

中学校

平成 16 年 度

教育研究員研究報告書

数	学
---	---

東京都教職員研修センター

目 次

共通主題設定の理由	-----	1
第1分科会 見通しをもって証明を構成することができる力を 高める指導方法の工夫		
1 主題設定の理由	-----	2
2 研究のねらい	-----	2
3 研究の仮説	-----	2
4 学習指導案	-----	3
(1) 単元名		
(2) 単元のねらい及び評価規準		
(3) 指導計画と評価計画		
(4) 本時の指導		
5 授業のまとめ	-----	7
6 研究のまとめ	-----	7
7 今後の課題	-----	8
第2分科会 身近な事象を通して関数の考え方を育てる導入法の工夫 ～比例・反比例の指導を通して～		
1 主題設定の理由	-----	10
2 研究のねらい	-----	10
3 研究の仮説	-----	10
4 学習指導案	-----	11
(1) 単元名		
(2) 単元のねらい及び評価規準		
(3) 指導計画と評価計画		
(4) 本時の指導		
5 授業のまとめ	-----	15
6 研究のまとめ	-----	16
7 今後の課題	-----	16
第3分科会 関数的な見方・考え方を育てる指導法の工夫 ～「いろいろな事象と関数」の指導を通して～		
1 主題設定の理由	-----	17
2 研究のねらい	-----	17
3 研究の仮説	-----	17
4 学習指導案	-----	18
(1) 単元名		
(2) 単元のねらい及び評価規準		
(3) 指導計画と評価計画		
(4) 本時の指導		
5 授業のまとめ	-----	22
6 研究のまとめ	-----	24
7 今後の課題	-----	24

数学における個に応じたきめ細かな指導の工夫

共通主題設定の理由

平成 15 年 6 月にだされた平成 13 年度小中学校教育課程実施状況調査報告書によると、これからの中学校数学科の学習指導上の留意点として、次の 8 点を挙げている。

- (1) 新しい内容を学習する場合、既習の知識をどのようにして活用あるいは再構築して、新しい内容を解決するかという視点と生活の中の問題解決に数学をどのように活用するという視点の二つに配慮した指導をすること
- (2) 数学的活動の成果や意味を明らかにするとともに、問題解決の基本的なこととして、「振り返って考えること」を強調した指導をすること
- (3) 帰納、類推、演繹など数学的な推論の働き、意義が明確になるよう指導すること
- (4) 計算など「処理すること」に偏りがちであった指導から、「表現すること」の学習を重視し、「処理すること」「表すこと」「よみとること」のバランスを考えた指導をすること
- (5) 数学的に表現し処理する仕方を身に付け、目的に合うように適切に用いることを重視した指導をすること
- (6) 事柄そのものの知識だけでなく、数学的知識の有用性や学習の意義が分かるような指導をすること
- (7) 学習内容についての意味の理解、学習内容をどのようにして解決するかという方法の理解、学んでいることのおよさや意義の理解などを重視した指導をすること

また、質問紙調査の「数学の問題のとき方が分からないとき、あきらめずにいろいろ考えようとしているか」という質問に対し、どの学年も 70 % を超える生徒が肯定的な反応をしている。この結果にみられる生徒の問題解決での前向きな態度を生かすために、これまで以上に「個に応じたきめ細かな指導」が必要と考え、本主題を設定した。

しかし、指導の改善として「きめ細かな指導」というと、少人数学習集団の指導、習熟の程度に応じた指導などの形態だけの問題に受け止められていることが多いように思われる。単に指導の形態だけでなく、形態とともに学習内容を指導する過程でのきめ細かさについて考えていくことが必要である。そして、生徒一人一人の学習の実現状況をしっかりと把握して指導を進めることを念頭に置き、3 分科会に分かれ研究を進めることとした。

見通しをもって証明を構成することができる力を
高める指導方法の工夫

1 主題設定の理由

中学校数学の大きな特徴の一つは、「図形」領域において、演繹的な推論の方法を活用することにあるといえる。しかし、「平成15年度 児童・生徒の学力向上を図るための調査報告書」（平成16年6月 東京都教育委員会）によると、論証にかかわる問題番号10 - (2) 正十角形の1つの内角の大きさを求める問題（「数学的な見方や考え方」を評価する問題）の正答率 52.1 %や、問題番号11 - (2) 適切な三角形の合同条件を選ぶ問題（「数学的な見方や考え方」を評価する問題）の正答率 54.9 %と、その他の図形の問題群の平均正答率 74.4 %と比べ、その差は明らかである。また、一般に図形の証明の指導では、その形式についての指導にとどまり、生徒はこれを暗記して覚えることに苦労している面も見うけられる。そして、生徒が実際に証明問題に取り組もうとするとき、生徒は全体像がみえないまますぐに証明の記述をはじめようとして混乱してしまう傾向がみられる。こうした現状を改善するためには、「生徒が自ら証明を構成するための見通しをもつ」ことが重要であると考え、本主題を設定した。

2 研究のねらい

見通しをもって、証明を構成することができるよう、次の2点を研究のねらいとした。

(1) あらかじめ分かっている内容である仮定と証明すべき結論を明確にすること

証明の構成を視覚的に把握できる論理学の手法である論証図に着目し、論理トレーニング（ワークシートを利用し、文章や証明を接続表現を意識しながら、論証図に表すトレーニング）を行い、論理的に筋道を立てて推論していく力を付けていく。

(2) 生徒が自分の言葉で証明のあらすじを述べたり書いたりすることができること

グループ討議において、相互に送り手（説明者）と受け手（確認者）になることで、証明すべき命題とその証明の構成（論理トレーニングを通して掌握したもの）を読み合い、議論させ、自分に対してはより納得でき、相手に対してはより説得できるものを追究する。

〔 論証図については、P 9 参照 〕

3 研究の仮説

論理トレーニングを通して、仮定・結論の明確化と、証明の仕方を身に付けることにより、見通しをもって証明を構成することができる力が高まるであろう。

4 学習指導案

(1) 単元名 図形の合同と証明

(2) 単元のねらい及び評価規準

単元のねらい	
平面図形の性質を三角形の合同条件などをもとにして確かめ、証明する必要性を理解し、論理的に考察する。	
評 価 規 準	【ア 数学への関心・意欲・態度】 合同な図形について、合同な図形の性質や2つの三角形が合同になる条件に関心をもつ。 三角形の合同条件を調べるとともに、それらの性質を使って問題を解決しようとする。 帰納的な方法ではすべての場合について調べることができないことに気付き、普遍性を理解したり明確に根拠を示したりするなど演繹的な推論による説明の必要性に関心をもち、図形の性質を論理的に推論しようとする。
	【イ 数学的な見方や考え方】 2つの図形が合同であるかどうかを判断することができる。 三角形の合同条件や平行線の性質など既習の性質を用いて、図形を考察することができる。 帰納的な方法と演繹的な方法を目的に応じて適切に使い、図形の性質を考察することができる。 仮定やすでに正しいと認められている事柄を根拠にして「結論」を導くことができる。
	【ウ 数学的な表現・処理】 三角形の合同条件を言葉や式などを用いて表したり、言葉や式で表されたことを読み取ることができる。 三角形の合同条件や既習の図形の性質などを根拠として、図形の性質を適切に表現し、証明することができる。 推論の過程を適切に表現することができる。
	【エ 数量、図形などについての知識・理解】 三角形の合同条件について理解する。 「仮定」や「結論」の意味を理解する。 証明の意義と証明における図のもつ意味を理解する。

(3) 指導計画と評価計画（8時間扱い）

主 な 学 習 内 容	時間	評価規準との関連			
		ア	イ	ウ	エ
① 合同な図形・三角形の合同条件	3				
② 論理トレーニング1（仮定と結論）	1				
③ 論理トレーニング2（論証図） P 9 参照	1				
④ 証明の構成を知る（本時）	1				
⑤ 証明	1				
⑥ まとめ	1				

(4) 本時の指導


本時の目標（本時の評価規準）

- ・筋道を立てて考えることに興味をもち、論証図を利用し図形の性質を論理的に推論しようとする。 【関心・意欲・態度】
- ・仮定や結論を明確に把握し、論証図により根拠を明確にし結論を導くことができる。 【見方や考え方】
- ・他者とともに論証図を用いながら、証明の構成の方法をより理解し、表現できる。 【表現・処理】

指導の工夫

- ア 選択肢の利用・・・選択肢を入れておくことにより、論証図の作成を意識させる。
- イ グループ討議・・・グループ討議において意見を交換することにより、論証図を利用し、論理的な推論の力を付ける。
- ウ カードの利用・・・カード（グループ用、板書用）を利用することにより、グループ討議での意見交換を活発にし、説明をしやすくする。
- エ 学習評価カードの利用・・・本時の学習について、自らの学習内容と自己評価をし、個々の生徒に対する次の指導に生かす。

展 開

	学 習 活 動	指導上の留意点 ・ 支援 ・ 評価
導	<ul style="list-style-type: none"> ・本時の学習のねらいを伝える。 ・ワークシートを配布する。 	<p>前時までに学んだ論証図の作成を図形の証明問題を推論していく手だてとして利用していくことを学ぶことを伝える。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>〔発問1〕ワークシート1を利用し、証明問題の論証図を作成してみましょう。</p> </div>
入	<ul style="list-style-type: none"> ・論証図の作成ができていない生徒は、論証図の作成方法の確認をする。 ・ワークシート1の解答を確認する。 	<p>ワークシートの工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・選択肢の準備。 ・結論をあらかじめ記入。（結論を意識）生徒の様子を観察し、個々の段階に相応した助言を行う。 <p>黒板を利用し、生徒の意見を聞きながら説明を行う。</p>
	<ul style="list-style-type: none"> ・座席をグループ（6人ほど）の形にし、グループごとに1セットずつのカードを受け取り、意見を出し合い論証図を作成する。 ・グループでの論証図の作成後、グループ討議で感じたことをワークシートに記入する。 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>〔発問2〕ワークシート2の論証図の作成を、グループでカードを利用し考えてみましょう。</p> </div> 

- ・指名された生徒は、黒板にてカードを利用し論証図を作成する。
- ・黒板の論証図を確認する。

ワークシートの工夫

- ・選択肢の準備
 - ・不要な選択肢の準備
- グループ討議の様子を観察し、グループごとに段階に応じた助言を行う。

生徒の意見を聞きながら、確認を行う。その際、「論証図の作成方法」に重点を置きながら行う。

「論証図の作成方法」

『結論』（結果）から考える。

その根拠となる事柄（理由）を考える。

- 〔 根拠（理由）が複数となる場合がある。〕
- 〔 仮定は根拠の一つである。〕

【表現・処理】

評価方法：グループ討議の観察とワークシート2の記入内容

おおむね満足できると判断される状況：論証図の作成において、自分の意見を伝えようとするとともに、他者の意見を、正誤を判断し取り入れようとしている。

努力を要する生徒への手だて：ワークシート1での考え方に戻り、確認するよう、助言・指導を行う。

〔発問3〕ワークシート3の論証図の作成を、一人一人で作成してみましょう。

- ・ワークシート3の論証図を一人ひとりが作成する。
- ・グループごとに配られたカードを利用し順に説明し合い、友達の説明から比較・判断をし、論証図を確認する。
- ・指名を受けた生徒が、黒板にてカードを利用し論証図を作成する。

ワークシートの工夫

- ・選択肢の準備
 - ・不要な選択肢の準備
- 生徒の様子を観察し、支援が必要な生徒に対し、個々に助言をしていく。

構成が途中の生徒も、できたところまでの考えを説明するよう指示する。



【見方や考え方】

評価方法：ワークシート3の記入内容

おおむね満足できると判断される状況：論証図の作成を考え、自らの構成の方法をまとめることができる。

努力を要する生徒への手だて：ワークシート1や2での考え方を再度確認する様、助言・指導を行う。

【表現・処理】

評価方法：グループ討議の観察・ワークシート3の記入内容

おおむね満足できると判断される状況：自分の作成した論証図の作成の方法を他者に伝えるとともに、他者の意見を聞き、

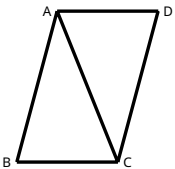
	<p>正誤を判断し、正しい論証図の作成ができる。</p> <p>努力を要する生徒への手だて：状況に応じて個別指導を行う。</p>	
ま	<p>・黒板に作成された論証図について、教師の説明を聞き、確認していくとともに、推論の立て方を確認していく。</p> <p>・学習評価カードの記入。 (学習を振り返る)</p>	<p>論証図の作成方法(推論の立て方)を確認しながら進める。 (本時で学んだことのまとめ)</p> <p>学習評価カードの記入方法の説明。 学習評価カードの回収</p>
と	<p>・次時、論証図を利用し、証明の書き方を学ぶことを知る。</p>	
め	<p>【関心・意欲・態度】 評価方法：学習評価カードの記入内容 おおむね満足できると判断される状況：学習評価カードへ本時で学んだことを記入し、適正に自己評価しようとしている。</p> <p>努力を要する生徒への手だて：状況に応じて、個別指導を行う。</p>	

本時に使用したワークシート

ワークシート 1

数学・学習シート 図形の合同と証明
「証明問題の論証図をつくろう！」

1 「下の図の四角形 ABCD において、 $AB = CD$ 、 $BC = DA$ ならば、 $ABC \cong CDA$ である。このことを証明しなさい。」
上の問題において、下の()の中の式や言葉を利用し、論証図をつくりました。



2つの三角形の3組の辺がそれぞれ等しい

$AB = CD$ (仮定)

$BC = DA$ (仮定)

$AC = CA$ (共通)

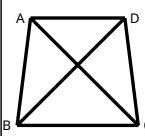
論証図

↓

$ABC \cong CDA$

ワークシート 2

2 「下の図の四角形 ABCD において、 $AB = DC$ 、 $AC = DB$ ならば、 $ABC \cong DCB$ である。このことを証明しなさい。」
上の問題において、グループで意見を出し合い、下の()内の式や言葉の中から利用するものを選び、論証図をつくりました。



$ABC \cong DCB$	$ABD \cong DCA$
$ABC = DCB$	
$BC = CB$ (共通)	$AB = DC$ (仮定)
$AC = DB$ (仮定)	$AD = DA$ (共通)

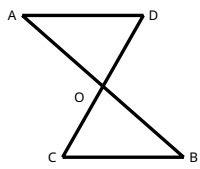
2つの三角形の3組の辺がそれぞれ等しい
2つの三角形の2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しい
合同な図形の対応する角は等しい

グループで考えた論証図

グループ討論を通して、他の生徒の意見の中で、これは考える上で重要ということ(論証図を作成する上でどのように考えることが良いかなど)感じたことを記入してみよう。

ワークシート 3

3 「下の図のように、2つの線分 AB, CD が点 O で交わっている。このとき、 $AO = BO$, $DO = CO$ ならば、 $AD \parallel CB$ であることを証明しなさい。」
上の問題において、下のかっこから必要なものを抜き出し、論証図をつくりました。



2つの三角形の3組の辺がそれぞれ等しい
2つの三角形の2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しい
2つの三角形の1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい
平行な2直線の錯角は等しい
平行線な2直線の同位角は等しい
同位角が等しい2直線は平行である
錯角が等しい2直線は平行である
$AO = BO$ $DO = CO$ $AD = BC$
$\angle AOD = \angle BOC$ $\angle OAD = \angle OBC$
$\angle ADCB$ $\angle AOD = \angle BOC$
合同な図形の対応する辺は等しい
合同な図形の対応する角は等しい

論証図を自分で考えてみよう

学習評価カード

学習評価カード (自己評価をしよう)

____年 ____組 ____番・氏名 _____

今回は、証明を構成していく上で必要な「論証図をつくる方法」について、グループでの話し合いなどを行いながら学習しました。今日の学習に対する自己評価をしてみましょう。

【今日の授業の中での評価】

各評価は、3段階(良いA・B・C努力が必要)で記入しましょう。

問題から、仮定と結論をしっかりとさがしだすことができた。	
グループ討議に積極的に参加することができた。	
論証図をつくることで、説明の道筋を理解することができた。	

【授業の中で感じたことや分かったことなど】

今日の授業を通して、感じたことや分かったことなどを記入しましょう。

5 授業のまとめ

論証トレーニングに取り組んだ当初は戸惑いも見えたが、授業が進むにつれ論証図を用いたことで、仮定と結論の区別や言いたいこととその理由の関係がはっきりし、「まず結論を見付けよう。」などの声があがり、証明をどう構成していくのか、見通しを立てようとし始めた。また、カードを使うことで、仮定と結論などが簡単に入れ替えられるので、生徒同士の話し合いが活発になった。さらに、小グループで話し合うことで、自分の考えを人に伝えようとし、「証明したいものが入った三角形のカードを選ぶんだよ。」などの発言も聞こえ、理由を述べる必要性・必然性を実感している様子が見られた。

6 研究のまとめ

「個に応じたきめ細かな指導」の主題のもとで、生徒自らが「見通しをもって、証明を構成する」よう働きかけていくためには、仮定と結論を区別する力や、一つ一つの事柄の根拠を見いだす力などが要求される。そこで、8ページの調査アンケートを指導の事前・事後に実施し、以下のように分析した。

論理トレーニングの指導前では、文の構成が複雑になると、仮定(原因)と結論(結果)の読み取りが急激に落ち込んでいる。その誤答の内容としては、仮定が複数あるとその全てを選択できないこと、あるいは、仮定の一部を結論として認知してしまうことなどが挙げられる。

その指導前の生徒の状況をもとに、仮定と結論の区別を明確にする論理トレーニング1と、論証図を作る過程で証明を構成することに意識をもたせる論理トレーニング2及び本時のワークシート1～3を、生徒に取り組ませることで、上記の力を高める働きかけを行った。

この一連の指導の後のアンケート結果を見ると、仮定が複数のものでも7割から8割程度の正答率を示しており、ワークシート使用の効果が出たものと思われる。

また、筋道を立てて考える上で、結論から導き出そうとする意識がでてきた。証明の過程の一つ一つの事柄に、必ず理由があることを意識できた。さらに、事柄の中には、複数の理由から成立するものがあることに気が付き始めた。これらの効果から論理トレーニングという指導の工夫の有効性を実感できた。

調査アンケート

[3 中学校 2 年生 3 5 9 名実施]

因果関係 (原因と結果) を見つけよう!		
組 _____ 番氏名 _____		
ある事柄 (結果や予想) を主張するとき、たいていその原因や理由が存在します。次の場合の原因 (理由) と結果 (予想) は何でしょう。文章の中から (1) ~ (3) は文章で、(4)、(5) は式や言葉で表しましょう。原因は1つとは限りません。		
(1) 僕は数学が不得意なので、毎日勉強することにした。	(原因 結果)	
原因 <u>僕は数学が不得意</u>		正答率 前 88% 後 99%
結果 <u>毎日勉強することにした</u>		
(2) E組が優勝したのは、皆が頑張ったからだよ。	(結果 原因)	
原因 <u>皆が頑張った</u>		正答率 前 83% 後 93%
結果 <u>E組が優勝した</u>		
(3) その教科書は家が学校にあるはずなんだが、家がないところをみると、学校に置きっぱなしになっているらしい。	(原因が2つ。)	
理由 <u>その教科書は家が学校にあるはずなんだが、 家がないところをみると</u>		正答率 前 24% 後 77%
予想 <u>学校に置きっぱなしになっているらしい。</u>		
(4) 右の図で、 $a \parallel b$, $a \parallel c$ とします。aに垂直な直線? を引けば、? はb, cに垂直です。	(仮定が3つ。)	
原因 <u>$a \parallel b$, $a \parallel c$, a ⊥ ?</u>		正答率 前 17% 後 72%
結果 <u>? ⊥ b, ? ⊥ c</u>		
(5) 右の図で、線分ABとABの垂直二等分線の交点をCとし、垂直二等分線上の点をPとすると、 $AP = BP$ となります。	(仮定が長文)	
原因 <u>$AB \perp CP$, $AC = BC$</u>		正答率 前 18% 後 83%
結果 <u>$AP = BP$</u>		

7 今後の課題

(1) 論証図から証明へ

今回の研究では、論理的な考え方を身に付け、それを深めるための手段として、論証図を活用した。しかし、これはあくまでも思考の手順を図式化したものにすぎない。一方で証明は、自分の考えを論理的系統的に他に伝えるための手段である。したがって、このあとの授業では、論証図から証明へのつながりを丁寧に指導する必要があると考える。

(2) 継続的な指導

しかし、論証図による思考の視覚化は、その流れが複雑になるほど有効であるとともに、既習の知識 (定理や性質など) が増えても論証図の基本的な作りは変わらない。したがって、2・3年と図形の学習が進む中で、折に触れて論証図にかえることが、さらに論理的思考力を高め、見通しをもった問題解決力につながるであろうと考える。

(注) 論証図について

ここで使う論証図の基本的な形は、以下のとおりである。

(1) 単純な論証

根拠Aから結論Bが導かれるとき、次のように書く。

A

B

(2) 単純論証の連鎖

さらに、例えば主張Aが根拠となってそこから主張Bが導かれ、続けて、その主張Bが根拠となってそこから主張Cが導かれるというように論証が連鎖することがある。このような場合、次のように書く。

A

B

C

(3) 結合論証

複数の主張が組み合わされてひとつの根拠を形成している場合、例えば主張AとBを組み合わされてひとつの根拠を形成し、そこから主張Cが結論される場合、次のように書く。

A + B

C

(4) 結合論証の連鎖

例えば、主張AとBが組み合わされてひとつの根拠を形成し、そこから主張Cが導かれる。さらにその主張Cに主張Dが加わり、それが合わさってまたひとつの根拠となり、そこから最終的な結論Eが導かれるとする。そのような場合、次のように書く。

A + B

C + D

E

論理トレーニング2

～それでは論証図へ～

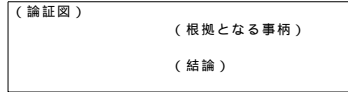
No. 1

「論証」とは、仮定や根拠となる事柄を使って結論を導くことである。

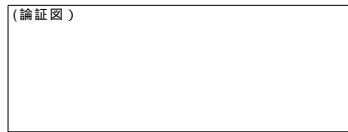
(例) モーツァルトは1月27日生まれなので、水瓶座である。
(根拠となる事柄) (結論)

複雑な論証をとらえる時、「論証図」が役に立つ。

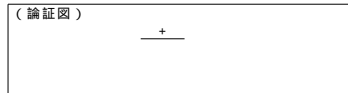
(例1) モーツァルトは1月27日生まれなので、水瓶座である。
(根拠となる事柄) (結論)



(例2) 雲が立ち込めてきたので、 天気が悪くなりそうだ。
したがって、明日の遠足は雨天コースになりそうだ。



(例3) モーツァルトは水瓶座である。 水瓶座の人は、双子座と相性がいい。 したがって、モーツァルトは双子座の人と相性がいい。



中学校で習う論証の論証図は、上の(例1)～(例3)のタイプの組み合わせでかくことができます!

では、スタート!!

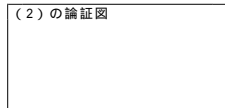
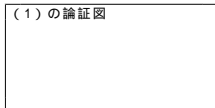
論理トレーニング2 (抜粋)

No. 2

1 □に接続詞を入れ、論証図を書こう。

(1) 私は3月15日生まれた。 □ 私は魚座だ。

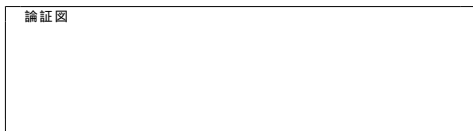
(2) 私は魚座である。 □ 私は3月15日生まれたから。



論証図を書く時のコツ

- ・ 一番最初に、結論を見つめる。次に、その理由を矢印の上を書く。
- ・ 接続表現(接続詞)に気を付け、理由なのか結論なのか判断する。

(3) 雨が降った。 □、遠足は中止になった。
□ 学校で授業を受けた。



(4) 今日は暖かだ。 □、空も晴れている。
□ 運動会日和だ。

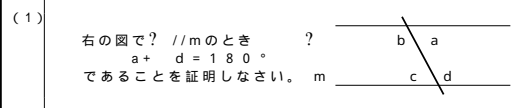


論理トレーニング2 (抜粋)

No. 3

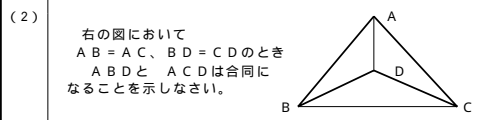
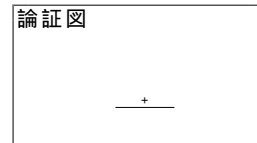
～いよいよ実践だ!～

1 次の証明を論証図で表そう。



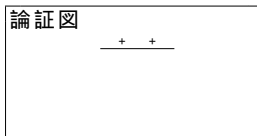
仮定	結論
? //m	$a + d = 180^\circ$

? //mより
錯角が等しいから
 $a = c$
また、一直線だから
 $c + d = 180^\circ$
従って、 $a + d = 180^\circ$



仮定	結論
$AB = AC$ 、 $BD = CD$	ABD ACD

ABD と ACD において
 $AB = AC$
 $BD = CD$
また、 $AD = AD$
よって、
3辺がそれぞれ等しいから
 ABD ACD



身近な事象を通して関数の考え方を育てる導入法の工夫
～ 比例・反比例の指導を通して～

1 主題設定の理由

現行の学習指導要領では、目標に「数学的活動の楽しさを知る」という文言が新しく盛り込まれている。これは、数学の学習が与えられた問題を解いて結果を出すと言うだけでなく、事象をよく観察し問題を見いだしたり、様々な解決方法を考えたりするなどの活動を通して、数学の理解を一層深めることをねらいとしたものである。数学的活動の楽しさは、ただ知識を伝えているだけでは生徒は感じとることはできない。事象の中から数学を見付け、つくり、発展させるプロセスで感動を伴うような授業展開を工夫することが大切である。そのためには、教師が数学を伝えるという立場でなく、生徒とともに数学をつくり上げていくのだという気持ちをもつことが必要である。

現在の授業の中で、生徒の実態・指導の現状として「生徒は授業に対して受身であり、教師主導の画一的な授業がなされている」という傾向が少なからず見られる。しかし、生徒に数学の授業が楽しく感じられたときはどのようなときかと尋ねてみると、「問題が理解できたとき」「自分の考えを友達が理解してくれたとき」「自分の考えていなかった新しい発想が聞けたとき」という声が返ってくる。生徒は仲間と協力して課題を解決する中に数学の楽しさを求めているが、教師は問題が解けることを優先し、それに至る過程の中に生徒の発想を生かすことが不十分であったと考える。

そこで、特に生徒が苦手意識をもつことの多い、関数を題材として、その導入時にオープンエンドの問題（正答がいく通りにも可能となるように条件付けられた問題）を用意し、生徒が互いに意見を述べ、互いに意見を認め合える場を授業の中に設定した。そして、生徒の様々な発想を引き出し、それを分類・整理することで、これから段階的に学習していく関数について、生徒の興味・関心を高め、見通しをもって学習できるよう授業展開を工夫していくこととした。

2 研究のねらい

関数の考え方を育てるために、生徒が主体的に問題を解決する活動を通して

- (1) 二つの数量の関係を見いだす力を伸ばすこと
- (2) 二つの数量の変化や対応についての見方・考え方を深めること
- (3) 関数関係（関係する二つの数量の一方の値を決めれば他方の値がただ一つ決まるような関係）を意識することによって、変数の理解を深めること

3 研究の仮説

関数の導入において、具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べ、関数関係を明確に意識することで、関数の考え方が育つだろう。

4 学習指導案

(1) 単元名 比例と反比例

(2) 単元のねらい及び評価規準

単元のねらい	
具体的な事象から伴って変わる二つの数量を取り出し、表やグラフを用いて調べることなどを通して、比例や反比例について考察を行い、その理解を深める。	
評 価 規 準	【ア 数学への関心・意欲・態度】 具体的な事象の中にある二つの数量の関係に関心をもち、観察や実験、調査などを通して、比例や反比例の関係を見だし、表現しようとする。 比例や反比例の関係の特徴を表、式、グラフを用いて調べようとする。
	【イ 数学的な見方や考え方】 身の回りにある事象の中から二つの数量の関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、考察することができる。 表や式を用いて、比例や反比例の関係を考察することができる。 式とグラフの関係を考察し、比例や反比例の特徴を見だし、考察することができる。
	【ウ 数学的な表現・処理】 文字を変数として扱うことができる。 伴って変わる二つの数量の変化の様子を表やグラフに表すことができる。 比例の関係を $y = ax$ 、反比例の関係を $y = a/x$ の形の式に表すことができる。 点の座標を読み取ったり、かいたりすることができる。 比例や反比例のグラフをかくことができる。
	【エ 数量、図形などについての知識・理解】 x軸、y軸、座標などの意味を理解する。 変数と変域を理解する。 比例や反比例のグラフの特徴を理解する。

(3) 指導計画と評価計画（15時間扱い）

主な学習内容	時間	評価規準との関連			
		ア	イ	ウ	エ
① 伴って変わる二つの数量（本時1/2）	2				
② 比例	4				
③ 比例のグラフ	2				
④ 反比例	2				
⑤ 反比例のグラフ	2				
⑥ 比例と反比例の利用	3				

(4) 本時の指導

本時の目標（本時の評価規準）

- ・具体的な事象の中にある二つの数量の関係に関心をもち、表現しようとする
【関心・意欲・態度】
- ・二つの数量の変化や対応の様子に着目し、二つの変数 x , y の関係をつかむことができる。【見方・考え方】
- ・二つの数量の関係を表に表すことができる。【表現・処理】


指導の工夫

ア オープンエンドの問題を準備し、生徒が互いに認め合う場面を設定することで、授業への関心・意欲を高める。

イ 身の回りにある題材を用いることで、生徒の豊かな発想を広げる。

ウ 具体的な事象の中にある関数関係を考察する活動を通して、対応する二つの値の組をはっきりとらえる。

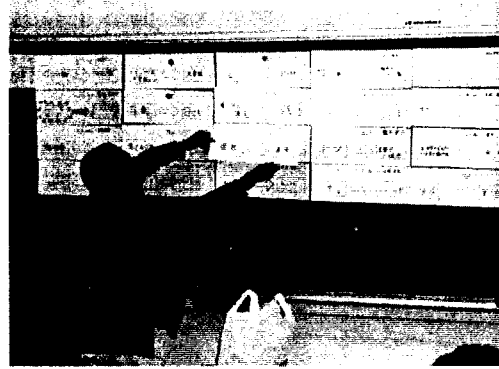
展開（本時）

	学 習 活 動	指導上の留意点 ・支援 ・評価
導 入	<p>・ワークシート1を配る。 【発問1】今日は二つのものの関係について考えます。身の回りから伴って変わる二つのものを捜して□の中言葉で書いてみましょう。</p> <p>・各自で考え記入する。</p> <p>・書き終わった生徒には別のシートを渡し、書けるだけ書かせる。</p> 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>ワークシート1 1年 組 番 氏名</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; gap: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">x</div> <div style="font-size: 2em;">➔</div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">y</div> </div> </div> <p>黒板に掲示するので大きく濃く書くように指示する。</p> <p>何をどうしたらよいか戸惑う生徒もいると思われるので個別に支援しながら書けている生徒のものを例として2～3紹介し、黒板に掲示する。</p> <p>例が出ない場合は、 時間 □ 水面の高さ □ を例示する。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>【関心・意欲・態度】</p> <p>評価方法：学習活動の観察・ワークシート1のおおむね満足と判断される状況</p> <ul style="list-style-type: none"> ・例を参考にして自分で書こうとしている。 努力を要する生徒への手だて ・生徒が考えている内容を聞き、それに沿ったヒントを与える。 </div>

- ・ワークシート1を回収する。
- 【紹介】生徒が考えた伴って変わる二つのものにはどんなものがあるか紹介する。
- ・一つ一つ確認しながら、黒板に掲示していく。



- ・例としてふさわしいもの、二つの間に関係がないものを掲示し関係を説明させる。



- ◇【発問2】の例となるので関係は、丁寧に説明させる。
- ☆二つの数量について関係のないものを挙げた生徒については説明させた後、関係のあるものを考えさせる。

- ・ワークシート2を配布する。
- 【発問2】の中にワークシート1で自分が書いた二つのものを入れましょう。ただし、今紹介されたものの中でこれはよいと思うものに変えてもよいです。

- 【発問3】左側のものと右側のものの関係を→の下の()の中に言葉や式で書きましょう。どうしても書けないものはそのまま空けておきましょう。

- ・各自で考え記入する。
- ・()の中には、簡単なことばや式で書く。

- 【発問4】次は下の枠に言葉や数字を入れてもらいます。→の左側のにあてはまるものをいくつか自由に考えて書いてみましょう。後でどちらを書いたのか分からなくなるように始めに決める側をxとして、まとめておきましょう。

- ・まずxの欄を埋める。

ワークシート2

1年 組 番 氏名 _____

x	→	y
()
x	→	y
	→	
	→	
	→	
	→	
	→	

- ◇発問3について、書きにくいもの、書けないものもあることを示す。

◎【見方・考え方①】

評価方法：ワークシート2

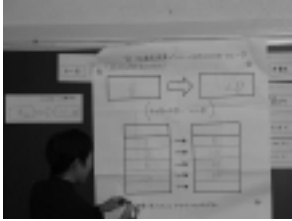
おおむね満足と判断される状況

- ・二つの数量の関係を考察することができる。

努力を要する生徒への手だて

- ・何を入れたらよいか分からない生徒には1つ、2つ例を示す。

- ◇定数が定まらなると書けない場合は適当な定数を自分で決めさせる。

展 開	<p>【発問 5】次に、 の右側の <input type="text"/> に左側の x と関係するものをあてはめてみましょう。後で決まる側は y として、まとめておきましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ x に対応する y の欄を埋める。 	<p>【表現・処理】 評価方法：学習の観察 ワークシート 2 おおむね満足と判断される状況 ・二つの数量の関係を表に表すことができる。</p> <p>発展的な内容として、負の数までに拡張できる関係はないか考える。</p>
ま と め	<ul style="list-style-type: none"> ・ 授業のまとめを記入する。 今日の授業で気付いたこと、分かったことは何ですか。 今日の授業で疑問に思ったことは何ですか。 ・ 身の回りには伴って変わる二つの数量がたくさん存在している。それらは変化の仕方によって分類することができる。次回はその分類について学習することを予告する。 ・ ワークシート 2，授業のまとめを回収する。 	<p>【関心・意欲・態度】 評価方法：授業のまとめの記入状況 おおむね満足と判断される状況 ・ 気付きや疑問が自分の言葉で表現できている。 努力を要する生徒への手だて ・ 必要に応じて個別指導を行う。</p>

次時の指導（略案）

	学 習 活 動	指導上の留意点 ・ 支援 ・ 評価
導 入	<ul style="list-style-type: none"> ・ 前時に生徒が考えたワークシート 2 をまとめたワークシート 3 を使い、前時の復習をする。 	<p>生徒の考えた例を使うことで興味・関心を高める。</p>
展 開	<ul style="list-style-type: none"> ・ 比例、反比例及び一次関数の例となるものについて、対応表の x、y に代入し、x、y の関係と関数の考え方をつかむ。 ・ 関数にならない例について、対応表の x、y にあてはまるものを代入し、関数にはならないものがあることを確かめる。 	<p>x に自由に数を入れることに抵抗がある生徒には、個別に支援する。 早くできた生徒には式を作らせる。</p> <hr/> <p>x に対応する y がいくつもあり、1 つに決まらないことを見い出せるように支援する。</p>
ま と め	<ul style="list-style-type: none"> ・ 関数を定義し、関数には比例だけでなくいろいろな種類があることをまとめる。 ・ 次から比例について学ぶことを伝える。 	<p>身の回りには関数になるもの、ならないものがあることを確認する。</p>

⑤ワークシート3

ワークシート3

1年組 番氏名 _____

I) x 洗濯機につめる量 \rightarrow y 洗剤の量

(洗濯物1kgにつき
カップ2ばい)

x	y

式: _____

II) x 冊数 \rightarrow y 代金

(1冊70円のノートを
買うときの代金)

x	y

式: _____

V) x 駅名 \rightarrow y 運賃

(【表1】をみて
A駅から
目的地までの運賃)

x	y

式: _____

II) x 飲んだ量 \rightarrow y 残った量

(200mlの牛乳を飲むとき
飲んだ量と残った量)

x	y

式: _____

IV) x 人数 \rightarrow y 1人分のケーキの重さ

(1200gのケーキを
人数で分けたときの
1人分の重さ)

x	y

式: _____

VI) x 買った切符 \rightarrow y いける駅

(【表1】をみて
買った切符で
いける駅名)

x	y

式: _____

まとめ 関数とは

【表1】A駅からの運賃表

B	駅	130円
C	駅	130円
D	駅	150円
E	駅	150円
F	駅	150円
G	駅	180円
H	駅	180円
I	駅	180円
J	駅	210円
K	駅	210円
L	駅	210円
M	駅	240円

5 授業のまとめ

関数を身近なものと感じ、関数の考え方を育てることを目的とした今回の授業は、これから学習していく比例や反比例のオリエンテーション的な位置付けとなり、2つの学習を自然な流れでつなぐものとなった。また、はじめは、何もないところから二つの数量関係を見つけることは生徒にとって困難なことではあったが、授業が進むにつれ「これはどうだ」「こんなものもある」とオープンエンドの問題の利点である「解答の多様性」が生かされた授業となった。生徒自らが見つけた多数の事象を分類・整理することで、「関数の考え方」を生徒自身が実感できたと考える。

生徒の考えた対応 (ワークシート1 (1時間目) より)

・ 銀行の預金額 \rightarrow ローン金利	・ 西暦 \rightarrow 自分の年齢
・ 洗濯物の重さ \rightarrow 洗剤量	・ 地球の自転回数 \rightarrow 日数
・ 家電量販店で買い物した代金 \rightarrow ついたポイント	・ 幼虫 \rightarrow 成虫
・ 5万円を持っていて買い物した金額 \rightarrow 残金	・ 誕生日 \rightarrow 星座
・ 音が伝わる距離 \rightarrow 時間	・ 降った雨量 \rightarrow 川の水位
・ 買い物した金額 \rightarrow 消費税額	・ 時刻 \rightarrow 太陽の仰角

6 研究のまとめ

本研究では、共通主題の「きめ細かな指導の工夫」として、「身近な事象を通して関数の考え方を育てる」ための単元の導入を工夫し、そのために、二つの数量の関係を見いだす力を伸ばすこと。二つの数量の変化や対応についての見方・考え方を深めること。関数関係を意識することによって、変数の理解を深めることを重要と考え、研究を進めた。

比例、反比例の学習は、実生活において数量を关系的に探究する基礎となるものである。この授業後、生徒は、2つの数量の関係をとらえるときに、「何を変えれば、何が変わるのか」とか「何を変えると、何がどう決まってくるのか」という表現が多くなった。これは物事に対して、変化の様子をただ漠然と眺めるような見方から、物事に積極的に働きかける気持ちでの見方に変わってきたととらえられることができる。このような深い見方・考え方に変化してきたのは、導入時の学習が、この先学習する比例・反比例の内容を、関連あるものとして生徒たちがとらえ、学習への見通しがもてたからだと考える。そして、このような学習の位置付けは、他の単元においても必要であると考えられる。

生徒の「授業のまとめ」より（2時間目）

- ・すべてが比例じゃないことが分かった。
- ・一つを決めるともう一つが出てくることを関数ということが分かった。
- ・一方を決めると他方が一つだけ出てくるもの以外にも幾つも出てきてしまうものがあることを知った。
- ・どちらかの数を決めて答えを出すのが代入に似ている。
- ・日常生活には伴って変わる2つの数量がたくさんある。

・授業のまとめ 1 - () _____
今日の授業で気づいたこと、わかったことは何ですか。

今日の授業で疑問に思ったことは何ですか。

7 今後の課題

- (1) 身の回りの事象から伴って変わる二つの数量を見つけさせる際の発問の仕方、生徒の様子を見ながら個々の生徒に応じた適切な助言・支援を与えることとそのタイミングはさらに工夫が必要である。
- (2) 変化の様子をとらえ、 x , y を変数として意識させる活動が足りなかった。対応表での段階で、さらに工夫が必要である。
- (3) オープンエンドの問題を取り扱ったときには、生徒の多様な反応をどのように取り上げていくかを十分に留意して、授業を行う必要がある。

分科会主題

関数的な見方・考え方を育てる指導法の工夫

～「いろいろな事象と関数」の指導を通して～

1 主題設定の理由

身近で具体的な問題解決場面で、関数を利用できることは大切なことである。ところが、「平成15年度 児童・生徒の学力向上を図るための調査報告書」（平成16年6月 東京都教育委員会）によると、「具体的な事象を、一次関数を用いて考察し、グラフに表すことができる」という項目の正答率が低く、これを苦手としている生徒が多いことが分かる。

現行の学習指導要領における数量関係の分野に関しては、第1学年で「比例、反比例」、第2学年で「一次関数」、第3学年で「関数 $y = a^2$ 」を学習することが必修指導内容となっている。第3学年における「いろいろな事象と関数」の内容が必修指導内容から削除されたこともあり、一つの単元において決まった形の式やグラフを扱う場面がほとんどで、様々な関数の表、式、グラフを扱う場面は少ない。そのため、関数という概念の必要性や重要性を十分理解しないまま、伴って変わる二つの数量の関係をただ形式的に式やグラフで表している生徒が多いのではないだろうか。

関数的な見方・考え方を活用するとは、日常の事象にみられる具体的な問題を、伴って変わる二つの数量の変化や対応の関係に着目して考察を進め、問題の解決を図っていくことができるということである。

関数的な見方・考え方を育てるためには、まず、何のためにグラフをかいたり、グラフの学習をするかを生徒が理解し、意欲をもって学習することが大切である。そのためには、身の回りの具体的な事象を題材にして、具体的な x と y の値から点をとってグラフをかくことによって、具体的に問題解決に有効であることを実感できる場面を設けることが必要である。また、グラフを用いて様々な数量の変化や対応の様子を考察することを通して、グラフの特徴や変化の割合など関数の性質の理解を深めることが大切である。

以上のことを踏まえ、本主題を設定した。

2 研究のねらい

関数的な見方・考え方を育てるために、次の3点を研究のねらいとした。

- (1) 具体的な問題解決場面において関数を利用することのよさを実感する。
- (2) 関数は、グラフを通して明瞭・簡潔に表現することにより、能率的に調べることができることを理解する。
- (3) 具体的な事象において「変化の割合」のもつ意味の理解を深める。

3 研究の仮説

関数の学習において、身の回りの具体的な事象における様々な数量の変化や対応の様子を、グラフを通して調べることによって、関数的な見方・考え方が育つであろう。

4 学習指導案

(1) 単元名 一次関数の利用

(2) 単元のねらい及び評価規準

単元のねらい	
事象の中にある一次関数の関係にある二つの数量を見だし、一次関数の性質やそのグラフの特徴を利用して問題を解決することができる。	
評	<p>【ア 数学への関心・意欲・態度】 実生活における諸事象に対して、一次関数の関係にある二つの数量を抽出しようとする。 一次関数の関係を様々な事象に適応させて、事象を考察しようとする。 実生活における事象の中で、一次関数の関係にある二つの数量に関する問題の解決に、一次関数の特徴を生かして問題解決を図ろうとする。</p>
価	<p>【イ 数学的な見方や考え方】 身の回りの事象に対して、一次関数を用いて考察できる。 考察した結果の適切性について、一次関数の特徴に従って、検証することができる。</p>
規	<p>【ウ 数学的な表現・処理】 一次関数の関係を表す表、式、グラフを用いて、身の回りの事象を表現することができる。 一次関数の特徴や性質に従って、身の回りの事象にある問題に対して処理することができる。</p>
準	<p>【エ 数量、図形などについての知識・理解】 一次関数を、どのような場面でどのように用いるか理解する。 身の回りの事象の中にある二つの数量で、一次関数の関係にある例について理解する。 変化の割合を理解する。</p>

(3) 指導計画と評価計画（6時間扱い）

主な学習内容	時間	評価規準との関連			
		ア	イ	ウ	エ
① 実生活における一次関数	1				
② 図形と一次関数	2				
③ 一次関数のグラフの利用	1				
④ いろいろな事象と関数（本時はその第2時）	2				

(4) 本時の指導

本時の目標（本時の評価規準）

- ・関数の特徴を、グラフを用いて考察することができる。【見方や考え方】
- ・グラフを通して変化の割合の意味を理解する。【知識・理解】

指導の工夫

ア 関心・意欲を高める工夫

携帯電話の料金を題材にするなど、生徒にとって身近で具体的な題材を用いたこと。

イ グラフのよさを実感できる工夫

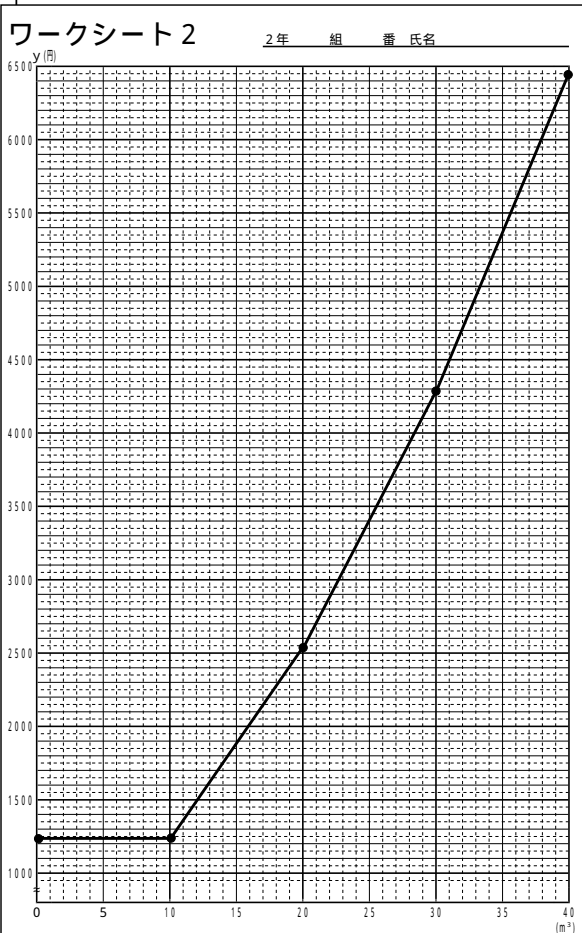
関数がグラフによって明瞭・簡潔に表現されることを理解し、グラフのよさを実感できるよう、一つの座標平面上に複数のグラフを重ねて事象を考察するような題材を用いたこと。




ウ 変化の割合の理解を深める工夫

の変域によって変化の割合が異なる題材を用いたこと。

展開

第1時(略案)

	学 習 活 動	指導上の留意点 ・ 支援 ・ 評価																																																																																																																																														
導 入	<p>ある家庭で月の水道使用量が15 m^3で水道料金が1880円でした。では水道使用量が30 m^3のときの水道料金はいくらでしょうか。</p> <p>・ 何人かの生徒が発言する。 ・ ワークシート1を配布し水道料金について説明する。</p> <p>ワークシート1 2年 組 番 氏名 _____</p> <p>問1 下の図は、23区内の水道料金表です。水道料金は、基本料金に従量料金(水道使用量によってかかる料金)を加えたものです。 呼び径が20mmの場合について、水道の使用量が m^3のときの水道料金をy円として、水道使用量と水道料金の関係をグラフで表してみましょう。</p> <p>水道料金(1ヶ月分)(平成6年6月1日から適用)</p> <table border="1" data-bbox="247 1164 790 1568"> <thead> <tr> <th rowspan="2">呼び径 (メートル径)</th> <th rowspan="2">基本料金</th> <th colspan="7">従量料金</th> </tr> <tr> <th>$1\text{ m}^3 - 10\text{ m}^3$</th> <th>$11\text{ m}^3 - 20\text{ m}^3$</th> <th>$21\text{ m}^3 - 30\text{ m}^3$</th> <th>$31\text{ m}^3 - 100\text{ m}^3$</th> <th>$101\text{ m}^3 - 200\text{ m}^3$</th> <th>$201\text{ m}^3 - 1,000\text{ m}^3$</th> <th>$1,001\text{ m}^3$ 以上</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>13mm</td> <td>920円</td> <td>0円</td> <td>1 m^3につき 130円</td> <td>1 m^3につき 175円</td> <td>1 m^3につき 215円</td> <td>1 m^3につき 300円</td> <td>1 m^3につき 375円</td> <td>1 m^3につき 415円</td> </tr> <tr> <td>20mm</td> <td>1,230円</td> <td colspan="2">1 m^3につき215円</td> <td>1 m^3につき 300円</td> <td>1 m^3につき 375円</td> <td>1 m^3につき 415円</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>25mm</td> <td>1,520円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>30mm</td> <td>3,420円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>40mm</td> <td>6,850円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>50mm</td> <td>20,700円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>75mm</td> <td>45,600円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>100mm</td> <td>94,500円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>150mm</td> <td>159,000円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>200mm</td> <td>342,000円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>250mm</td> <td>468,000円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>300mm</td> <td>798,000円</td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>以上</td> <td></td> <td colspan="7"></td> </tr> <tr> <td>公衆浴場用</td> <td>一般に同じ (40mm以上は 6,850円)</td> <td>0円</td> <td colspan="6">1 m^3につき110円</td> </tr> </tbody> </table> <p>問2 グラフをかくことによってどんなことが分かりましたか。</p> <div data-bbox="279 1624 790 1724" style="border: 1px solid black; height: 45px;"></div>	呼び径 (メートル径)	基本料金	従量料金							$1\text{ m}^3 - 10\text{ m}^3$	$11\text{ m}^3 - 20\text{ m}^3$	$21\text{ m}^3 - 30\text{ m}^3$	$31\text{ m}^3 - 100\text{ m}^3$	$101\text{ m}^3 - 200\text{ m}^3$	$201\text{ m}^3 - 1,000\text{ m}^3$	$1,001\text{ m}^3$ 以上	13mm	920円	0円	1 m^3 につき 130円	1 m^3 につき 175円	1 m^3 につき 215円	1 m^3 につき 300円	1 m^3 につき 375円	1 m^3 につき 415円	20mm	1,230円	1 m^3 につき215円		1 m^3 につき 300円	1 m^3 につき 375円	1 m^3 につき 415円			25mm	1,520円								30mm	3,420円								40mm	6,850円								50mm	20,700円								75mm	45,600円								100mm	94,500円								150mm	159,000円								200mm	342,000円								250mm	468,000円								300mm	798,000円								以上									公衆浴場用	一般に同じ (40mm以上は 6,850円)	0円	1 m^3 につき110円						<p>黒板に簡単に板書する。</p> <p>ワークシート2 2年 組 番 氏名 _____</p>  <p>「1 m^3あたり」の意味が理解しづらい生徒がいる場合は、具体的な数値の例を挙げて説明する。</p>
呼び径 (メートル径)	基本料金			従量料金																																																																																																																																												
		$1\text{ m}^3 - 10\text{ m}^3$	$11\text{ m}^3 - 20\text{ m}^3$	$21\text{ m}^3 - 30\text{ m}^3$	$31\text{ m}^3 - 100\text{ m}^3$	$101\text{ m}^3 - 200\text{ m}^3$	$201\text{ m}^3 - 1,000\text{ m}^3$	$1,001\text{ m}^3$ 以上																																																																																																																																								
13mm	920円	0円	1 m^3 につき 130円	1 m^3 につき 175円	1 m^3 につき 215円	1 m^3 につき 300円	1 m^3 につき 375円	1 m^3 につき 415円																																																																																																																																								
20mm	1,230円	1 m^3 につき215円		1 m^3 につき 300円	1 m^3 につき 375円	1 m^3 につき 415円																																																																																																																																										
25mm	1,520円																																																																																																																																															
30mm	3,420円																																																																																																																																															
40mm	6,850円																																																																																																																																															
50mm	20,700円																																																																																																																																															
75mm	45,600円																																																																																																																																															
100mm	94,500円																																																																																																																																															
150mm	159,000円																																																																																																																																															
200mm	342,000円																																																																																																																																															
250mm	468,000円																																																																																																																																															
300mm	798,000円																																																																																																																																															
以上																																																																																																																																																
公衆浴場用	一般に同じ (40mm以上は 6,850円)	0円	1 m^3 につき110円																																																																																																																																													
展 開	<p>・ ワークシート2を配布。 生徒はグラフをかく。</p>	<p>模造紙大の拡大コピーなどを利用して、板書用のワークシートを作成する。 グラフが連続になるように、変域の確認を行う。</p>																																																																																																																																														

<p>展 開</p>	 <ul style="list-style-type: none"> ・グラフが正しくかけているかを確認する。 ・30 m^3のときの水道料金が3760円ではないことを確認する。 ・生徒はワークシート1の問2に取り組む。 ・何人かの生徒が発言する。 	<p>$1\text{ m}^3 \sim 10\text{ m}^3$ 0 10 $11\text{ m}^3 \sim 20\text{ m}^3$ 10 20 等</p> <p>グラフがかけない生徒には $(0, 1230)$、$(10, 1230)$、$(20, 2530)$等の点をとって見せる。</p> <p>2倍の3760円でないことは、グラフから明らかであることを強調する。 比例の関係でないことを理解させる。 「水道の使用量と料金」のグラフから使用量が増えるほど、料金が割高になることを確認する。 「グラフをかくことによって、二つの数量の関係がどのような関係なのか、視覚的によく分かる」</p>												
<p>展 開</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・生徒はワークシート3の問1に取り組む。 ・ワークシート4を配布。 生徒はグラフをかく。  	<p>しばらく計算によって取り組ませた後、グラフの利用について助言する。 3つのプランをそれぞれ別の色でかくように指示を出す。 グラフのかき方については助言せず、自由にかかせてみる。</p> <p>ワークシート3 2年 組 番 氏名 _____</p> <p>問1 下の図は、ある携帯電話会社の料金プランです。携帯電話の料金は、一定の時間(無料通話時間)は基本使用料のみで、それを越えると通話料が加算されます。 Aさん、Bさん、Cさんの先月の通話時間は以下の通りでした。</p> <p>Aさん：70分 Bさん：100分 Cさん：150分</p> <p>Aさん、Bさん、Cさんは、それぞれのプランを利用すると、料金がいちばん安くなりますか。</p> <p>ある携帯会社の料金プラン【基本使用料と10分間通話した場合の通話料】</p> <table border="1" data-bbox="853 1344 1372 1635"> <thead> <tr> <th>料金プラン</th> <th>基本使用料</th> <th>10分間通話した場合の通話料</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>通話プランS</td> <td>3,500円/月 (無料通話時間 30分)</td> <td>200円 (30分を超えると10分ごとに)</td> </tr> <tr> <td>通話プランM</td> <td>4,400円/月 (無料通話時間 70分)</td> <td>150円 (70分を超えると10分ごとに)</td> </tr> <tr> <td>通話プランL</td> <td>4,900円/月 (無料通話時間 90分)</td> <td>100円 (90分を超えると10分ごとに)</td> </tr> </tbody> </table> <p>【解答欄】 Aさん：通話プラン <u>S</u> Bさん：通話プラン <u>M</u> Cさん：通話プラン <u>L</u></p>	料金プラン	基本使用料	10分間通話した場合の通話料	通話プランS	3,500円/月 (無料通話時間 30分)	200円 (30分を超えると10分ごとに)	通話プランM	4,400円/月 (無料通話時間 70分)	150円 (70分を超えると10分ごとに)	通話プランL	4,900円/月 (無料通話時間 90分)	100円 (90分を超えると10分ごとに)
料金プラン	基本使用料	10分間通話した場合の通話料												
通話プランS	3,500円/月 (無料通話時間 30分)	200円 (30分を超えると10分ごとに)												
通話プランM	4,400円/月 (無料通話時間 70分)	150円 (70分を超えると10分ごとに)												
通話プランL	4,900円/月 (無料通話時間 90分)	100円 (90分を超えると10分ごとに)												
<p>ま と め</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ワークシート4を仕上げてくることを課題とする。 													

第2時(本時)

<p>導 入</p>	<p>学 習 活 動</p> <ul style="list-style-type: none"> ・前回課題となっていたワークシート4について数人のグラフを紹介する。 	<p>指導上の留意点 ・支援 ・評価</p>
----------------	---	------------------------

導入

誤答例

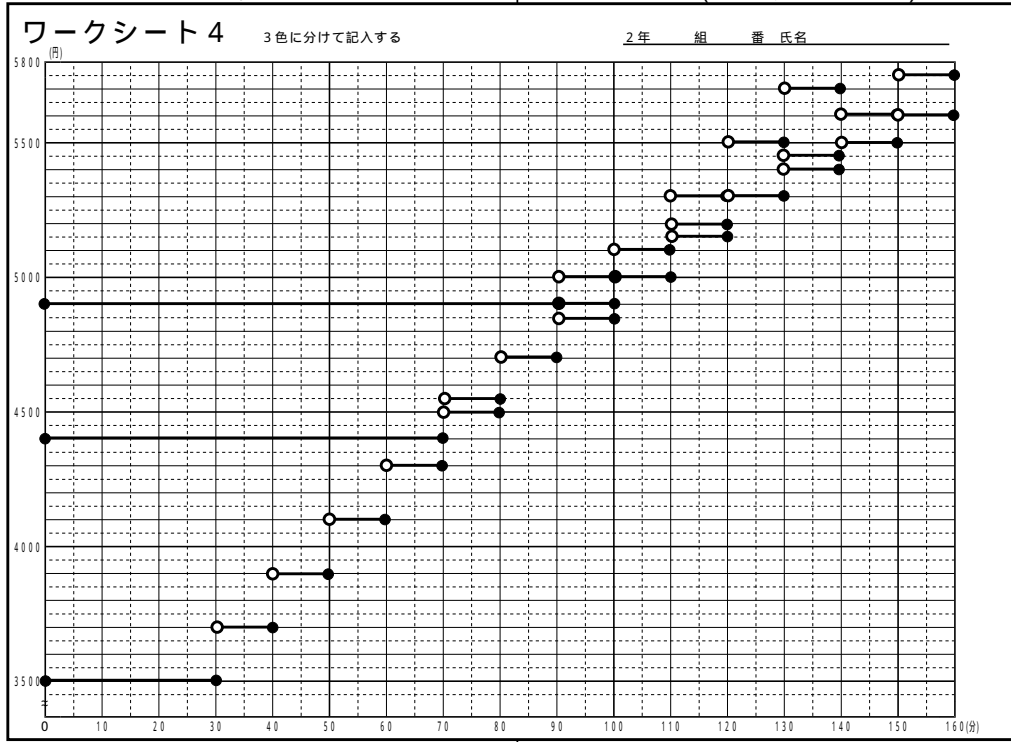
- ・点だけのもの
- ・斜めに直線をひいているもの
- ・縦にも線をつなげて、階段式に連続でかいているもの



展

- ・新しいワークシート4を再度配布。生徒はグラフをかく。

グラフのかき方を指導する。線の両端の処理の仕方(含む、含まない)にもふれる。



開

- ・ワークシート3の答が分からなかった生徒、または間違えていたことに気付いた生徒は、赤で訂正する。
- ・ワークシート3の問1の答を確認する。
- ・ワークシート5を配布。生徒は、問2、問3に取り組む。
- ・何人かの生徒が発言する。

ワークシート4は、必要な生徒には何枚も渡せるように多数枚用意しておく。グラフがかけない生徒には個別に支援を行う。

ワークシート3、4を見て考えるように指示を出す。
 問2については答の確認。
 問3については代表的な意見を板書する。
 「携帯電話の通話時間と料金」のグラフから、通話時間の違いによってどのプランが得なのかが分かることを確認する。
 「2つ以上のものを比較するとき、同じ座標平面にグラフをかくことによって比較しやすくなる」


ワークシート5 2年 組 番 氏名 _____

問2 問1の3つのプランの中で、通話プランSが一番安くなるのは、通話時間が何分の場合ですか。
 同様に、通話プランM、Lが一番安くなる場合についても答えましょう。

料金プラン	3つのプランの中で料金が一番安くなる場合の通話時間
通話プランS	90分以下のとき
通話プランM	80分より長く 130分以下のとき
通話プランL	120分より長いとき

問3 グラフをかくことによってどんなことが分かりましたか。また、グラフをかくことのよさは何ですか。

【見方や考え方】
 評価方法：ワークシート5の記入内容おおむね満足できると判断される状況
 グラフから問2の正しい答を導き出すことができた。

展 開	<div style="text-align: center;">  </div> <p>・ワークシート6を配布。 生徒は問1、問2に取り組む。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>ワークシート6 2年 組 番 氏名 _____</p> <p>問1 ワークシート1, 2について、次のそれぞれ場合の変化の割合を求めましょう。</p> <p>(1) の値が0から10まで増加するとき 答 <u> 0 </u></p> <p>(2) の値が10から20まで増加するとき 答 <u> 130 </u></p> <p>(3) の値が20から30まで増加するとき 答 <u> 175 </u></p> <p>(4) の値が30から40まで増加するとき 答 <u> 215 </u></p> <p>問2 ワークシート1, 2について、変化の割合は何を表していますか。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>1 m³あたりの料金の増え方を表している</p> </div> <p>変化の割合とは、 _____ の値が1だけ増加したとき、 _____ 対応する y の値がどれだけ増加するか _____ を表している。</p> </div>	<p>努力を要する生徒への手だて 1つのプランの場合を例に挙げて解説し、残りのプランの場合について取り組ませる。</p> <p>グラフが正しくかけなかった生徒には、模範解答を配布してもよい 変化の割合の求め方を適宜指導する。 問1の(2)を例として説明してもよい。</p> <p>【知識・理解】 評価方法：ワークシート6の記入内容おおむね満足できると判断される状況 問2を答えることができた。 努力を要する生徒への手だて ワークシート1とワークシート6の結果とを見比べさせ個別に助言する。</p> <p>変化の割合が1 m³あたりの料金であることを解説する。 ワークシート4のグラフの場合についても変化の割合について簡単に触れておく。</p>
まとめ	<p>・本時のまとめ グラフの良さを確認する。 変化の割合とは何かを確認する。 ・自己評価シートの記入</p>	

5 授業のまとめ

- (1) ワークシート5の問「グラフをかくことのよさは何ですか。」についての生徒の回答
 - ・グラフをかくことによって、どれを選んだら安いのがすぐ分かる。
 - ・分かりにくいことでもかいてみることによって、分かりやすくなる。複雑な料金システムもグラフにするとどうなっているのかがよく分かる。
 - ・一目で見てすぐ理解できる。どんな風に変化していつているのかがよく分かる。
 - ・面倒くさい計算をしなくても答を出すことができる。
 - ・他のグラフと比べられる。全体像を見ることができる。
 - ・表で見えなかった部分がグラフをかくことによって知ることができる。
- (2) 授業後の生徒の感想
 - ・少し難しかったけれどいつもとは違う授業だったので興味をもてた。
 - ・今後もこのような授業を増やしてほしい。意欲的に取り組んでいる人が多かった。
 - ・難しそうだなと思っていたけど、実際にやってみると結構楽しかったです。
 - ・授業を受けてグラフのよさや大切さが分かった。
 - ・グラフをかくことが楽しかった。グラフをかいたらすぐに答えが出ることが分かった。

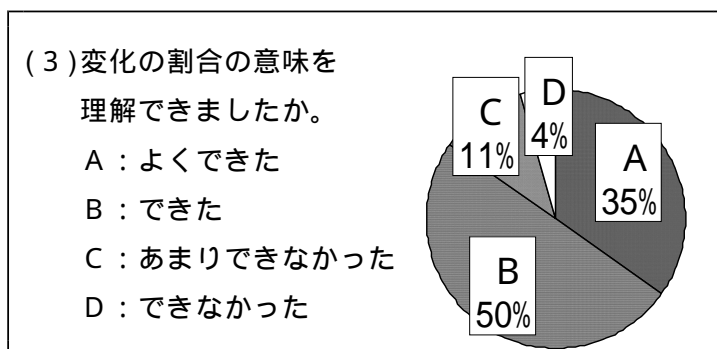
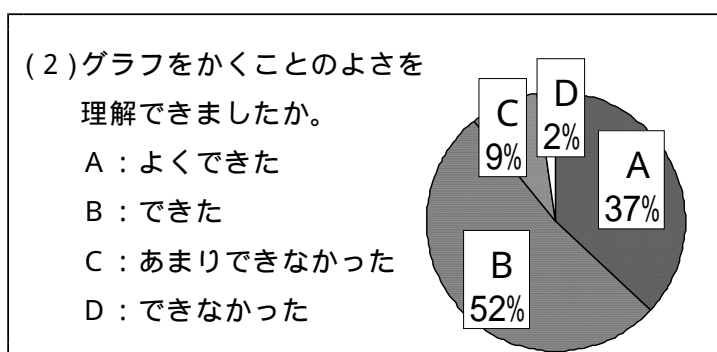
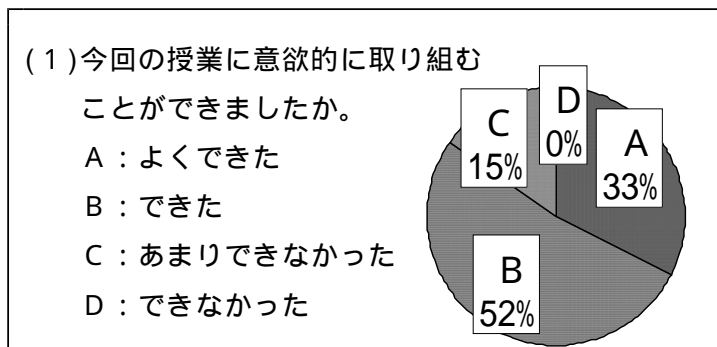
- ・グラフをかくことによって答がすぐ分かることが理解できたのでよかった。
- ・新しいグラフのかき方を覚えたりして、おもしろくてよく分かった。
- ・初めて習ったグラフをマスターしたい。
- ・最初は少し難しいと思っていたけれども、やっていくうちに分かってきたのでよかった。
変化の割合とはどういうものかがよく分かった。

(3) 授業の考察

授業後に実施した自己評価シートによると、「今回の授業に意欲的に取り組むことができましたか。」という質問に対して「よくできた」「できた」と答えた生徒が 85 %であった。携帯電話の料金という題材が生徒にとって身近であり、授業中はワークシートに意欲的に取り組む姿勢も多く見られた。授業後の生徒の感想にも「わかりやすかった」「おもしろかった」「楽しかった」「またやりたい」などの声が多くよせられていた。

「グラフをかくことによさを理解できましたか。」という質問に対しては、「よくできた」「できた」と答えた生徒が 89 %であった。携帯電話の料金のグラフ(ワークシート4)は初めて学習する関数のグラフであったため、かき始めのときは「難しい」と感じた生徒も多かった。しかし段階的にヒントを与えたり個別に指導を行うことで、最終的には多くの生徒がグラフをかくことができた。そしてワークシートの回答にもあるように、自らがかいたグラフを通して「変化の様子を視覚的にとらえることができる」というグラフをかくことによさに気づいた生徒も多くいた。授業後の感想からも、グラフをかくことに興味をもてた生徒の様子を感じ取ることができた。

変化の割合については、生徒に事前調査として「変化の割合とは何を表している値ですか？」という質問を行った。回答として「 $y = a + b$ のaのこと」または「グラフの傾きのこと」と答えている生徒が全体の 62 %で、「 y の値が1だけ増加したときのyの増加量」と答えている生徒は 15 %であった。本研究の変化の割合の学習(ワークシート6)を通して、「変化の割合は 1 m^3 あたりの料金の増え方



を表している」ことに気付いた生徒が多く見られ、自己評価シートの「変化の割合の意味を理解できましたか。」という質問に対しても、「よくできた」「できた」と答えた生徒が 85 %であった。

6 研究のまとめ

「研究のねらい1 具体的な問題解決場面において関数を利用することのよさを実感する」に関しては、身近で具体的な事象を題材にすることによって、導入の段階から多くの生徒が関心を持ち、意欲的に課題に取り組むことができた。関数が実生活と深いつながりをもっていることを実感できる場面を設定することができたと考える。

「研究のねらい2 関数は、グラフを通して明瞭・簡潔に表現することにより、能率的に調べることができることを理解する」に関しては、初めて学習する関数であるため、「具体的な x と y の値から点をとってグラフをかくこと」と「自らがかけたグラフを利用し問題を解決すること」という二点について、個に応じたきめ細やかな指導を行うよう留意した。グラフをかき始めた段階では「難しい」と感じていた生徒も、指導・助言を受けてグラフを完成させ問題解決が図れたことにより、グラフが問題解決に有効であることを実感することができた。グラフを用いて明瞭・簡潔に表現することにより、関数を能率的に調べることができることに対する理解も深まったと考える。

「研究のねらい3 具体的な事象において変化の割合のもつ意味の理解を深める」に関しては、 x の変域によって変化の割合が異なる関数を例にとり、二つの数量の変化の様子をグラフを通して調べることによって、具体的な事象における変化の割合のもつ意味の理解を深めることができたと考える。

以上のことから、日常の事象に見られる伴って変わる二つの数量の変化や対応の様子を、関数としてとらえ考察しようとする関数的な見方を養うことができたと言える。また具体的な問題解決を図るために、変化の様子をグラフによって視覚的にとらえようとしたり、変化の割合に着目して変化の特徴を簡潔にとらえようとする関数的な考え方も養うことができたと考える。

7 今後の課題

(1) ワークシートの工夫

今回は水道料金と携帯電話料金の二つの事象を題材としたが、できるだけ現実に近い数値を設定したため、グラフをかいたり変化の割合を求める段階において「難しい」と感じた生徒が多かった。初めて学習する関数のグラフであるため、生徒の状況によっては、もう少し容易にグラフがかけ、変化の割合を求めたりできる数値を設定することや、段階的に課題を与えるなど、個に応じた題材・ワークシートの内容の改善が必要である。

(2) 三年間を見通した指導計画の工夫

本研究では第2学年での実践例を紹介したが、関数的な見方・考え方を育てるためには、第1学年の「比例、反比例」の学習においても、グラフをかくことが問題解決に有効であることを実感できるような場面を設ける工夫が必要である。また、「関数 $y = a^2$ 」を学習する第3学年の場面においても、第2学年での学習を受け、継続して学習していくことが望ましい。第3学年における課題の開発や工夫を行う必要もある。

平成16年度
教育研究員名簿 (数学)

	区市町村名	学 校 名	氏 名
第1分科会	世田谷区	用賀中学校	山地美夏
	板橋区	板橋第二中学校	○中村 繁
	立川市	立川第七中学校	唐亀康司
	調布市	神代中学校	伊藤優子
第2分科会	新宿区	牛込第三中学校	白杉江美
	中野区	第八中学校	鈴木ひろみ
	葛飾区	立石中学校	菊池毅史
	狛江市	狛江第一中学校	○吉原誠次
第3分科会	墨田区	竪川中学校	齋藤一芳
	江東区	深川第三中学校	◎松田民平
	渋谷区	広尾中学校	山口浩司
	国分寺市	第一中学校	○岸 知聡

◎全体世話人 ○分科会世話人

担当 東京都教職員研修センター指導主事 鋸 持 利 行

平成16年度教育研究員研究報告書

〔 東京都教育委員会印刷物登録
平成16年度 第21号
(東京都教育委員会主要刊行物) 〕

平成17年1月24日

編集・発行 東京都教職員研修センター
所在地 東京都目黒区目黒1-1-14
電話番号 03-5434-1974

印刷会社名 鮮明堂印刷株式会社