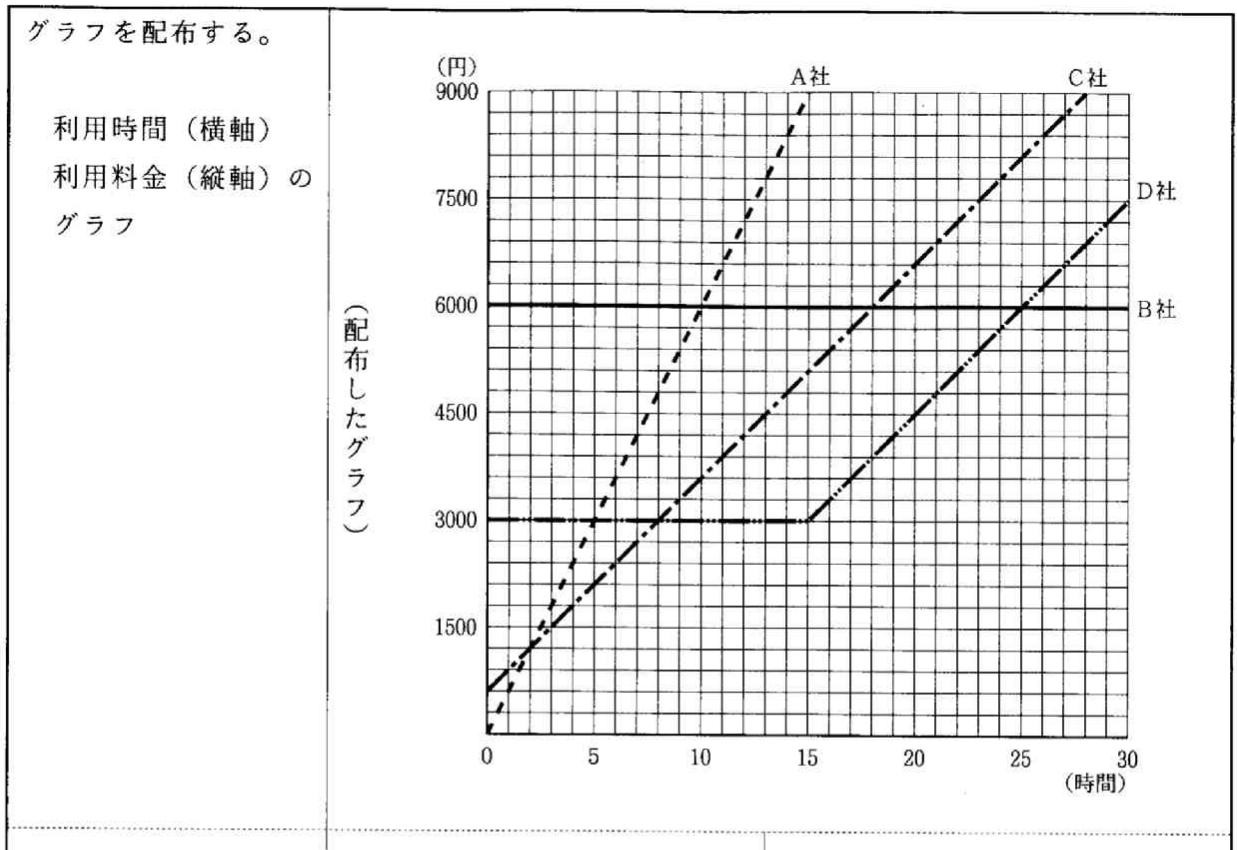
(3)本時の目標 ・課題に意欲的に取り組む

・身近な題材の中にある関数関係を見いだす

・課題解決にあたり、関数を利用し数学の有用性に気づく

(4)本時の展開

指導過程	生徒の活動	指導上の留意点・評価	
利用するほど、料金が かかるものの具体例を 上げさせる。	水道料金, ガス料金, 電気料金 電話料金 etc.	(評)普段利用しているものの中 にあることに気づいたか。	
インターネットの実演		(評)興味をもって見ることが できたか。	
【提示 プロバイダ】			
<p>A社</p> <p>1分10円</p>	<p>B社</p> <p>何時間使っても (月額) 6000円</p>	<p>C社</p> <p>基本料金(月額) 600円 + 1分5円</p>	<p>D社</p> <p>基本料金(月額) 3000円 (ただし、15時間まで) + 以降 1分5円</p>
2社ずつ比較させる。 ア. A社とB社 イ. A社とC社	A社…少ししか使わないから B社…たくさん使いたいから A社…少ししか使わないから C社…1分の料金が安いから	理由を1～2名ずつ聞く。 (評)料金体系が異なることに 気づいたか。	
<p>課題提示(1)</p> <p>上の4社のうち、あなたはどの会社を選びますか？また、その理由は何ですか？</p>			
4社を比較させ、選択 させる。	A社…わかりやすいから B社…長い時間使いたいから C社…1分の料金が安いから D社…15時間使いたいから	会社名とその理由を書かせる。 相談しながら考えてもよい。 細かい点の誤りを追求しない。 (評)自分の考えを持ち、会社を 選択できたか。	



課題提示(2)

上の4社のうち、あなたはどの会社を選びますか？また、その理由は何ですか？
グラフを見ながら考えてみましょう。

グラフを見ながら 4社を比較させ、 選択させる。	グラフの読み方などを相談しながら、自分の意見をまとめる。	(評)グラフを読みとることができたか。 (評)自分の考えをもち、理由を数学的に表すことができたか。
それぞれの意見を確認する。	A社…2時間ぐらいしか使わないから B社…30時間使いたいから C社…6時間使いたいから D社…15時間使いたいから	(評)自分の考えを進んで発表でき、他の意見も参考にしようとする姿勢がみられたか。
まとめ	プリントに記入する。	(評)他の意見も参考にしながら、最終的な自分の考えをまとめることができたか。

- (5)評価
- ・楽しみながら、課題に取り組めたか。
 - ・4社の中から、自ら選び、その理由を書くことができたか。
 - ・グラフを利用したときに、選んだ理由をより明確にできたか。

【資料】 ワークシート

《課題》

インターネットを利用する場合には、いろいろな料金コースがあります。

次の4社のうち、あなたは、どれを選びますか？また、その理由は何ですか？

A社

1分10円

B社

何時間使っても
(月額)
6000円

C社

基本料金 (月額)
600円
+
1分5円

D社

基本料金 (月額)
3000円
(ただし、15時間まで)
+
以降 1分5円

(課題1)

_____社

<理由>

(課題2)

_____社

<理由>

IV 授業のまとめ

1 まとめプリントの集計

- (1) 4社のうち、あなたはどの会社を選びますか？ また、その理由は？
- A社（6％）： ・ほとんど使わないと思うから
- B社（41％）： ・1日1時間以上、1か月で30時間以上使いそうだから
・料金を気にしないで、たくさん使えるから など
- C社（9％）： ・1日15分、1か月で7～8時間ぐらい使いたいから
・1か月で8時間ぐらい使いたいし、使わなかった場合、基本料金がD社よりC社の方が安いから など
- D社（44％）： ・1日20分、1か月で10時間ぐらい使いたいから
・1日30分、1か月で15時間ぐらい使いたいし、自分の小遣いで足りると思うから など
- (2) インターネットの料金の他に、グラフを利用して比較できるものがありますか？
「水道料金」「電気料金」「ガス料金」「電話料金」「携帯電話、PHSの料金」 など
- (3) 数学を学習している中で、何か役に立ったものはありますか？
「買い物をしたときの（計算）」「割合（買い物時の割引など）」「グラフ」「わからない」 など
- (4) 今日の授業の感想を書いてください。（約8割の生徒が好意的な回答であった）
「楽しかった」「インターネットをやりたくなった」「グラフは携帯電話などでも使えると思った」「今まで数学を使わなかったけど、使えるものもあるのだと思った」「計算とかが少なく、数学っぽくない授業もたまにはいいなと思った」「楽しかったけれど、難しかった」

2 考察

- (1) 導入において、インターネットを実演することや日常生活における公共料金の料金体系を考察することによって、今回の課題が生徒にとって身近なことであることを改めて認識でき、意欲的に課題に取り組むきっかけとなった。
- (2) 単に「プロバイダの選択」にとどまる生徒から、利用時間による場合分けをする生徒まで多様な生徒がいる。それぞれの生徒が自らの興味に応じて、課題を捉えることができるように工夫した。そのため、通常の授業では、課題が簡単すぎる、難しすぎる等で意欲をなくしてしまう生徒も、最後まで意欲的に取り組む姿勢がみられた。
- (3) 「プロバイダの選択」に際し、グラフを利用する前と後の考えと理由を書かせることによって、グラフを利用することのよさに気づかせることができた。
- (4) オープン・エンド形式をとったため、生徒は間違いをおそれず、自由な発想で取り組み、自らの考えに自信をもたせることができた。自分の意見を発表する中で、いろいろな意見の交流ができ、自らの考えを訂正したり発展させる姿がみられた。また、授業後、お互いに、「どの会社にした」という会話も聞かれた。
- (5) 従来の授業では、課題の解決にグラフや表を利用する場合、それらを作成することから始めることが多い。今回は完成されたグラフを教師が提示した。グラフから何が読みとれるか、その上で自分の行動を決定することを重視したためである。これによって、グラフを考察し自らの考えをまとめる時間を十分にとることができた。

V 研究のまとめ

研究のねらいに沿ってまとめてみると次の通りである。

1 「生徒が意欲的に取り組む指導の工夫」について

生徒のインターネットへの期待は大きく、実際には体験したことのない生徒にとっても、自然と興味をもつことができる点で適切な題材であった。

課題としては適度な複雑さをもっており、また、オープン・エンドとしたため、個人差に応じやすい面があり、教師がさまざまな形で生徒への適切な援助を行うことができた。そのため、生徒も一度出した結論に満足することなく、よりよい解決を追求していく姿が見られた。

また、問題解決にあたり、課題を分かりやすいものに設定し、学習活動の時間にもゆとりをもたせる工夫をした結果、これまで、数学の普通の授業にはあまり興味をもてない生徒も意欲的に取り組むことができた。

2 「数学を利用する有用性に生徒が気づく教材の工夫」について

選択するという行為の中に、関数の手法が有効であるという実例を今回の授業で体験し、改めて数学の有用性に気づいた生徒が多かった。

3 「将来においても数学を利用して問題解決を図ろうとする態度を育てる」について

この学習活動の中で、普通の授業にはない新鮮さや楽しさを見出したり、他の事象においても、数学を利用してみたいと考える生徒も見られた。

VI 今後の課題

1 1回の授業だけで生徒が大きく変容するわけではない。せっきく数学の有用性に気づいたとしても、利用できる場面が少なければ将来においても数学を利用しようとする態度は育たない。今後もさまざまな単元で意識的に身近な題材を取り上げ、指導を継続していく必要があると考える。

2 身近な題材を数学で取り上げるためには、煩雑なものを捨て単純にするなど多少の理想化をしなければ教材にならない。今回のインターネット接続料金の場合も、生徒の関心を引き出したり、関数の手法を利用できる点で良い教材であると考えて研究を進めてきたが、厳密に言えばグラフは生徒に提示した形のものにはならない。新たな教材を開発していく際には、常に注意していかなければならない点である。

3 今回の題材は課題学習的な側面もあり、選択授業などで扱ってみることも可能であるし、同じ必修教科の中で行うにしても、グループ学習などの形態を取り入れることも考えられる。

4 新しい学習指導要領の「指導計画の作成と内容の取扱い」では、「…必要に応じ、…コンピュータや情報通信ネットワークなどを活用し、…」と示されている。今回の指導では、生徒に興味・関心をもたせるため、いくつかのホームページを紹介したり、インターネットについて簡単な説明を行ったりしたが、直接に情報通信ネットワークなどを活用したわけではない。今後は、情報通信ネットワークなどの活用についても研究を進めていきたい。

生徒自ら関数関係を見出し、理解を深める授業の工夫（3班）

I 主題設定の理由

新しい学習指導要領の中学校数学科の目標の改善に

①『自ら学び、自ら考える力を育成できるようにすること』

②『数学的活動の充実を図ることができるようにすること』

が示されている。①については、自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら問題解決をしていく数学学習の実現を目指すものであり、②については数学的な見方や考え方をを用いて問題を解決する能力を高めるために、観察、操作や実験など具体的な活動を通して、物事の関係や決まりを見出したり、得られた結果の意味をよく考えたりするなどの活動を重視することである。

現在の授業の中で、生徒の実態・指導の現状として『生徒は授業に対しては受け身であり、教師主導の画一的な授業がなされている』という傾向が少なからず見られる。しかし、生徒に数学の授業が楽しく感じられたときはどのようなときかとたずねてみると、『問題が理解できたとき』、『自分の考えを友達が理解してくれたとき』、『自分が考えていなかった新しい発想が聞けたとき』という声が返ってくる。生徒は友達と協力して課題を解決する中に数学の楽しさを求めているが、教師は問題が解けることを優先し、それに至る過程の中に生徒の発想を生かすことをおろそかにしていなかったであろうか。

そこで、私たちは生徒のいろいろな発想に気づくための指導の工夫としては何が必要であるかを考えた。受け身で画一的な授業をやめ、①生徒自らが操作でき、様々な考えが生まれる教材を発掘すること、さらに、②生徒が自分の意見を述べ、互いの意見を認め合える場を授業の中に設定することが大切であると考えた。また、互いの意見の交流・理解をより深めるためには、③小集団での学習でその効果が高め合えろと考え、小集団による学習を取り入れた。

生徒が主体となる授業を展開するためには、生徒のいろいろな発想を引き出しやすい題材が必要である。そこで題材を数量関係領域の関数に求めた。それは、1つの現象の中にもなって変化する量が多く見つけられ、また身近な題材が多く、生徒の興味・関心を高めやすいと考えたからである。この点から、題材の検討に当たっては次の3点を目指すこととした。

(1)身近な題材の中から、観察、操作や実験を通して具体的に考察できること

(2)小集団で話し合うことでお互いの意見を知り、自らの考えを広げることができること

(3)学ぶことの楽しさ・充実感を味わうことができること

これらの趣旨から『生徒自ら関数関係を見出し、理解を深める授業の工夫』を研究主題とした。

II 研究のねらい

自ら関係を見出し、理解を深めるために、次の3点を研究のねらいとした。

- 1 身近な題材の中から、多くの発想が生まれる教材の工夫
- 2 比例関係を表やグラフから気づかせるための指導の工夫
- 3 自他の考えを練り上げるための場面の設定

Ⅲ 研究の内容

1 教材について

関数は生徒の多様な発想が引き出しやすい学習内容である。しかも、どの生徒にも取り組みやすくするために“ゴムひも”を利用することにした。ゴムひもは身のまわりにあり、素材がシンプルで操作性にすぐれている。ゴムひもを動かすことで、形が変わるだけでなく多くの変数に関わりを持ちながら同時に変化していくことの不思議さに気づきやすい。また、関数以外の分野にも広く応用していくことができると考えている。(動点に関する問題、等積変形、相似、中点連結定理、三平方の定理など)

なお、生徒がゴムひもで図形を簡単に作れるように、ジオボード(方眼の格子点にピンを打ちつけた板。P.24の写真参照)を利用した。

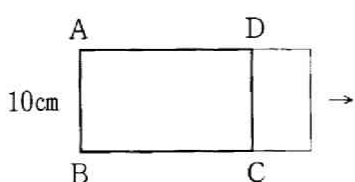
2 学習指導案

(1) 単元名：関数と比例

(2) 指導計画

1 時限目 「ゴムひもを利用した、本課題の導入」

ゴムひもとジオボードを使って比例関係を見つけさせる授業を展開するために、変化する量を見つけやすいように、長方形から本課題を導入することにした。

	指導過程・学習活動	指導上の留意点
導	<p>授業プリント配布 (課題)『ゴムひもを使って長方形を作り横の長さを変えていくとき、どんなものがかわるだろうか』</p>  <p>• 教師が実際に動かしてみる</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 縦の長さは変えない • 生徒の自由な発想を多く出したので“変わる量”と言わずに“変わるものは何か”とする
入	<p>◆生徒にゴムひもと1マス2cmのジオボードを配布してボード上で考えさせる。1～2分後に発表させる(挙手による)</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>予想される生徒の反応</p> <p>横の長さ、面積、周の長さ、対角線の長さ、形、ゴムの太さ、ゴムの力、時間、長方形の中の釘の数 など</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • どんな意見でもとりあげ、板書する。あとで表にするときに不適切なものは、理由も考えながら削っていく(生徒の自由な発想を大切にする姿勢を示す) • 出された意見は全員に記録させる
		10分

	指導過程・学習活動	指導上の留意点
展	<ul style="list-style-type: none"> “変数”と“関数”について定義づけをする 変数→変化する量を表す文字のこと 関数→2つの変数 x, y の間に “xの値が1つ決まると、それに関連して yの値も1つ決まるような関係”のこと <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">関数になる2つの量</div> <ul style="list-style-type: none"> ①面積と横の長さ ②周の長さとの横の長さ ③長方形の中の釘の数と横の長さ など 	<ul style="list-style-type: none"> 関数の具体例をゴムひもで説明する 〔辺BCの長さを $x\text{cm}$ とした ときの面積を $y\text{cm}^2$ とする〕 いくつかの例を出して関数の概念を理解させる <p style="text-align: right;">15分</p>
開	<p>(課題)「ゴムひもの長方形で考えた“変数”のなかから、関数になっているものを2つずつ決めて表にしてみよう」</p>	<ul style="list-style-type: none"> 対角線の長さは、計算では求められないので、質問が出たらボード上で実測させる 生徒にとって周の長さとの面積の関係などは、理解しにくいので、丁寧に説明する <p style="text-align: right;">20分</p>
まとめ	<ul style="list-style-type: none"> 生徒は自分の考えを板書し、全員でも確認する ゴムひも長方形のような簡単な図形の中に、たくさん関数があることにふれる 	<ul style="list-style-type: none"> あらかじめ未記入の表を黒板に用意しておく <p style="text-align: right;">5分</p>

2時限目 比例について

- ① 小学校で学習した“比例”について確認させる（表の特徴についてのみふれる）

x が2倍、3倍、4倍…になると、
 y も2倍、3倍、4倍…になるとき、 y は x に比例する

練習課題を通して、比例の表が判別できるようにする

- ② 1時限目の表から比例になっているものを選び出す（演習と確認）
③ 座標の意味を理解する（座標軸、点のとりかた、演習）

3時限目

- ① 横の長さとの面積の関係をグラフに表す
② 比例のグラフの特徴（原点を通る直線上に点が並ぶ）を確認する
③ 1時限目の表をグラフにし、比例のグラフを選び出す（グラフの判別）
④ 次回の予告をする

『ゴムひもを使っているいろいろな図形をつくり、それらの中から比例を探してみよう』

4 時限目 【本時】

- ① ゴムひもを利用して三角形・四角形をつくり、それらの中から比例関係となる2つの変数を探し出す (班学習)
- ② なぜ比例になるのか理由を考えさせ、表現する
『表、グラフ、ことばを根拠に説明してみよう』 (班学習)

5 時限目 各班ごとの発表

6 時限目

- ① 1時限目の関数にもどり、表から式を考える
- ② y が x の何倍かに気づかせ、式に表す
- ③ 理論的な裏付けとして、長方形の横の長さとの面積の関係を面積の公式より導き出す
- ④ 4時限目の関数を式に表す (演習)

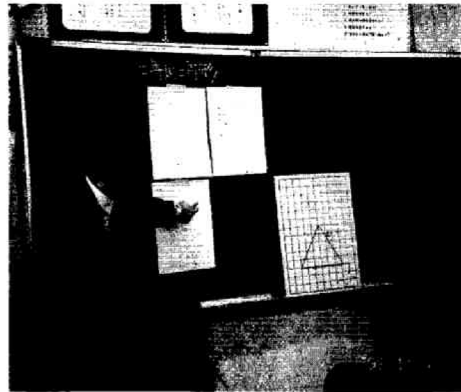
(3) 本時の目標

- ① 観察や実験を通して、ともなって変わる2つの数量関係を見つけ出し、表やグラフなどで表現する
- ② 表やグラフをもとに比例関係を探し出すことにより、比例に対する理解を深める
- ③ 小集団による学習活動の中で、数学を学ぶことの楽しさを味わう

(4) 本時の展開 (4時限目)

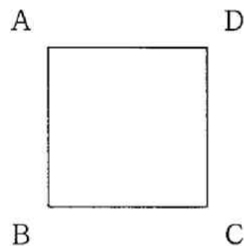
	指導過程・学習活動	指導上の留意点
導入	ゴムひも・ジオボード・実験シート (各自1枚)・発表用シート (各班2枚) を各班に配布する 『これまで比例の表やグラフの特徴について学習してきました。確認すると…』 5分	・あらかじめ班の座席にしておく ・ジオボードは各自1枚配布する ・比例になるための根拠を確認する
展開	(課題) 『ゴムひもを使って三角形と四角形をつくり比例になる2つの量を1つずつ探してみよう。見つかったらそれを実験シートに書きましょう。必要なら実際に長さなどを測って表にしよう』 ・実験シートの例にならって各班で考える 5分	・用意したものを上手に使うように投げかける (自分独自の発想をもつ)
閉	・班で考えがまとまり次第発表用シートに記入する 30分	(お互いの発想を班で練る)

展

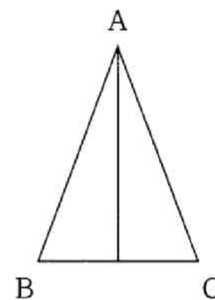


予想される生徒の反応

●正方形の1辺と周の長さ



●二等辺三角形の高さと面積



他にも

●二等辺三角形の底辺の長さとの面積

●平行四辺形の高さと面積

●台形の高さと面積

●平行四辺形の底辺との面積

●ひし形の1対角線の長さとの面積

●ひし形の1辺と周の長さ

●正方形の1辺との面積

●正方形の1辺と対角線の長さ

※ ジョオボードでは、正三角形はつくりえない

※ 正多角形の長さに関する変量には比例関係が成り立つ

開

- ・できた班は前に出て実験シートを黒板に貼る
- ・発表の仕方の例として1班だけ発表させる

5分

まとめ

- ・各班の取り組み方のよさを示し、まとめをする

5分

- ・次時に各班ごとに発表することを予告する

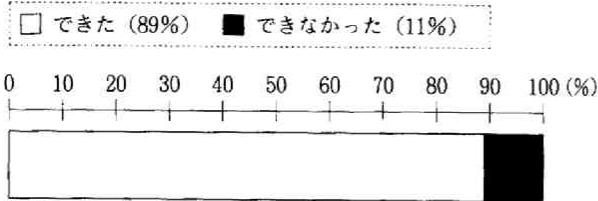
(5) 評価

- ① 自分の考えがもてたか
- ② 班で自分の考えを発表し、他の人の考えを聞くことができたか
- ③ 比例関係を見つけ、表やグラフで表現できたか

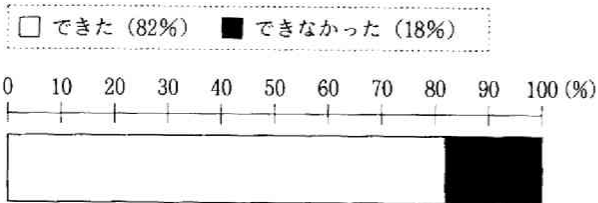
3 授業のまとめ

(1) アンケート集計

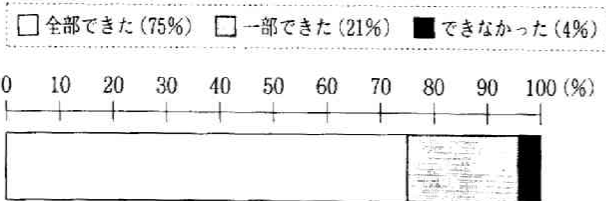
① 自分の考えを持つことができましたか。



② 他の人の考えを聞くことができましたか。



③ 変わる量を表やグラフであらわすことができましたか。

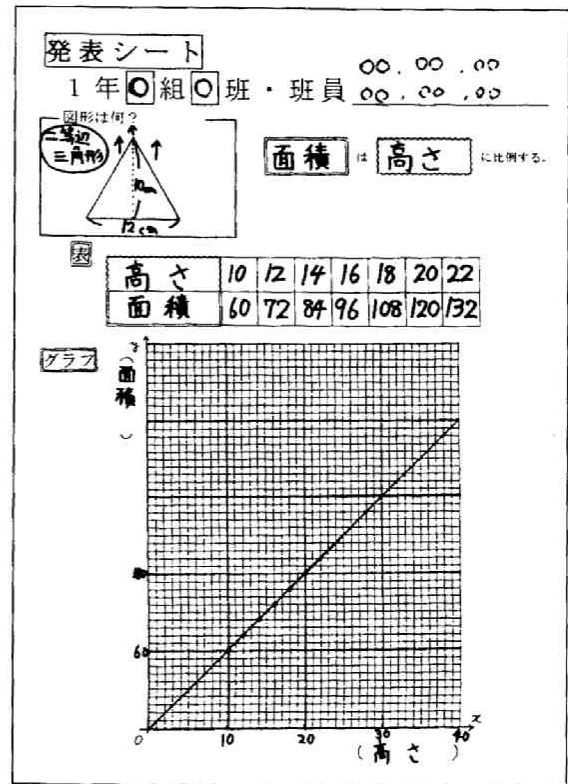


④ 生徒の感想 (9割以上が楽しかったという内容の感想であった)

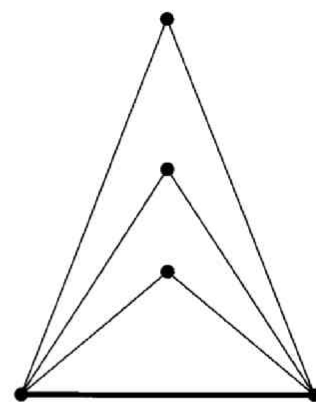
- わからないところとか少しあったけど、他の人が教えてくれてわかった。一人で考えるより、理解するのが早かった。結構楽しかった
- 一人でやるよりもみんなでやる方がわかりやすくはかどる。友達の考えなども聞けて、いろいろな考えがわかった。もっとこのような授業を増やしてほしい
- 三角形と四角形という課題であったが、いろいろな形でやってみたい。そうすれば、もっといろいろな意見もでたと思う
- みんなでやって楽しく、友達がわかりやすく教えてくれたのでわかった。普通の授業よりすごく楽しかった

(2) 考察

- はじめは、ただ三角形や四角形をつくり、どれにしようか迷う場面もあったが、班の中で自分の考えを言ったり、相手の考えを聞きながら操作していた。そして、ゴムひもをジオボードで操作しながら、楽しんで比例関係を見つける取り組みが随所に見られた。
- アンケート③の結果より、あまりにも操作活動に集中し表やグラフを完成させることができない生徒がいたので、時間的なゆとりを持たせたほうがより一層比例に関する理解を深めることができたと思われる。



- 生徒の感想の中で「いろいろな形でやってみたかった」という意見が多く見られたことから、一人ひとりが自由に操作できること、また理解に差があってもわからないところはお互いに補いながら、自らの考えを深めていける授業が展開されたと考えられる。
- ポイントとなる点を動かして変化するものをチェックするだけではなく、右図のように3本のゴムひもを重ねて、その変化の様子を調べているグループもあり、教師の予想外の操作活動が見られた。これもグループ内での話し合いによる成果であり、個人で考えたものをもとに様々なイメージがふくらんだ結果と考えられる。



IV 研究のまとめ

研究のねらいにそって、まとめてみると次の通りである。

1 「身近な題材の中から、多くの発想が生まれる教材の工夫」について

ゴムひもとジオボードは具体的に手でさわりながら自由に形をつくり、さらに簡単に操作ができ、だれもが取り組みやすい教具である。また、自分の作った形を視覚的に確認することで、変化していく様子がわかりやすく、だれもが理解しやすい授業を展開していくことができる。そのため、生徒は楽しみながら、積極的に参加していた。生徒自身がゴムひもをジオボードで操作していく中で、ほとんどの生徒がそれぞれに自分の意見をもつことができた。

2 「比例関係を表やグラフから気づかせるための指導の工夫」について

ゴムひもとジオボードで作った図形から、具体的な数値を読みとり、表やグラフに表すことで、2つの数量関係を把握しやすいように工夫した。それにより、比例関係を見つけ出しやすくなった。比例以外の数量関係に注目した生徒にも、表やグラフを書く過程で、比例ではないことに気づかせることができた。

3 「自他の考えを練り上げるための場面の設定」について

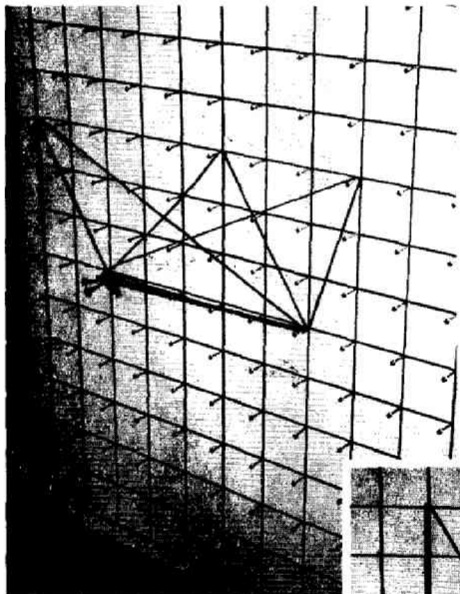
一人ひとりがゴムひもを各自のジオボードで操作することで、ほとんどの生徒が自分の考えをもつことができた。しかし、1時間の中では、友達と話し合う雰囲気は作れたが、お互いに理解し合い、討議し合う段階には至らなかった。今後の課題として、研究を続けたい。

V 今後の課題

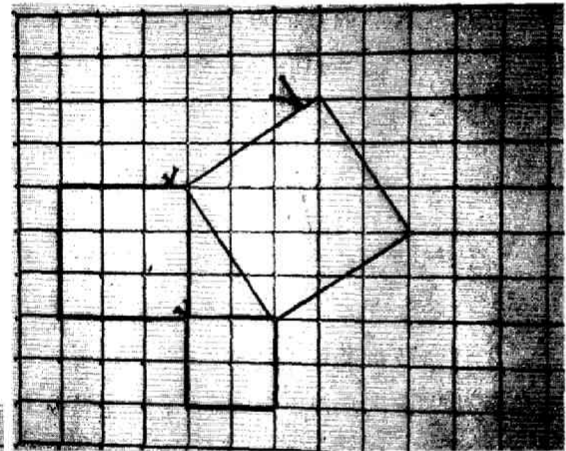
1 小集団で学習活動を行うことで、お互いに助け合い、楽しみながら授業を進めていくことができた。また、教師も考えていなかった発想が出てくるなど、活発な意見や発想を引き出す上で、有効であったと思う。しかし、班の中の全員が、自分の意見が言えたり、他の人の考えが理解できたとは言えない。もっと多くの生徒が、自分の意見や考えを述べ、他の人の意見を聞き、考えを深く理解するために、これからもこのような教材の研究を続けていく必要がある。

今回の授業では、一人ひとりに自分なりの考えをもたせることに重点をおいた。今後は、各自の考えをお互いに練り上げさせていくためには、どのように指導を工夫したらよいかを検討していきたい。

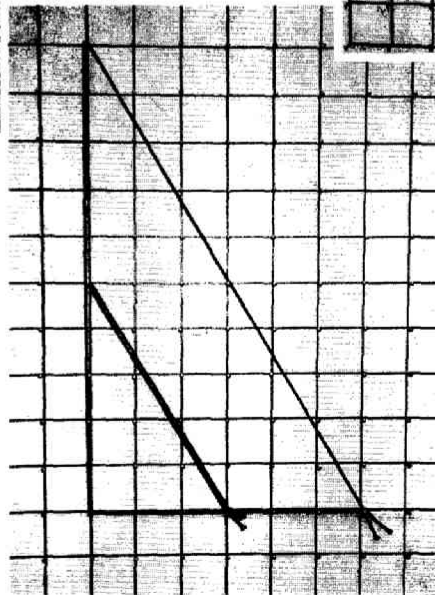
2 ゴムひもとジオボードを利用して比例の指導に活用したが、これは2年・3年で扱う関数にも利用することが可能である。また、研究を進めていく中で、動点に関する問題・等積変形・相似・中点連結定理・三平方の定理など関数以外の分野にも広く応用していくことが可能であるということに気づいた。これらの題材の開発を進めていきたい。



等積変形



三平方の定理



相 似