

中学校

平成 12 年 度

教育研究員研究報告書

数 学

東京都教育委員会

平成12年度

教育研究員名簿 (数学)

班	区市町村名	学 校 名	氏 名
1 班	千代田区	九段中学校	◇夏井真一
	中野区	中野富士見中学校	△小松重樹
	江戸川区	小松川第二中学校	○新井幸雄
	昭島市	清泉中学校	◎渡辺英俊
2 班	中央区	佃中学校	◇武石理
	世田谷区	新星中学校	△北原直美
	葛飾区	水元中学校	都筑誠
	八王子市	石川中学校	有井忠
3 班	文京区	第五中学校	綿引香世子
	墨田区	竪川中学校	◇田中茂和
	豊島区	千登世橋中学校	△渡邊重幸
	三鷹市	第七中学校	山田勝
	町田市	つくし野中学校	◁神保敏彦

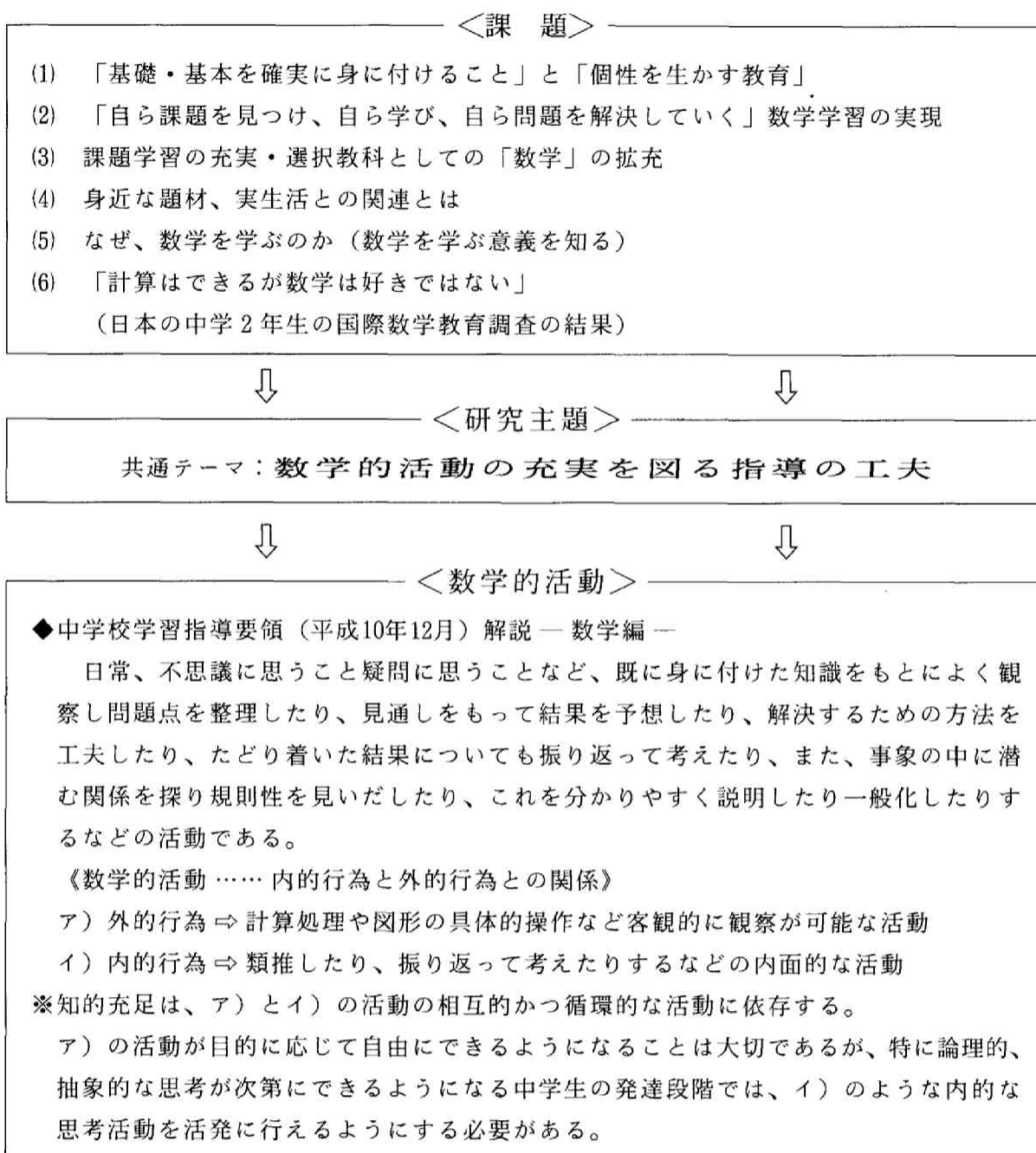
◎世話人 ○副世話人 ◁記録 ◇班長 △副班長

担当 教育庁指導部中学校教育指導課 元木靖則

<目 次>

共通主題設定の理由	1
「自ら学び考える力を育成する課題学習の工夫」(1班)	2
「事象を多面的にとらえ、論理的に考える力を伸ばす授業の工夫」(2班) ... ～数学的活動の楽しさを体験し、発見の喜びを知る～	10
「楽しみながら自ら課題に取り組む選択授業の工夫」(3班)	17

1 共通主題設定の理由



2 各分科会主題名

共通主題をうけ、次の3つの分科会主題を決め、研究を深めることにした。

1班 課題学習	2班 図形領域	3班 選択教科としての数学
自ら学び自ら考える力を育成する課題学習の工夫	事象を多面的にとらえ、論理的に考える力を伸ばす授業の工夫	楽しみながら自らの課題に取り組む選択授業の工夫

1 班（課題学習）

I 研究の構想

自ら学び自ら考える力を育成する課題学習の工夫

生徒の実態

- ・受身で、記憶は得意だが自ら調べ判断し考える力が十分ではない。
- ・数学の必要性を感じていない。
- ・数学を身近なものとして感じていない。
- ・分かる授業を期待している。
- ・適度な困難性がある課題を解決したい。

指導の現状と課題

- ・興味、関心をもたせる授業の工夫が一層求められる。
- ・生徒の活動を取り入れた授業が十分ではない。
- ・数学的活動を取り入れた教材の開発が課題となっている。

研究のねらい

- ・日常の事象に関連した課題学習に主体的に取り組むことにより、数学的活動が充実し、数学を学ぶことの楽しさを味わい、自ら問題解決しようとする態度が身に付く。

研究の内容・方法

1. 移行期として、第1学年における課題学習を試行する。
2. 日常の事象に関連した「宅配便」を取り上げる。
3. 宅配便の箱の種類の数や宅配便の箱に詰めることのできるおみやげの個数を考えさせ、数学的な見方や考え方のよさを知らせる。
4. 自ら課題を選択する場を設定し、主体的な学習活動を促す。

Ⅱ 研究の内容

1 指導計画と指導事例

- (1) 単元名 第1学年 課題学習「宅配便について」
- (2) 指導計画
- ・宅配便について知り、条件を満たす箱を数え上げる。(1時間)
 - ・箱に入るおみやげの個数を求める。(1時間)・・・【本時】
- (3) 目標 第1時・条件に適した箱の種類を探すためには、数学的な見方や考え方をを使うと、効率的に探すことができることに気付く。
- ・縦、横、高さの和が一定の箱の体積は異なることを知る。
- 第2時・おみやげが一番多く入る箱を予想し、具体的に求める。
- ・箱におみやげをたくさん入れるにはどのような要素が必要かを考える。

(4) 指導事例

① 第1時

	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
導 入	<p>宅配便の料金は何によって決まるとおもいますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・宅配便の料金体系について調べ発表する。 〔予想される生徒の反応〕 ・料金は送り先によって異なる。 ・縦、横、高さの和によって料金は決まる。 ・重さによって料金は決まる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・宅配便について興味をもたせる。 ・あらかじめ資料を用意する。 ・料金体系について自分なりに決まりを見つけさせる。
展 開	<ul style="list-style-type: none"> ・ワークシート①の配布 <p>課題1 縦、横、高さの和が120cmの箱を考えよう。(長さは10の倍数とする)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ワークシート①に記入する。 <p>課題2 あなたがおみやげを送るとしたらどの箱を選びますか。</p> <p>〔予想される生徒の反応〕</p> <ul style="list-style-type: none"> ・わからない・何を送るの・大きさは <p>「箱が大きい」ことは何によって判断しますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・体積を計算し、ワークシート1に計算結果を記入する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・縦、横、高さの区別が必要ないことを理解させる。 ・すべての場合を考えることができたか。【評価の観点】 ・発表された順に、ランダムに教具を並べる。 ・個人で考えさせ、ワークシートに記入させる。 ・多くの発想が引き出せるよう雰囲気づくりに努める。 ・長さの和が120cmの箱は12種類で

	<ul style="list-style-type: none"> • 体積が小さいものから順に箱①から箱⑫まで番号をつける。 	<ul style="list-style-type: none"> • あることに気付かせる。 • 効率的な数え上げ方に気付いたか。【評価の観点】 • 数学的な美しさを感じ取らせる。
まとめ	<ul style="list-style-type: none"> • 自己評価カードに記入する。 	<ul style="list-style-type: none"> • 料金が同じ箱でも体積が異なることに気付いたか。【評価の観点】

② 第2時

	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
導 入	<ul style="list-style-type: none"> • 前時に学習したことを確認する。 • 縦、横、高さの和が120cmの箱は12通りある。 • 縦、横、高さの和が同じでも体積は異なる。 	<ul style="list-style-type: none"> • 自己評価カードをもとに発表させる。
展 開	<ul style="list-style-type: none"> • ワークシート②を配布する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>課題3 おみやげを1つの箱でたくさん送りたい。A、B、Cのおみやげはそれぞれの箱に何個入れることができますか。(但し、箱の厚さは考えない)</p> <p>A … 10×10×70 B … 10×20×30 C … 20×20×20</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 課題の意識付けを行う。 • 実物大の箱を使い、説明する。
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>• 個人でおみやげA、B、Cのいずれか1つを選び、選んだおみやげが一番多く入る箱を予想する。</p> <p>• それぞれの箱に何個入るか求め記入する。</p> <p>• ヒントシートが必要な場合には取りに行く。</p> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0; text-align: center;"> <p>グループ学習</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>• A、B、Cを選んだ生徒どうしてグループを作り、答えの確認をする。</p> <p>• 黒板に答えを記入する。</p> <p>• 予想したものを振り返る。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> • ヒントシートなどを使って考え方を発表する。 • 気が付いたことを発表する。 〔予想される生徒の反応〕 • 入れる箱によって入るおみやげの個数は異なる。 • 送るものによって入る個数は異なる。 	<ul style="list-style-type: none"> • 見通しをもって結果を予想することができたか。【評価の観点】 • 予想したものをワークシートに記入させる。 • 問題の意味が分からない生徒には適宜説明する。 • 自ら調べ、粘り強く考え続けることができたか。【評価の観点】 • 机間指導しながら同じおみやげを選択しているものどうしてグループを作るよう指示をする。 • 相手にわかるように説明したり、表現させる。 • おみやげBの箱⑤⑨⑫に関しては正解が出なかった場合には深入りをせず次時に取り組ませる。 • 結果を振り返って考えさせる。 • 個人で考えさせる。

- ② おみやげA、B、Cのうち何を選びましたか。
またその理由は何ですか。

A	B	C
4%	11%	85%

- ③ 「箱に何個入れることができますか」という質問に対して積極的に考えることができましたか。

積極的であった	普通	消極的であった
39%	54%	7%

- ④ 「箱に何個入れることができますか」という質問に対してどのような方法で考えましたか。

ヒントシート	その他
79%	21%



- ⑤ 1時間目の授業で発見したこと、不思議に思ったことは何ですか。

- 箱のサイズで値段が決まることなど、宅配便についていろいろなことを理解できた。
- 体積で箱の大きさが分かることがすごい。
- 他には大きさを比べる方法はないのかと思った。
- 宅配便のこと（身近なこと）が数学にもつながってくる。
- 縦、横、高さが均一なほど、体積が大きいということ。また逆に $10 \times 10 \times 100$ のようにつり合いが悪いほど体積が小さくなるということ。
- 体積が違ってても料金が同じだということが分かった。
- 12通りの箱の大きさ（サイズ）がありびっくりした。
- よく考えると、箱って不思議だな。
- 箱は奥が深い。

- ⑥ 箱の種類と入るおみやげの個数の表をみて何に気が付きましたか。

- 入れ方、向き（角度）を変えて、いろいろな入れ方をすると予想以上に入ることがわかった。
- 箱が大きくても入らないときがある。大きさが大きいだけではだめだと思った。
- 縦、横、高さが1つでも合わないとおみやげが一つも入らない。
- 体積だけでは何個入るか分からない。
- 大きな箱でも、どんなものでも入るというわけではない。

- ⑦ おみやげをたくさん送るときにはどんな要素が必要ですか。

- 箱の大きさ。縦、横、高さをバランスよく考えたもの。
- 入れ方の工夫が必要。（入れ方、向きを変えたり隙間なく等、いろいろな方法で考える）
- 入れるおみやげと同じような形の箱を選ぶ。

⑧ 授業の感想

- いつもの授業とは違い、ゲーム感覚でできて、とても楽しかった。
- 最初の方はあまり理解できなくて先生に教えてもらっていたけれど、みんなの答えや考え方を聞いていると「なるほど」などと思い、だんだん理解していくことができた。答えがわかったりするとけっこう楽しい。
- 日常的に役に立つと思います。
- 数学という難しさを感じなかった。
- こういう授業が好き。また今度やりたい。よくわかった。普段の勉強と全然違った。
- 微妙に楽しかった。
- こういう授業を求めていたんだ。
- 楽しかった。とても簡単なようで難しかったのでおもしろかった。
- 楽しく参加できた。考える力が少し身に付いた。
- いつも積極的にやらなかったけど、今日はよくできた。
- じっくりと考えたことが楽しかった。
- 箱に多く入れられる方法がわかった。とても勉強になりました。

2 授業の考察

- 宅配便を利用した生徒がほとんどいないので、導入では数社の資料を用意して、調べさせた。生活に密着した題材を取り上げたことで、「宅配便」について興味・関心の動機付けになり、意欲的に取り組もうとする姿勢がみられた。
- 宅配便の料金設定の一つである箱のサイズという項目から、箱を数え上げさせた。多くの生徒は12種類の箱をすべて数え上げることができたが、合理的に探している生徒は少なかった。
- 体積の計算の際に、位取りを間違えたり、時間のかかる生徒が少なくなかった。
- 課題3ではおみやげを自由に選択させたことで他人任せにならず、自分に責任が出てきた。おみやげの選択肢をあげたことは、生徒が自主的に取り組む力の一助となった。
- 個人でヒントシートなどを使って調べたことを、生活班ではなく同じ課題に取り組んだ集団で班を編成することで、より一層ねばり強く問題に取り組んでいた。さらに、他者からの意見や考え方を知ることによって、理解につながったり、難しいおみやげの入れ方については試行錯誤しながら考えていた。3つの箱の選択には偏り（おみやげCの立方体）があったが早くできた生徒には、他のおみやげに取り組ませた。
- おみやげを箱の中に入れていくかということによって、何をどの箱に入れるか困惑している場面がみられた。そのため実物大の模型を用意し、それを使って提示することで題意が理解できた。
- $(\text{箱の体積}) \div (\text{おみやげの体積})$ という計算から何個おみやげが入るか考えている生徒が少なからずいた。

IV 研究のまとめ

1 日常の事象に関連した題材の工夫

身近にある宅配便を取り上げ、おみやげがそれぞれの箱に何個入るかを考えさせた。また、おみやげA、B、Cのサイズを工夫し、Aは細長いもの、Bは向きを変えることによりいろいろな入れ方の考えられるもの、Cは立方体とした。おみやげが箱に何個入るかといった一見簡単そうに見えるため、一人一人の生徒がその解決に興味をもって積極的に取り組み、その主体的な追究を最後まで持続した。しかしながら「箱は奥が深い」という生徒の感想にあるように、この課題は適度な困難性を備えており、発達段階に適していた。

2 数学の有用性を感じさせる数学的活動の工夫

生徒におみやげを自由に選択させ、一番多く入る箱を予想させ（内的思考）、おみやげをそれぞれの箱に何個入るか、具体的に求めさせ（外的思考）、その結果を振り返って考えさせた。（内的思考）生徒はこのような数学的思考を通して、数学の授業で学習したことが「日常に役立つ」と数学の有用性を感じた。さらに、生徒の中には、単に楽しかったということだけではなく、「じっくりと考えたことが楽しかった」と活動を通して数学を学ぶことの楽しさや充実感を感じていた。

3 自ら問題解決をしようとする態度の育成

課題3において、生徒が自ら課題を選択し、主体的に問題を解決していく活動を通して数学的な見方や考え方がさらに深まり、課題学習が一層活発に行えた。

また、普段数学が苦手だと感じている生徒でも、「こういう授業を求めている。」という感想を書いているように、主体的に問題解決をしようとする意欲をもたせる教材である。

V 今後の課題

1 今回の学習課題では「おみやげ」を底面と平行になるように入れるという条件をつけた。3年次の「三平方の定理」を学習した後ならば、「ななめ」に入れるとどうなるか考えることができる。さらには、球や円柱などの立体を箱に入れるというように発展させることができる。

2 具体的活動を通して得られた結果やその過程について、事象の中に潜む関係を探り規則性が見いだせる教材の開発が望まれる。

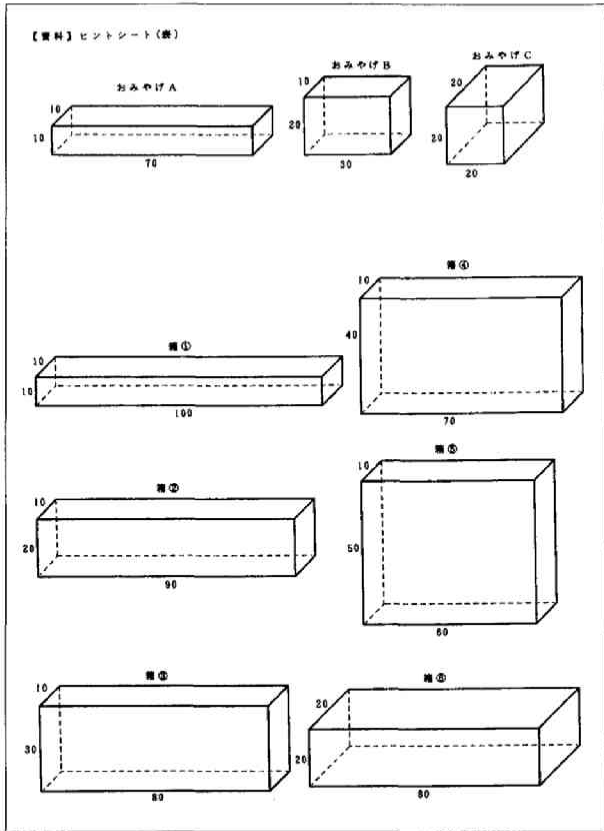
3 課題の解決にいたるまでの「関心・意欲・態度の評価」を工夫することは、課題学習においては特に重要であると考えられる。

4 日常に関連した事象の課題を選ぶことは大切であるが、生徒にとっては必ずしも身近でないこともあるので、事前に実態調査も必要である。

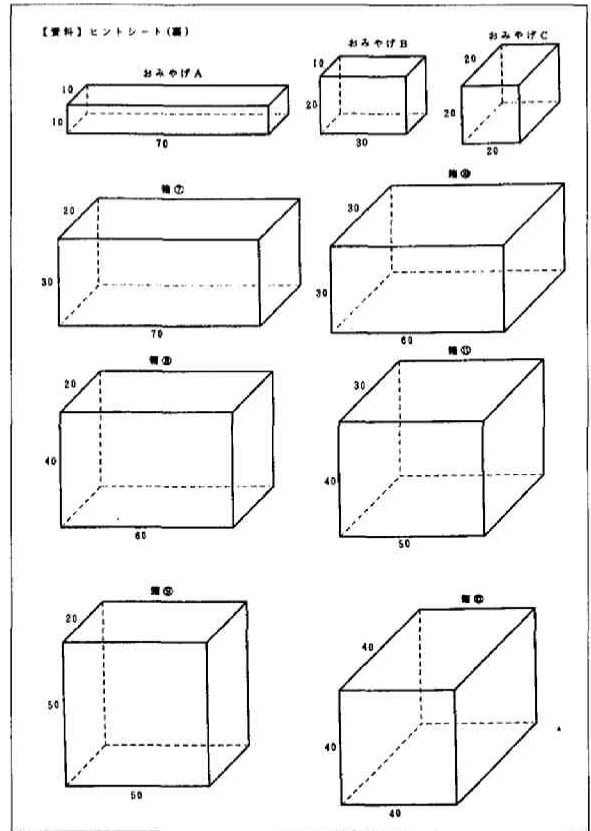
5 空間認識を養うことは難しいことである。今回の課題解決においても作図による念頭的操作活動と具体物を使って体験する活動のバランスを考えながら、生徒の解決しようとする意欲を喚起することが大切である。

6 生徒が課題を解決するための方法が一通りでなく、作図や視聴覚機器など多岐にわたるアプローチで解決できるように題材を設定する必要がある。

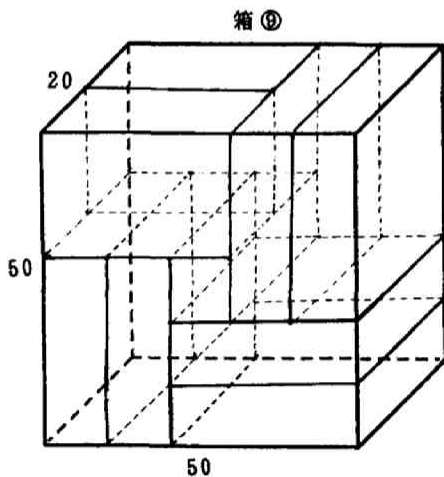
ヒントシート表



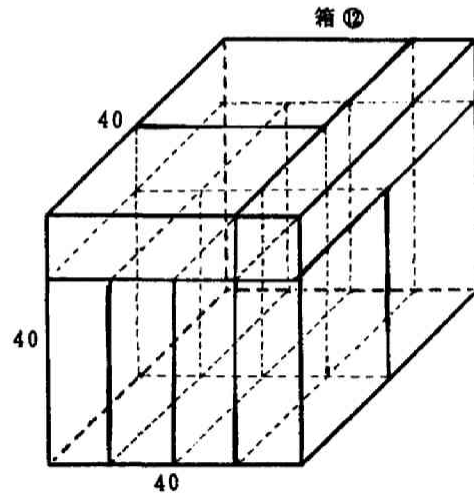
ヒントシート裏



おみやげB 箱⑨の入れ方(例)



おみやげB 箱⑫の入れ方(例)



2班 (図形)

I 研究の構想

事象を多面的にとらえ、論理的に考える力を伸ばす授業の工夫

～数学的活動の楽しさを体験し、発見の喜びを知る。～

生徒の実態

- 個々の習熟の程度や意欲の差が大きい。
- 過程よりも結果を重視する。
- 証明問題は苦手である。
- 抽象的なものよりも、具体的なものの方に興味を示しやすい。
- 理解したい、分かってほしいという願いを持っている。

指導の現状と課題

- 定理・公式を導き出すことよりも、それらを用いた演習に重点を置きがちである。
- 生徒自らの考えを引き出す数学的活動が少ない。
- 単元を一通り終わらせることで、時数のほとんどを費やしてしまう。

研究のねらい

- 課題について、いろいろな解き方を模索する姿勢を大切にすることにより、多面的なものの見方を身に付けさせる。また、自分の考えを発表することや、他の意見を聞き、それを発展させることにより、論理的に考える力を伸ばす。
- 適切な課題を与えることにより、定理や公式を自ら見出させることで、発見の喜びを体験させる。また、学習過程において、論理的に考えようとする姿勢を大切にし、数学的活動の楽しさを実感させる。

研究の内容・方法

○研究のねらいに沿って、円周角の定理を題材として、下記の指導内容・方法の工夫改善を図った。

1. 自分で教具を操作する。→興味・関心を持たせる
2. 円を与えず規則性のある2つの角度に着目する。→問題を発見させる。
3. 多様な解法を試みる。→多面的なものの見方を育てる。
4. 筋道を立てて他の人に説明できるようにする。→論理的に考える力を伸ばす。
5. 円を連想し、定理を導く。→発見する喜びを感得させる。

II 研究の内容

1 主題 「円周角の定理」

2 題材設定の理由

従来の円周角の定理の授業では、先に円周角の定義をしてから扱うことが多かったが、ここでは多角形の角度を求める演習を通して、生徒自らが円周角の定理を導き出せるような過程を考えてみた。

まず、多角形の具体的な角度を求めるときに、各個人が試行錯誤し、自分の考えを発表したり他の意見を聞いたりして、さらに考えを深めていく。次に、いろいろな角度を考えることによって、それに共通する性質を類推させる。そして、その多角形の条件から円を連想させ、円周角の定理を導き出させる。以上のような数学的な活動を通して、自ら課題を見出す力、論理的に考える力を伸ばせるものと考え、この題材を設定した。

3 単元名 円周角

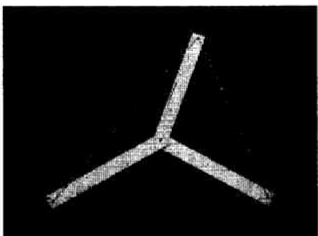
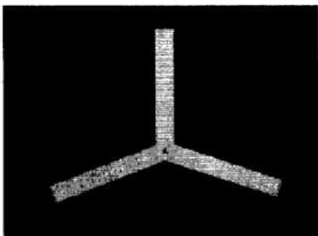
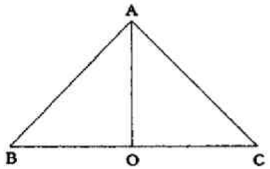
4 指導計画

- | | | |
|---------------|-------|-----------|
| (1) 円の基本性質 | 2時間 | |
| (2) 円周角 | 5時間 | 【本時1 / 5】 |
| (3) 円に内接する四角形 | 2.5時間 | |
| (4) まとめ | 0.5時間 | |

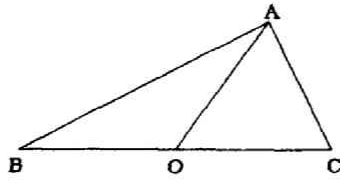
5 本時の目標

- 多角形の角度を計測することを通して規則性のある2つの角度の関係を予想する。
- 予想したことが成り立つことを多様な解法で確かめ、円周角の定理を導き出す。

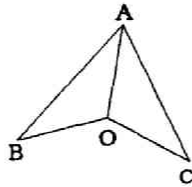
6 本時の展開

	指導過程・学習活動	指導上の留意点
導 入 10 分	<p>• 教師用教具を提示する。</p> <p>教師用教具  生徒用教具 </p> <p>• 生徒用教具を配布する。</p> <p>• 教具を自由に使わせて、気が付いたことを発表させる。</p> <p>• 教師用教具で $\angle BOC = 180^\circ$ を提示し、$\angle BAC$ の大きさを考えさせて発表させる。</p> 	<p>• ゴムのついた長さの同じ3本の棒が自由に動くことを示す。</p> <p>• 興味を持たせるとともに自由に発想させる。</p> <p>• 生徒用教具を活用させる。</p> <p>評価 教具を使った操作活動が意欲的に行われていたか。</p> <p>• 90° になる理由の中で、2つの直角二等辺三角形にふれる。</p>

- OA を動かしたとき、 $\angle BAC$ の大きさがどうなるかを考えさせて発表させる。



- 教師用教具で $\angle BOC = 140^\circ$ を提示し、 OA を動かしながら $\angle BAC$ の大きさを考えさせて発表させる。



- プリントを配布する。
- プリントに OA をかかせて $\angle BAC$ を分度器で測らせる。
- 何人かに測った角度を発表させる。

- $\angle BAC = 70^\circ$ で一定になることと同時に、2つの例を通して $\angle BOC$ と $\angle BAC$ の角度にどんな関係があるのかを予想させて発表させる。

予想される生徒の考え。

「 $\angle BAC$ は $\angle BOC$ の半分の大きさではないか。」

「 $\angle BOC$ は $\angle BAC$ の2倍の大きさではないか。」

- $\angle BAC$ の位置を確認する。
- 誤差があまりにも大きいときは、 OA の長さや分度器の使い方を確認する。

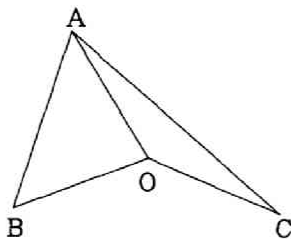
- 角度を発表させるときに、教師用教具で生徒のかいた OA の位置を提示させる。

- 角度が一定になっているだけではなく、どの場合も $\angle BOC$ が $\angle BAC$ の2倍になっていることを確認する。

展
開
30
分

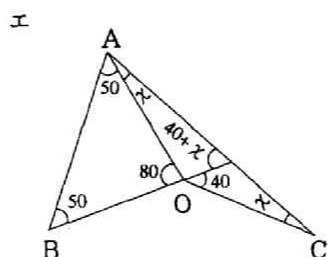
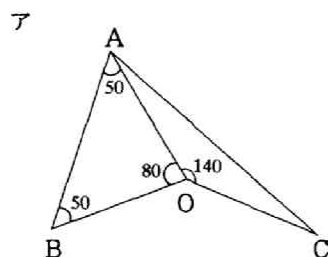
1. $OA = OB = OC$ のとき、

- (1) $\angle BOC = 140^\circ$ のとき、 $\angle BAC$ の大きさを計算によって求めてみよう。



- (2) ① $\angle OAB = 50^\circ$ のとき、 $\angle BAC$ の大きさがどうなるか考えてみよう。

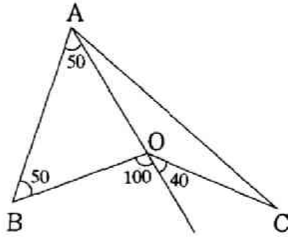
予想される生徒の考え



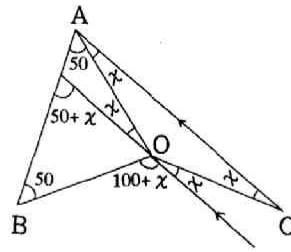
- 黒板に同じ図を提示する。
- (2)①に移行する前に十分時間をとる。

- 黒板の図に $\angle OAB = 50^\circ$ を書き込む。生徒にも 50° をプリントに書き込ませる。
- 1つのやり方で解けた生徒には、他のやり方を考えるよう働きかける。
- プリントには、自分の考えや式を書かせる。

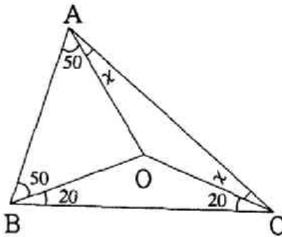
イ



オ

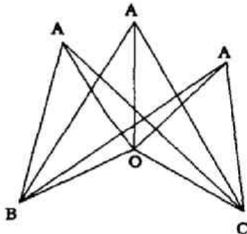


ウ



• 発表させる。式を黒板に書かせて説明させる。

• $\angle OAB$ が、 50° より小さく、あるいは大きくなるように OA を動かしたら $\angle BAC$ はどうなるだろうか。黒板の教具を使って問いかけ、生徒自身の教具を動かして考えさせる。



② 早く終わった生徒には、最初に自分でかいた図の $\angle OAB$ の大きさを測らせて、 $\angle BAC$ の大きさがどうなるか計算によって求めさせる。

③ $\angle OAB = a^\circ$ のとき、 $\angle BAC$ の大きさがどうなるか求めてみよう。

• 発表させる。

※ 予想が成り立っていることを確認する。

4. $OA = OB = OC$ という条件より、3点 A 、 B 、 C はどんな図形上の点であるか、最初の図にかき入れてみよう。

• いくつもでない場合、補助線のヒントを出して考えさせる。最低限ア～ウは出るようにする。

評価 与えられた課題に対していろいろな解き方を試みようとしていたか。

• 論拠を明らかにしながら、発表させる。

評価 数学的記号等を使って表したり、論拠を明らかにしながら説明できたか。

• 他の人の発表を聞いて気が付いたことをプリントに書かせる。

評価 発表を聞いていて他の人の考えが理解できていたか。

• 生徒用教具を活用させる。

評価 教具を使った操作活動が意欲的に行われていたか。

• $\angle OAB = 50^\circ$ のときと同様に自分で測った角度で計算させる。

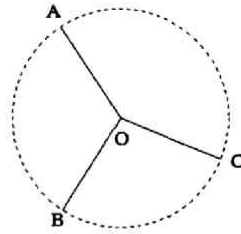
• 生徒の発表したものの中から1つを選んで、 $\angle OAB$ を a° にして計算すればよいことに気付かせる。黒板ではイを取り上げる。

• 「どんな図形上の点」という言葉をいろいろな言い方に置き換えて発問の意味を理解させる。

• $OA = OB = OC$ を強調する。

予想される生徒の考え

- 三角形ABC
- Oを中心とする円



- コンパスの中心をOに置き、3点A、B、Cが円周上にあることを確認させる。
- $\angle BOC$ は、中心角である。BOとCOの開き具合、つまり中心角 $\angle BOC$ の大きさに伴って $\angle BAC$ の大きさも変わってくる。
 $\angle BAC$ を弧BCに対する円周角という。

円周角の定理

1つの弧に対する円周角の大きさは一定でありその弧に対する中心角の半分である。

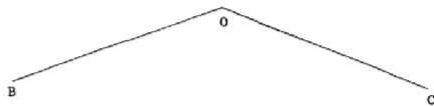
- 教師用教具を操作し、円を印象づける。

- 黒板の図にコンパスで円をかき入れる。
- コンパスで3点A、B、Cを結びせることで円周上にあることを視覚に訴える。
- 円周角の定義と定理をプリントに書かせる。

評価 円周角の定理へ導くことができたか。

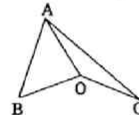
3年数学ワークシート

1. 下の図に自分でOAをかき、 $\angle BAC$ の角度を測ってみよう。

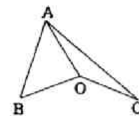


2. 1.で測った角度の大きさについて、どんな関係が成り立っているか予想してみよう。

3. $OA=OB=OC$ とします。
 $\angle BOC=140^\circ$ のとき、 $\angle BAC$ の大きさを計算によって求めてみよう。
[式・考え方]



*別のやり方も考えてみよう。
[式・考え方]



☆他の人の発表を聞いて、気がついたことを書こう。

組 長 氏名 _____

Ⅲ 授業の考察

1 アンケート集計結果 回答数：34 一部重複回答あり

(1) 今日の授業の内容はわかりましたか。

よくわかった (44%)	わかった (41%)	わからなかった (6%)	全然わからなかった (6%)
-----------------	---------------	-----------------	-------------------

(2) 「学習の道具」を配りましたが、どうでしたか。

考えるのに役立った (59%)	考えるのに不要だった (18%)	点が動くイメージを理解するのに役立った (29%)
-----------------	------------------	---------------------------

(3) 自分でいろいろと考えることができましたか。

自分で何通りも考えられた (21%)	自分では1通りしか考えられなかった (56%)	自分では考えられなかったが、他の人の発表を聞いて考えられた (26%)
--------------------	-------------------------	-------------------------------------

(4) 今日の学習内容は、以前から知っていましたか。

以前から知っていた (9%)	途中から知っている内容だとわかった (35%)	初めて学習する内容だった (56%)
----------------	-------------------------	--------------------

(5) (4)で「初めて学習する内容だった」と答えた人のみ答えてください。

自分で定理を発見できてよかった (32%)	始めから定理として学習したかった (12%)	その他 (12%)	(全回答数に対する%)
-----------------------	------------------------	-----------	-------------

(6) 自由に感想を書いてください。

- ・今日はみんながいつもと違って張り切っていてよかったと思います。テストに出たら…100%解けるでしょう。楽しかったです。あと、「学習の道具」が役立ちました。
- ・知っている内容だったけれど、「何故こうなるのか？」がわかってよかったです。
- ・初めて知った定理だったので、わかったときは面白かった。
- ・自分では1通りしか見つけられなかったなので、難しかったです。いろいろなやり方があるんだとわかりました。
- ・道具を実際に使った方が、聞くだけよりわかりやすかった。

2 考察

- (1) 生徒は一人一人に与えられた教具を自由に動かし、様々な形での試行錯誤を行っていた。
- (2) こちらが予想したとおり、 $\angle BOC = 140^\circ$ という条件だけでは $\angle BAC$ を求めることはできなかった。 $\angle OAB = 50^\circ$ という条件を与えたことで、 $\angle BAC$ を求められた生徒が増えた。ただし、 $\angle OAB = 50^\circ$ の場合、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形になる。解法に特に影響はなかったが、 $\angle OAB$ には 50° ではない角を設定した方がよかった。
- (3) アのやり方を考える生徒が多く、次いでウを考える生徒がいた。補助線のヒントを出すことで、イヤウを考える生徒が出てきた。

- (4) $\angle OAB = a^\circ$ のとき、 $\angle BAC$ を求める計算はアで考えた生徒が多かったのでアを取り上げたが、文字を使った式の計算ではイの方が容易であった。
- (5) 最初に実測し予想したことが計算によって正しかったとわかったとき、生徒の中から感動の声があがっていた。
- (6) 「3点A、B、Cはどんな図形上の点か」という言葉を「3点A、B、Cを結ぶ」と表現したため、直線のイメージを与えてしまった。教師用教具を回転させたり、Oを中心として実際に円を板書すると、視覚的に効果があったと思う。
- (7) この時間に学習してきた内容が実は円のことだったという驚きを与えることができた。

IV 研究のまとめ

今回の研究では、準備にあまり手間のかからないように、という視点を持った。よって、教具についても簡単に製作でき、かつ効果的なものを考案するように努めた。実際、教具の操作活動は、生徒の意欲を喚起し、固定された図では得られない動的な部分の理解を助け、思考の発展へとつながった。さらに、その教具に表われる図の角度を測るという活動は、数学を身近なものに感じさせ、抽象性と具体性の媒介となった。そういった過程を経ての定理の発見は、生徒にとっては貴重な数学的活動の体験であると思われる。

上記の通り「数学的活動の楽しさを体験し、発見の喜びを知る」は概ね達成できた。

「事象を多面的にとらえる」学習をさせるため、当初は図形上のすべての角度を計測させることで2つの角度の間関係を生徒自らに予想させようとした。しかし、計測に時間がかかりなおかつ不正確であったために、計測する角を指定するという変更を余儀なくされた。

「論理的に考える力を伸ばす」ために、自分の考え方を発表・説明できるように助言した。また発表することで自分の考えを整理させ、他の発表を聞くことで自分の考えを深化・発展させるような働きかけをした。

V 今後の課題

「事象を多面的にとらえる」ために様々な解法があり、「論理的に考える力を伸ばす」ためにその解法が論証である課題ということで、今回は「円周角の定理」を教材とした。このような授業展開は中学校で扱う定理すべてについて可能なわけではない。証明が1通りでないことが前提となるからである。他の候補としては例えば「三平方の定理」が挙げられる。また、年間の指導計画を考慮すると、今回のような授業は学期に一度程度というのが現状であろうが、できるだけ増やしていきたいものである。したがって、他の定理についてもまだまだ、検討が必要である。

また、生徒の発表する力も養わなければならない。特に論理的に考える力は数学のみならず、多方面に渡って発揮される力である。これは普段の数学の授業のみならず、総合的な学習の時間でも発揮される力となる。

平成14年度からの新教育課程では「円周角の定理」は2年生に移行する。そうなれば、生徒の反応も今回とは違ってくるのが予想される。できれば、その比較も研究すべきであったが、実現できなかったことを付記しておく。

3班（選択教科としての「数学」）

I 研究の構想

楽しみながら自ら課題に取り組む選択授業の工夫

生徒の実態

- 個々の習熟の程度の差が大きい。
- 基礎・基本が定着していない。
- 数学嫌いが少なくない。
- 受験教科として考えている。
- 考えることをさける傾向がある。

指導の現状と課題

- 生徒が自ら課題を見つける数学的活動が不足している。
- 一斉授業に終始しがちである。
- 指導計画の見直し及び指導の重点化が図られていない。

研究のねらい

- 身の回りにある考えやすい教材、または生徒が主体的に取り組みやすい教材を扱うことにより、生徒が自ら学び、自ら考えようとする意欲を高めることができる。
- 導入部分をていねいに行い、資料やワークシートを工夫することにより、学習内容に興味をもつことができる。
- 考えさせる時間を十分とることにより、個に応じた取り組みが展開できる。
- 点字の解読をする中で、規則性を発見し、数学的な見方や考え方のよさを知ること、日常生活の中での数学の必要性・有用性を実感することを通して、数学を学習する意義を知ることができる。
- 点字に触れることで、福祉やボランティア活動等の動機付けになり、数学の授業を総合的な学習の時間に生かすことができる。

研究内容・方法

1. 選択授業に関する生徒の実態調査（事前・事後アンケートによる調査の実施と分析）
2. 研究構想図を作り、研究のねらいを明確にする。
3. 実践例〈3年選択授業を通して〉
 - ①点字の規則性を発見する。
 - ②点字を活用し、「場合の数」を学習する。
4. 選択授業を重視するための指導の工夫
 - ①グループ学習の工夫
 - ②課題学習の改善・充実

Ⅱ 研究の内容

1 教材工夫の観点

新学習指導要領で、『選択教科としての「数学」は、生徒の特性等に応じ多様な学習活動が展開できるよう、第2の内容その他の内容で各学校が定めるものについて、課題学習、作業、実験、調査、補充的な学習、発展的な学習などの学習活動を各学校において適切に工夫して取り扱うものとする。』と記されている。

平成14年度の新学習指導要領完全実施を見据え、今後の選択授業の重要性を押さえ、研究のねらいに沿い、次の点に留意し教材を設定した。

- (1) 数学のよさがわかるもの
- (2) 選択の授業だからこそ扱えるもの
- (3) 身の回りにある考えやすい題材で、楽しく、学習してよかったと感じられるもの
- (4) 2～3時間の短時間で扱えるもの
- (5) グループ学習に適したもの
- (6) 問題解決能力を育てられるもの
- (7) 数学的な見方や考え方を育てられるもの
- (8) 「総合的な学習の時間」や他教科へ発展性のあるもの

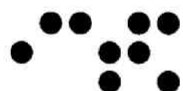

以上の観点をうけて、「点字」を扱うことにした。点字に隠されている規則性を発見し、日常生活の中での数学の必要性、有用性を実感させるものとした。

2 学習指導案

- (1) 単元名 「点字と数学」
- (2) 指導計画
 - 1 時限目 「生活の中の点字と意味」
 - 2 時限目 「規則性を見つける」
 - 3 時限目 「規則性の限界」
- (3) 目標
 - 第1時限目・点字に興味をもち、1つの文字が6つの点で表されることを知る。
 - 第2時限目・点字の規則性を見つける。
 - ・規則性の限界を知り、「わ」行と「や」行について、なぜ表せないのかを考える。

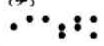
(4) 第1時限目 指導案

	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	評 価
導 入	<ul style="list-style-type: none"> ・本時の内容を説明する。 ・ジュースとビールの缶の違いをどのように判別するか考える。 	<ul style="list-style-type: none"> ・点字の勉強をすることを確認させる。 ・生活に即したものを使い興味をもたせる。 	


<p><ワークシート①></p> <ul style="list-style-type: none"> ・実物（ビールの缶）や写真（電話）についている点は何を表しているか考える。 <p>例（お酒）</p> 		<ul style="list-style-type: none"> ・意欲的に考えているか。 						
<p>展</p> <ul style="list-style-type: none"> ・グループを作りお互いに話し合う。（読み方や何文字書いてあるか） ・ヒントを与え、さらに区切り方を話し合う。 ・班でまとめたことを発表する。 <p>開</p> <p><ワークシート②></p> <ul style="list-style-type: none"> ・絵を見てさらに問題を解く ・答え合わせをし確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ヒントを与えずグループ毎に考えさせる。 ・机間指導をしながら、教師は支援する。 ・1文字が6つの点で表せることを理解させる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 5px;">①</td><td style="padding: 2px 5px;">④</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">②</td><td style="padding: 2px 5px;">⑤</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">③</td><td style="padding: 2px 5px;">⑥</td></tr> </table> </div> <p>合わせて、その点の番号も理解させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・文字数や区切り方を利用して解かせる。 	①	④	②	⑤	③	⑥	<ul style="list-style-type: none"> ・話し合いが活発にできたか。 ・班員に自分の意見が言えたか。 ・他人の意見をしっかり聞いて理解できたか。 ・一人一人が積極的に取り組んでいるか。
①	④							
②	⑤							
③	⑥							
<p>ま</p> <p>と</p> <p>め</p> <p><ワークシート③></p> <ul style="list-style-type: none"> ・ワークシート①・②の例題を利用し問題を解く。 <p>例</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="text-align: center;">●● ●● ○●</td> <td style="text-align: center;">○● ●● ●●</td> <td style="text-align: center;">○● ○● ●●</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">え</td> <td style="text-align: center;">ほ</td> <td style="text-align: center;">ん</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> ・答え合わせをし確認する。 ・次回の流れを聞く。 ・身近にある点字を探して（できれば写して）くる。 	●● ●● ○●	○● ●● ●●	○● ○● ●●	え	ほ	ん	<ul style="list-style-type: none"> ・いくつかの文字を手がかりに点字を読めるようにさせる。 ・次回はさらに例文を五十音表に書き入れ、規則性を見つける。 	<ul style="list-style-type: none"> ・いくつかの文字を利用することで点字が読めるようになることに気付いたか。
●● ●● ○●	○● ●● ●●	○● ○● ●●						
え	ほ	ん						

ワークシート①

（ア）



（イ）



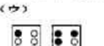
（1）何と書いてあるでしょうか。

（2）何文字書いてありますか。


（3）どう区切りがよいでしょうか。上の絵に区切りを入れてください。

ワークシート②

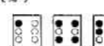
（ア）



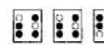
（イ）



（ウ）



（エ）




（1）下の絵を参考にしながら何と書いてあるか考えてみよう。（例「ア」を参考にしよう）

（2）

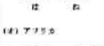
（3）

ワークシート③

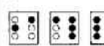
（ア）



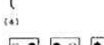
（イ）



（ウ）



（エ）




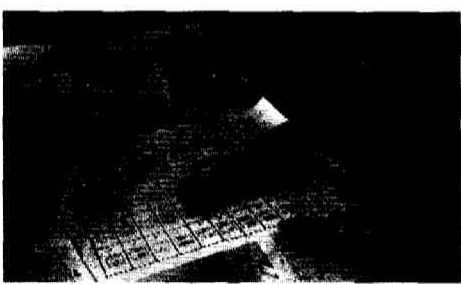
（1）

（2）

（3）

（4）

(5) 第2・3時限目 指導案

	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	評 価												
導 入	<ul style="list-style-type: none"> ・前時の復習 (例) ・コイン・おさけ ・アフリカ・ほほえみ ・はね・テニス 	<ul style="list-style-type: none"> ・1文字が6点で示されることを確認する。 ・グループ毎に記入を確認させる。(1グループ2,3人が望ましい) 	<ul style="list-style-type: none"> ・正確に記入しているか。 												
展 開	<p>〈五十音表①〉</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; vertical-align: top;"> <p>規則性を発見しまとめる</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・前時の例文を五十音表に書き入れる。 ・例文で示された文字以外の点字表示を記入する。 ・提示された確認問題を解く。(浮島) <p>う き し ま</p> <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">●●</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">●○</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">●○</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">●○</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">○○</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">●○</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">●●</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">○○</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">○○</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">○●</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">○●</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">●●</td> </tr> </table> <p>〈五十音表②〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・早いグループは発表用紙に記入する。 〈規則性〉 ○あの段、いの段、……の規則性 ○ア行、カ行、……の規則性 ○母音、子音の規則性 	●●	●○	●○	●○	○○	●○	●●	○○	○○	○●	○●	●●	<ul style="list-style-type: none"> ・ヒントを与えず、グループ毎で考えさせる。 ・机間指導しながら教師は支援する。 ・確認問題を提示し、考え方をチェックする。  <ul style="list-style-type: none"> ・遅いグループには五十音表の完成によって規則性の発見を促す。 	<ul style="list-style-type: none"> ・話し合いが活発にできているか。 ・意見が相手に伝えられたか。 ・五十音表が正確に完成できたか。 ・規則性が理解できたか。
●●	●○	●○	●○												
○○	●○	●●	○○												
○○	○●	○●	●●												
ま と め	<p>〈ワークシート④〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ワークシートを参考に規則性をまとめ発表する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・点字の6つの点の中の母音、子音を表す位置をしっかりと確認する。 <table style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-table;"> <tr> <td style="padding: 2px;">① ④</td> <td style="padding: 2px;">①②④ …… 母音</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">② ⑤</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">③ ⑥</td> <td style="padding: 2px;">③⑤⑥ …… 子音</td> </tr> </table>	① ④	①②④ …… 母音	② ⑤		③ ⑥	③⑤⑥ …… 子音	<ul style="list-style-type: none"> ・規則性が理解できたか。 						
① ④	①②④ …… 母音														
② ⑤															
③ ⑥	③⑤⑥ …… 子音														

発
展

〈ワークシート⑤〉

- ・「や、ゆ、よ、わ、を」を表す点字が作成できるか。グループで話し合う。
- ・できない理由を発表する。

- ・上の規則性では表せないことを気付かせる。
- ・なぜできないのかを考えさせる。

- ・子音を表す3個の点で表すことができるのは、ア行、カ行…ラ行の8(=2³)通りしかないことが理解できたか。

五十音表

氏名

	あ段	い段	う段	え段	お段
ア行	あ	い	う	え	お
カ行	か	き	く	け	こ
サ行	さ	し	す	せ	そ
タ行	た	ち	つ	て	と
ナ行	な	に	ぬ	ね	の
ハ行	は	ひ	ふ	へ	ほ
マ行	ま	み	む	め	も
ヤ行	や		ゆ		よ
ラ行	ら	り	る	れ	ろ
ワ行	わ	ゐ		ゑ	を
	ん				

五十音表(教師用)

	あ段	い段	う段	え段	お段
ア行	あ	い	う	え	お
カ行	か	き	く	け	こ
サ行	さ	し	す	せ	そ
タ行	た	ち	つ	て	と
ナ行	な	に	ぬ	ね	の
ハ行	は	ひ	ふ	へ	ほ
マ行	ま	み	む	め	も
ヤ行	や		ゆ		よ
ラ行	ら	り	る	れ	ろ
ワ行	わ	ゐ		ゑ	を
	ん				

ワークシート④ 3年 組 番氏名

【問1】五十音表を作成して以下の問いに答えてください。

- (1) 母音は何番で表していますか。



- (2) 子音は何番で表していますか。

- (3) このことから、どうい規則になっていますか。

- (4) 作成して、できない行があります。何行と何行でしょうか。

_____行と_____行

ワークシート⑤ 3年 組 番氏名

【問1】次の問いに答えてください。

- (1) 1つの点では何通りの表し方がありますか。

_____通り

- (2) 3つの点では何通りの表し方がありますか。

_____通り

- (3) 作成できない行があるのは、なぜですか。

Ⅲ 授業のまとめ

1. アンケートの集計 回答…122人（アンケート実施5校）

【質問1】あなたは、「点字」の規則性が理解できましたか。

よく理解できた	32人(26%)	理解できた	74人(61%)
理解できない	14人(11%)	全く理解できない	2人(2%)

【質問2】あなたは、この課題に興味を持って取り組みましたか。

積極的に取り組んだ	38人(32%)	取り組んだ	70人(57%)
取り組んでいない	14人(11%)	全く取り組んでいない	0人(0%)

【質問3】あなたは、点字のことをもっと深く知りたいと思うようになりましたか。

とても思うようになった	21人(17%)	思うようになった	70人(57%)
思うようにならない	27人(22%)	全く思うようにならない	4人(4%)

【質問4】あなたは、グループで協力できましたか。

自主的に協力できた	23人(19%)	協力できた	65人(53%)
協力できなかった	32人(26%)	全く協力できなかった	2人(2%)

【質問5】「点字」と「数学」には、どんな関係があると思いますか。

- 数の規則性がある。
- 点の組み合わせで何通りもできるという関係がある。
- わからない。 • 二進法 • 比例 • 規則と証明
- 点字はア行の点に違う点を足したり引いたりするから関係があると思った。
- 五十音表を作るとき、数学的な考えだった気がした。
- あるものを基準にして考えていくところに関係があると思った。

【質問6】この「点字」の授業の感想を書いて下さい。

- 知らないことがたくさんあった。もっといろいろなことを知りたいと思った。
- 小学校のときの国語でやったが、今回は自分で考えてとても勉強になった。
- 規則性が分かると簡単だった。
- 点字の規則性が分かって興味を持てた。
- ローマ字みたいにできていてすごいと思った。
- 今度点字を見かけたら読んでみようと思った。
- 町で見かけた点字が気になった。
- 点字を学ぶことによって身の回りが広く見えるような気がした。

2. 生徒の変容

	生徒の実態	授業時の反応	授業後の様子
生徒A	数学に興味をもっている。 (点字に初めて触れた)	強い関心を示した。	成り立ちに驚き、福祉に関心を示した。
生徒B	計算は得意である。 (小学校の時に学習した)	すべてに共通する規則性を追究した。	規則の限界を場合の数を使って証明でき、満足した。
生徒C	数学を苦手としている。 (点字に興味をもっていた)	特に成り立ちに関心を示した。	身近な点字を収集して読もうとしている。

3. 授業の考察

- (1) 導入において、缶ビールや点字新聞など実際の点字に触れたことで、今回の課題は生徒にとって身近なものになり、意欲的に取り組むきっかけとなった。
- (2) 少人数のグループ編成は、十分な意見交換を可能にし、積極的に参加していた。
- (3) 点字は小学校の時に国語で紹介されたり、駅の券売機や公衆電話などで普段目にしたことがある生徒が多くいた。しかし、その規則性にまで目を向けるものはなく、これがきっかけとなり、他の規則的なものの発見や見方の動機付けとなった。
- (4) 選択授業で取り上げることでゆとりをもった取り組みができ、生徒の実態に応じて数学的活動に多くの時間をかけることができた。さらに、五十音表を完成させていく中で試行錯誤しながら行うことは、論理的思考を促す上で効果的であった。
- (5) 規則性の限界を数学的に証明することで、数学の有用性を実感する生徒もいた。
- (6) 授業後、拗音や濁音、数字や記号の表し方など点字に興味をもつ生徒や生活の中にある点字の使われ方や視覚障害者の生活などに思いを寄せる生徒がいて、この課題が様々な発展をすることが予想される。

IV 研究のまとめ

今回、生徒が主体的に取り組みやすい教材として、選択授業の中で「点字」を数学の視点からも扱えるのではないかと、という考えをインターネットや教科書の補充問題などから見つけ、実際に取り上げてみることにした。初めてこの「点字」に触れたとき、これには多くの数学的な活動にかかわる部分が含まれていると直感したのだが、それを具現化していく過程では苦勞するところも多かった。実際の授業の場面では、主体的に考えようという意欲が感じられ、また、いわゆる数学の得意不得意にかかわりなく、普段の授業では発言の少ない生徒も意欲的に楽しく取り組んでいた。

また、ワークシートも解答・規則性を誘導するものでないよう注意して作成したことや、選択授業の枠の中でゆとりをもって考える時間を確保したことも生徒の主体的活動を促すことにつながったと考えられる。

点字の解読をする中でワークシートを与える前から自分で五十音表にまとめ、規則性を見いだそうとする生徒もいたり、違った角度から規則性の発見にアプローチする生徒もいた。生徒は分類整理することで、より規則性を発見しやすくなると感じることもできた。

この教材の導入では福祉的な観点から興味をもたせていったが、今回の学習で規則性を知ったことで、単なる知識とは違う面から「点字」をとらえるようになり、「点字」の成り立ちからも福祉やボランティアに対する考えを深める可能性が大いにある。

このような点からも、数学と総合的な学習の時間とのかかわりなどにおいて発展させていくことができる。

V 今後の課題

- 身近な教材、生徒が興味・関心を示すような教材ということで「点字」を取り上げたが、「点字」と「数学」の関連性について、今一つ理解ができていない生徒も少なくなかった。

学習内容に興味をもたせる意味では、導入部分が大切だが、逆に数学の学習であるという意識が薄れてしまわないよう気をつけたい。

- 「点字」の解読が学習のねらいではなく、数学的な見方や考え方から点字の規則性に気付くことが学習の重点であることを示したい。そのためには生徒の習熟の程度に応じて、五十音表やワークシートの工夫などが必要である。
- 規則性を発見することで数学のよさや有用性に気付かせるため、今回の題材をさらに発展させ、点字の規則性と同じような教材を取り上げて継続的な学習を進めていくことが大切だと思う。
- ここで、今後の授業発展例をあげる。

(1) 規則性の発展例

① ハングル文字やローマ字の規則性

ㄱ	가	가	거	겨	고
나	나	나	너	너	노
다	다	다	더	더	도

母音	a	i	u	e	o
あ行	a	i	u	e	o
か行(k)	ka	ki	ku	ke	ko
さ行(s)	sa	si	•	•	•

② 手旗信号やモールス信号の規則性

(2) 場合の数の発展例

- ナンバープレートから何台(車)登録されているか判断する。
- 電話番号の登録数

(3) 点字を利用した授業の発展例

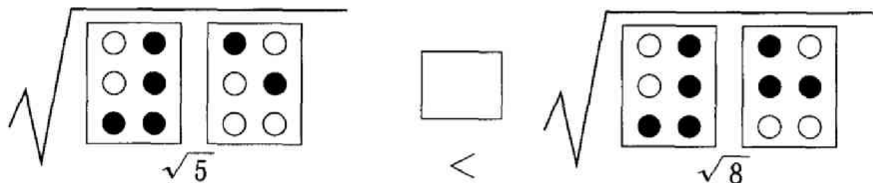
① 2進法から10進法に直す。

①	④	●	…… 1
②	⑤	○	…… 0としたとき、
③	⑥		

(さ)	● ○
	○ ●
	○ ●

$$\begin{array}{cccccc} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1_{(2)} \\ & & & & & = & 35 \end{array}$$

② 平方根の大小関係



③ 計算問題

$$\frac{1}{2} + 5$$

