

中 学 校

平成 2 3 年度

教育研究員研究報告書

数 学

東京都教育委員会

目次

I	研究主題設定の理由	1
II	研究の視点	2
III	研究の仮説	2
IV	研究の方法	
1	研究の方法	2
2	研究構造図	3
V	研究の内容	
1	基礎研究	4
2	実践・開発研究	
(1)	実践・開発研究について	6
(2)	検証授業1	6
(3)	検証授業2	15
VI	研究の成果	24
VII	今後の課題	24

研究主題

数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指した指導の工夫 －数学的活動を通して、生徒の考える力・伝え合う力を育む授業－

I 研究主題設定の理由

文部科学省「中央教育審議会 初等中等教育分科会 教育課程部会 算数・数学専門部会」(平成16年5月～平成19年9月)によると、教育課程実施状況調査や国際的な学力調査において、基礎的な計算技能の定着については低下傾向が見られなかったが、計算の意味を理解することなどについては課題が見られた。また、身に付けた知識や技能を実生活や学習等で活用することが十分にできていない状況も見られた。これらの課題を踏まえ、中央教育審議会答申「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について」(平成20年1月)において、学習指導要領改訂の基本的な考え方等や内容に関する主な改善事項が示された。

具体的には、小・中・高等学校を通じて、発達の段階に応じ、算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けさせ、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めさせることである。ここで言う数学的な思考力・表現力とは、既習事項を基に、言葉や数、式、図、グラフなどを適切に用いて事象を論理的に考察する力のことであり、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。したがって、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する必要性が示された。

来年度より全面実施となる学習指導要領 中学校数学科の目標には、「数学的活動を通して、数量や図形等に関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」とある。ここで言う「数学的活動」とは、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学に関わりのある様々な営みのことであり、中学校数学科においては「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」「イ 数学を利用する活動」「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」を重視している。

「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」では、既習の数学を基にして、新しい性質や法則を見いだす場面を意図的に設定することで、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けさせるとともに、数学的な思考力・表現力を高めさせることができる。「イ 数学を利用する活動」では、日常生活や社会の事象を取り上げて数学的に解決させることで、数学的な見方や考え方の有用性を味わわせることができる。「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」では、自分の考えを分かりやすく説明させたり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりさせる場面を設定することで、自分の考えと他者の考えとを比較・検討させ、更により考えを導き出させることができる。

以上のことから本部会では、生徒の数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指し、

研究主題を「数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指した指導の工夫」と設定した。また、数学的活動を取り入れた授業を実践することによって、数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指していくことから、副主題を「数学的活動を通して生徒の考える力・伝え合う力を育む授業」として、中学校学習指導要領改訂の趣旨を踏まえて研究を進めることとした。

II 研究の視点

本研究は、数学的活動を行うことの妥当性を明らかにする基礎研究を行うとともに、来年度より全面実施となる学習指導要領の中学校数学科の目標にある「数学的活動」を積極的に取り入れ、生徒の数学的な思考力・表現力の育成をねらいとするものであり、数学的活動を取り入れた実践・開発研究を行う。

中学校数学科において重視する数学的活動には、「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」「イ 数学を利用する活動」「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」の3点があるが、本研究のねらいに照らし合わせ、中学校数学科において重視する数学的活動の中の「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」を最も意識して研究を進めていく。しかし、「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」及び「イ 数学を利用する活動」の多くは、「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」と相互に関連し、一連の活動として行われる。したがって、本研究においては、「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」及び「イ 数学を利用する活動」を行う際にも、見いだした性質や解決する方法を数学的に説明し、伝え合う活動を行わせることとした。

III 研究の仮説

本部会では、数学的活動の中でも「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」を重視した活動を意図的・計画的に設定し、生徒が思考・判断したことを表現し合う活動を積極的に行えるようにすることで、生徒の数学的な思考力・判断力・表現力が育成されるであろうと考えた。

IV 研究の方法

1 研究の方法

本研究は、大きく分けて「基礎研究」と「実践・開発研究」の二つの研究により構成されている。

基礎研究では、平成22年度「全国学力・学習状況調査」の調査結果を分析し、数学的な思考力・判断力・表現力等を育成した授業を実践することと学力調査の平均正答率との関連を見ることで、中学校数学科において重視する数学的活動を行うことの妥当性を明らかにするものである。なお、東京都が実施する「児童・生徒の学力向上を図るための調査」の学校質問紙調査においても同様の調査項目があり、後述の調査結果と同様の傾向が見られた。

実践・開発研究では、生徒の数学的な思考力・判断力・表現力等を育成することを目的とした数学的活動を取り入れた二つの指導案を作成し、研究授業を行った。また、授業中及び授業後における生徒の変容を見るために、視点を明確にした授業観察を行ったり、事前・事後調査を実施したりして、研究授業の検証を行うこととした。

2 研究構造図

【東京都教育研究員 全体テーマ】
新学習指導要領に対応した授業の在り方について

数学科の新学習指導要領のポイント

- **数学的活動**の重要性
- 言語活動の充実
- 観察・実験、課題学習の充実
- 授業時間数の増加
- 指導内容の充実
- 学び直しの機会

数学的活動

生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学に関わりのある様々な営み

＜中学校数学科において重視しているもの＞

- ア 数や図形の性質等を見いだす活動
- イ 数学を利用する活動
- ウ 数学的に説明し伝え合う活動**

数学科における確かな学力

- 学習に主体的に取り組む態度
「数学への関心・意欲・態度」
- 問題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等
「数学的な見方や考え方」
- 基礎的・基本的な知識及び技能
「数学的な技能」及び「数量や図形などについての知識・理解」

全国学力・学習状況調査分析より明らかになった、東京都における思考力・判断力・表現力等の現状と課題

- 思考力・判断力・表現力を育成した授業を実践している学校ほど、学力調査の平均正答率が高い傾向がある。
- 生徒の様々な考えを引き出したり、思考を深めたりする授業や生徒の発言や活動を確保した授業の実施率は、全国平均と比較してやや低い傾向がある。

生徒の学習の実態（具体的な生徒の様子から）

- 基礎的・基本的な学習内容については、おおむね理解している生徒が多い。
- 習熟の程度の遅い生徒から早い生徒まで幅広く分散化傾向が見られる。
- 思考・判断したことを表現する能力が十分ではない。

【中学校数学会 研究主題】

**数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指した指導の工夫
 —数学的活動を通して、生徒の考える力・伝え合う力を育む授業—**

研究の仮説

数学的活動の中でも、「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」を重視した活動を意図的・計画的に設定し、生徒が思考・判断したことを表現し合う活動を積極的に行えるようにすることで、生徒の数学的な思考力・判断力・表現力が育成されるであろうと考えた。

生徒の考える力・伝え合う力を育む授業を計画的に行うための方策

- 生徒が思考・判断したことを表現するような単元及び場面の設定
- 生徒が考えを表現しやすくなるような発問・ワークシートの工夫
- 習熟の程度に応じた指導の手だての方法の構築

V 研究の内容

1 基礎研究

数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指した指導の実際について明らかにするために、平成22年度「全国学力・学習状況調査」（平成22年4月20日実施）の学校質問紙調査について、数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指した授業の実施状況に関する次の調査結果について分析した。

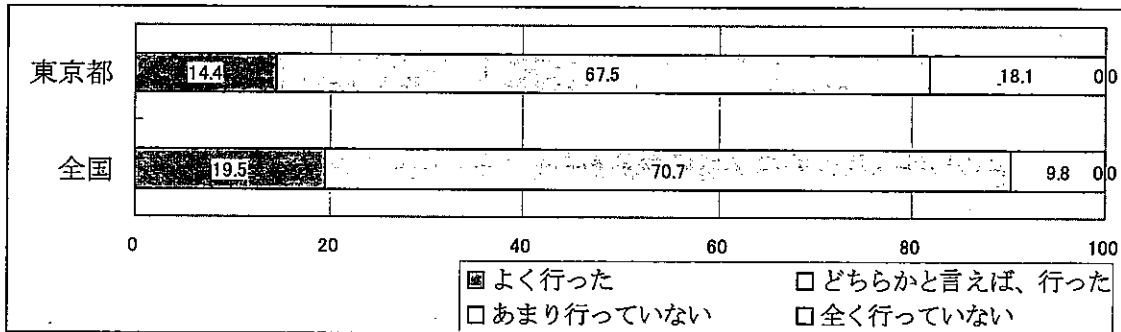
- ・ 生徒の様々な考えを引き出したり、思考を深めたりするような発問や指導をしていますか。【思考・判断】
- ・ 生徒の発言や活動の時間を確保して授業を進めていますか。【表現】

また、数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指した授業の実施状況と平均正答率（主として「知識」に関する問題である「数学A」及び主として「活用」に関する問題である「数学B」）との相関についても分析した。

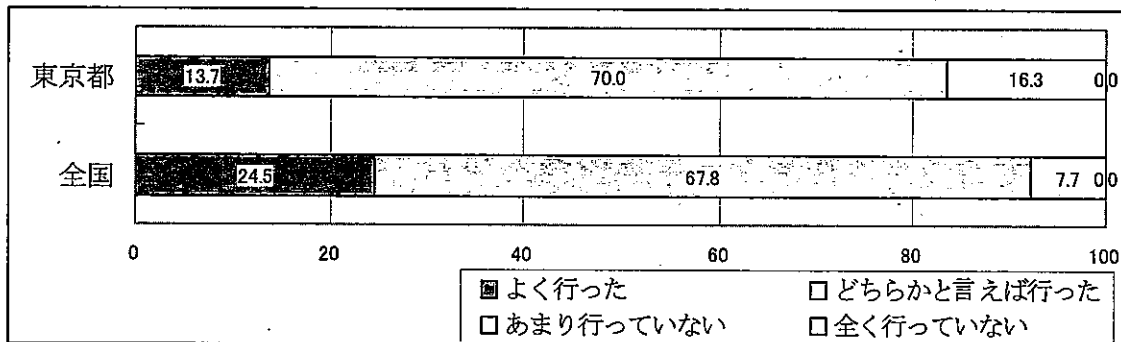
対象は、平成22年度「全国学力・学習状況調査」において抽出協力校となった都内公立学校160校、17620人の生徒である。

(1) 数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指した授業の実施状況

ア 「生徒の様々な考えを引き出したり、思考を深めたりするような発問や指導をしていますか。」（単位：％）



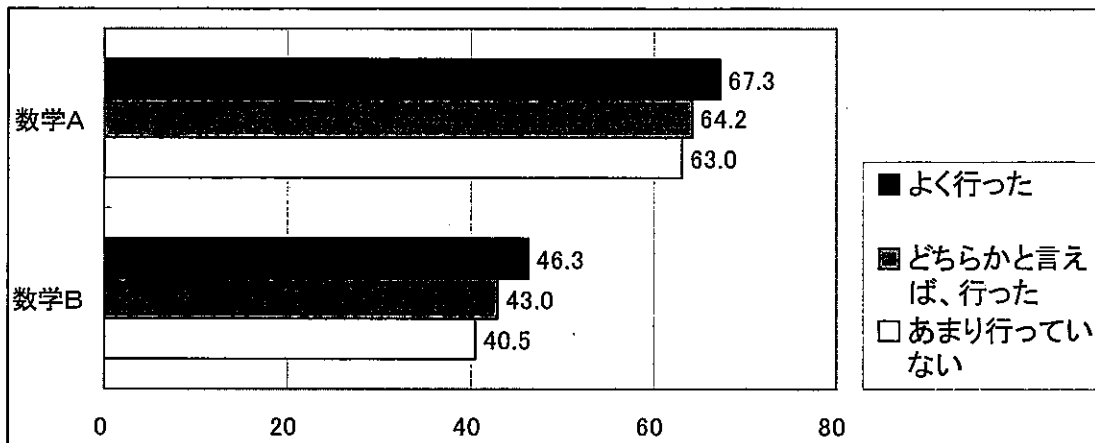
イ 「生徒の発言や活動の時間を確保して授業を進めていますか。」（単位：％）



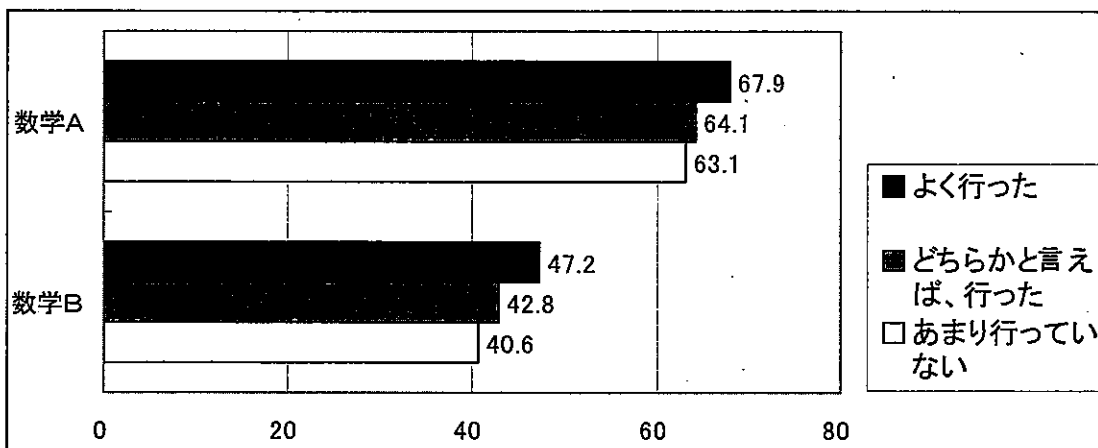
都内の約8割の中学校で、生徒の様々な考えを引き出したり、思考を深めたりするような発問や指導を行い、生徒の発言や活動の時間を確保して授業を進めていると言える。しかし、その割合は全国平均よりもやや低いという傾向が見られる。

(2) 数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指した授業の実施状況と平均正答率との相関関係

ア 調査項目「生徒の様々な考えを引き出したり、思考を深めたりするような発問や指導をしていますか。」の回答状況と平均正答率との相関（単位：％）



イ 調査項目「生徒の発言や活動の時間を確保して授業を進めていますか。」の回答状況と平均正答率との相関（単位：％）



- 「生徒の様々な考えを引き出したり、思考を深めたりするような発問や指導をしていますか。」や「生徒の発言や活動の時間を確保して授業を進めていますか。」という質問に対して、「よく行った」又は「どちらかと言えば、行った」と答えた学校の方が「あまり行っていない」と答えた学校よりも、数学A及び数学Bの平均正答率が高い傾向が見られる。
- どちらの調査項目についても、「よく行った」と「あまり行っていない」と解答した学校の平均正答率を比較すると、主として「知識」に関する問題である「数学A」は4～5%の差であるが、主として「活用」に関する「数学B」は6～7%の差がある。
- 様々な考えを引き出して思考を深めさせ、生徒の発言や活動の時間を確保した授業を展開することが、習得した知識・技能を活用する力を育成することに影響を与えていると考えられる。

2 実践・開発研究

(1) 実践・開発研究について

数学的な思考力・判断力・表現力等の育成を目指した指導を行う上で、以下の点に留意し、意図的に数学的活動を取り入れた検証授業を行った。

ア 既習事項を基にして、新しい解法を見いだす活動を取り入れる。

イ 数学的な表現を用いて説明する学習場面を設定する。

(2) 検証授業1（第1学年 単元「一次方程式の利用」）

ア 本授業における数学的な活動

本授業では、数学的活動の中でも「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」に重点を置き、一次方程式の式の意味について説明し伝え合う活動を取り入れたものである。数学的に説明し伝え合うことで、生徒の数学的な思考力・判断力・表現力を育成するために、前単元の「文字と式」においても、文章から式をつくるだけでなく、式からその意味を読み取ることに重点を置いて指導してきた。また、本単元の導入においては、言葉の定義、計算の方法等を説明する場면을意図的に学習に取り入れ、説明する能力を育むこととした。

考えたことや理解したことなどを、自分なりに説明する学習を設定することで、思考・判断したことを表現する能力を高めていく。しかし、ただ説明させる場面を設定するだけでなく、相手に伝わるように説明させることを、次の視点で取り入れることにした。

(ア) 自分の考えを説明する場面

- ・ 自分の考えを言葉で書かせてから説明させるようにした。
- ・ 自分の考えを説明させる際に、言葉だけでなく、図や表、絵などを用いて工夫して説明させるようにした。

(イ) 友人の考えを聞いたり、自分の考えと比較したりする場面

- ・ 友人が表現した式や言葉などを見て、友人がどのような説明をするのかを全ての生徒に対して考えさせ、自分の言葉で記述させた。
- ・ 友人の説明を聞いて、自分の思考を整理し、更により表現方法を考えさせた。

イ 本単元の目標（全12時間扱い）

- ・ 様々な事象を方程式で捉え、数学的に考え表現することに関心を持ち、方程式を問題の解決に活用することができる。
- ・ 方程式の必要性と意味及び方程式の中の文字や解の意味を理解することができる。
- ・ 等式の性質の意味を理解し、等式の性質を用いて方程式を解くことができる。
- ・ 移項を用いて一元一次方程式を解くことができ、一元一次方程式を用いて、具体的な課題を解決することができる。

ウ 本時について（本時 7/12）

(ア) 本時の目標

問題の中の数量やその関係を、文字を用いた式で表すことができ、その式について自分の言葉で説明することができる。

(イ) 本時に位置付けた数学的活動

問題の中の数量関係を複数の一次方程式で表し、生徒に式の説明をさせたり、互いに理解を深めたりする数学的活動を重視する。具体的には、次のとおりである。

- ・ 自分の考えを方程式で表し、それを説明する。
- ・ 友人の考えた方程式について、どのような考えに基づいた式なのかを考える。
- ・ 友人の説明を聞いて、理解したことを互いに伝え合う。

(ウ) 展開

	生徒の学習活動・内容	○指導上の留意点 ◆評価の観点
導入 (つかむ) 5分	T: 今日、これまでに学習した方程式を使って問題を解決しましょう。解決に当たっては、どのように考えたのかを説明してもらいます。今日みんなに解決してもらった問題は、これです。	
	2000円で、バラ6本と380円のかすみ草を1本買うと、おつりが300円でした。()。	
	<p>T: これは、ある問題の一部です。何を求める問題だと思いますか。</p> <p>S バラの値段、バラ1本の値段</p> <p>T バラ1本の値段を求めるための方程式をつくります。</p> <p>T 「方程式」とは何でしたか。</p> <p>S xの値によって成り立ったり成り立たなかったりする等式のことです。</p> <p>T この問題では、何によって等式が成り立ったり成り立たなかったりしますか。</p> <p>S バラ1本の値段です。</p> <p>T では、バラ1本の値段をx円として、方程式をつくってみましょう。</p>	○ 方程式とはどのようなものであったかを確認する。 x についての方程式とは、「 x の値によって成り立ったり成り立たなかったりする等式」のことである。
展開 (表す) 10分	<p>【予想される方程式】</p> <p>S1 $2000 - (6x + 380) = 300$ (持っていたお金) - (代金の合計) = (おつり)</p> <p>S2 $6x + 380 + 300 = 2000$ (代金の合計) + (おつり) = (持っていたお金)</p> <p>S3 $6x + 380 = 2000 - 300$ (代金の合計) = (持っていたお金) - (おつり)</p>	<p>○ 机間指導を行い、学級全体で考えを共有した方がよい生徒の考えについては、後で黒板に式を書き、発表してもらうことを伝える。</p> <p>○ 考えが進まない生徒に対しては、【予想される方程式】のS1を示し、式の説明を考えるように助言する。</p>

	<p>S4 $6x=2000-380-300$ (バラの代金) = (持っていたお金) - (かすみ草の代金) - (おつり)</p> <p>S5 $x=(2000-300-380) \div 6$ (バラ 1 本の代金) = {(持っていたお金) - (おつり) - (かすみ草の代金)} \div (バラの本数)</p>	<p>○ 早く終わってしまった生徒には、別の式や説明を考えさせる。</p> <p>◆ 正しい方程式をつくることのできているか (数学的な見方や考え方)。</p>							
<p>展開 (深める) 10分</p>	<p>T : 黒板に書いてある式を見てください。これらの式が、どのような考えを基につくられているのかを、考えてください。</p> <p>【予想される生徒の反応】</p> <p>S : S1 の式は「=300」になっているから、おつりについての式です。左辺が 2000 から始まっているから、2000 からバラの代金とかすみ草の代金をひいています。</p> <p>S : 言葉だとうまく説明できないけど、S1 の式は、このようになっています。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin: 10px;"> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">代金の合計</td> <td style="padding: 0 5px;">-</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">バラ 6 本の代金</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">かすみ草の代金</td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">おつり</td> </tr> </table> </div>	代金の合計	-	バラ 6 本の代金	+	かすみ草の代金	=	おつり	<p>○ 言葉で表すことが難しい生徒については、表、式、図などを用いて表してもよいことを伝える。</p> <p>◆ 黒板に書いてある式の数量関係について、正しく説明することができるか (数学的な見方や考え方)。</p>
代金の合計	-	バラ 6 本の代金	+	かすみ草の代金	=	おつり			
<p>展開 (深める) 15分</p>	<p>T : それでは、黒板に書いた生徒に発表してもらいます。発表のときには、何についての方程式であるかも言ってください。</p> <p>S1 : 2000 円からバラ 6 本とかすみ草を合わせた代金をひくと、おつりが 300 円になるという、おつりについての方程式をつくりました。</p> <p>S2 : バラ 6 本とかすみ草の代金に、おつりの 300 円をたすと 2000 円になるという、持っていたお金についての方程式をつくりました。</p> <p>S3 : バラ 6 本とかすみ草の値段は、持っていたお金からおつりをひいた金額であるという代金についての方程式をつくりました。</p> <p>S4 : バラ 6 本の値段は、2000 円からおつりとかすみ草の代金をひいたものであるという、バラの値段の方程式をつくりました。</p>	<p>○ 発表者に対しては、「～についての方程式をつくりました。」という発表の方法を統一しておく。</p> <p>○ 発表を聞く生徒に対しては、自分の考えと比較させ、必要に応じて、自分のワークシートの加除訂正を行わせる。</p>							

	<p>S5: バラ1本の値段は、2000円からおつりとかすみ草の代金をひいて、6で割ったものであるという、バラ1本の値段の方程式をつくりました。</p> <p>T: 今の発表を聞いて、今度は各自でワークシートを見ながら、隣の人に対して相手に分かるように説明をしてください。隣の人が説明している間は、しっかりと説明を聞きましょう。</p>	
まとめ 10分	<p>T: ここにある方程式を解いてみると、どのようになりますか。</p> <p>S: どの方程式を解いても、解は220です。</p> <p>S: 元の問題が同じだから、どの方程式を解いても、解は一緒になります。</p> <p>T: では、確認してみましょう。</p> <p>S: どの方程式も、解は220です。</p> <p>T: では、今から小テストを行います。 (事前調査と同じ問題に取り組む。)</p>	<p>○ 同じ問題でもいろいろな方程式をつくることできるが、解は一通りに定まることに気付かせる。</p> <p>◆ 文字式を言葉で表している(数学的な見方や考え方)。</p>
	<p>1本 x 円の鉛筆を5本と100円のノートを3冊買います。次の各問に答えなさい。</p> <p>(1) 代金の合計を表す式を答えなさい。</p> <p>(2) 式 $5x+300$ は、何を表しているか答えなさい。</p>	
	<p>T: では、ワークシートにある今日の振り返りに取り組んでください。</p>	<p>○ 後日、事前調査と今回の調査とワークシートの自己評価を併せて分析し今後の課題を見付ける。</p>

(エ) 授業記録

時間	授業の実際
0分	<p>T: 今日は、方程式の利用に入ります。 (板書「方程式をつくって説明しよう。」)</p> <p>T: それでは、今日はこの問題に取り組んでもらいます。「2000円で、バラ6本と380円のかすみ草を1本買うと、おつりが300円でした。」</p> <p>T: これはある問題の一部です。この先に続く文は何だと思いますか。</p> <p>S: バラ1本の値段を求めなさい。</p> <p>T: なるほど。それでは、バラ1本の値段を求めてみましょう。バラ1本の値段を求めるために方程式をつくってもらうのですが、そもそも方程式とはどのようなものでしたか。</p> <p>S: xの値によって、成り立ったり成り立たな</p>

方程式とはどのようなものかを学級全体で確認した。

	<p>かったりする等式のことです。</p>
	<p>T : では、この問題で方程式をつくとすれば、何によって等式が成り立ったり成り立たなかつたりしますか。</p> <p>S : バラ 1 本の値段によってです。</p> <p>T : それでは、バラ 1 本の値段を x 円として、方程式をつくってみましょう。そして、なぜそのような方程式になったのかを説明してください。説明は、聞き手に分かるようにするのであれば、図を使っても絵を使ってもよいです。もちろん、言葉だけでもよいです。つくった方程式は解かなくてよいです。</p>
8 分	<p>T : (次の S1~S7 の式を取り上げ、板書させる。)</p> <p>【(持っていたお金) - (代金の合計) = (おつり) をつくった生徒】</p> <p>S1 : $2000 - (6x + 380) = 300$</p> <p>【(代金の合計) = (持っていたお金) - (おつり) をつくった生徒】</p> <p>S2 : $6x + 380 = 2000 - 300$</p> <p>【(持っていたお金) = (代金の合計) + (おつり) をつくった生徒】</p> <p>S3 : $2000 = 6x + 380 + 300$</p> <p>【(持っていたお金) - [(かすみ草の代金) + (おつり)] = (バラの代金) をつくった生徒】</p> <p>S4 : $2000 - (380 + 300) = 6x$</p> <p>【(バラの代金) = (持っていたお金) - (かすみ草の代金) - (おつり) をつくった生徒】</p> <p>S5 : $6x = 2000 - 380 - 300$</p> <p>【[(持っていたお金) - (かすみ草の代金) + (おつり)] \div 6 = (バラ 1 本の代金) をつくった生徒】</p> <p>S6 : $\{2000 - (380 + 300)\} \div 6 = x$</p> <p>【(持っていたお金) - (バラの代金) = (かすみ草の代金) + (おつり) をつくった生徒】</p> <p>S7 : $2000 - 6x = 380 + 300$</p>
20 分	<p>T : いろいろな方程式ができましたね。それでは、自分ではつくることのできなかつた方程式を、ワークシートに書いておいてください。</p> <p>S : (自分でつくらなかつた方程式をワークシートに書く。)</p> <p>T : それでは、自分ではつくることのできなかつた方程式について、その方程式を説明するとしたらどのようなようになるでしょうか。各自で考えてください。</p> <p>S : (各自で考える。)</p>
28 分	<p>T : それでは、式を書いてくれた生徒に説明してもらいます。説明する人は、ゆっくり丁寧に説明してください。聞き手の人たちは、自分で書いた説明とこれから発表してくれる説明を比較して、どこが同じでどこが違うかを書き留めておいてください。</p>

	<p>S1: 持っているお金から、買ったものの合計をひいたら、おつりになる方程式をつくった。</p> <p>S2: 左辺に2種類の花の合計、右辺に持ち金からおつりをひいた額を書いた。</p> <p>S3: 2000円は2種類の花とおつりをたしたものと同じという式をつくった。</p>
	<p>S4: バラ6本の代金が出る式をつくった。2000円からかすみ草とおつりをひくとバラ6本の代金になる。</p> <p>S5: バラ6本のお金は、「払ったお金」ひく「かすみ草の代金」ひく「おつり」。</p> <p>S6: かすみ草とおつりをたしたものを2000からひいて6でわると、バラ1本の値段になる。</p> <p>S7: 所持金からバラ6本のお金をひくと、かすみ草とおつりの合計になる。</p>
35分	<p>T: それでは、今から隣の人とこれらの七つの方程式がどのようにしてつくられたのかを説明し合ってください。相手に分かるように説明しましょう。</p> <p>S: (隣同士で、互いに説明し合う。)</p>
40分	<p>T: 今日の問題について、図をつくって説明している人がいたので、紹介します。</p> <p>S: このように、2000円の内訳を図で表し、方程式を考えてみました。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> </div> <p>S: この図があれば、どの式もつくることできる。</p> <p>T: そうですね、これまでにつくった方程式の基になる図ですね。さて、いろいろな方程式ができましたが、これらの方程式に共通することは何でしょうか。</p> <p>S: 全て、バラ1本の値段をx円にしている。</p> <p>S: もしかして、全部解は一緒じゃないかな。</p> <p>T: それでは、七つの方程式を解いてみましょう。</p> <p>S: (方程式を解く。)</p> <p>S: 全部、解が220になった。</p> <p>T: そうですね。いろいろな方程式が出てきましたが、元々の問題が同じなので、解は一緒になりますね。</p>
45分	<p>T: それでは、今日の授業を振り返ります。まず、ワークシートの一番下の欄にある「授業の振り返り」に取り組んで下さい。</p> <p>S: (各自、授業の振り返りを行う。)</p>
47分	<p>T: では、最後に小テストをします。時間は2分間です。</p> <p>S: (各自、事後調査に取り組む。)</p>

(木) 生徒のワークシート

図を用いて考えを表現している生徒の例

☆ 方程式を作って説明しよう

問題: 2000円で、バラ6本と380円のかすみ草を1本買うと、おつりが300円でした。
(バラ1本の値段はいくらでしょう?)

*自分の考え: バラ1本の値段をx円とする。

式: $2000 - (6x + 380) = 300$

説明:

式: $2000 - 300 = 6x + 380$

説明:

式: $2000 - (380 + 300) \div 6 = x$

説明:

★今日の授業の振り返り

① 問題を読んで、自分で式を立てることができましたか。 ② すぐにできた ③ 考えてできた ④ ヒントをもらってできた ⑤ できなかった

② 自分の式の説明を書くことができたか。 ③ ①: できた ②: だいたいできた ③: 少しだけできた ④: できなかった

③ 友人の説明を理解することができましたか。 ④ ①: できた ②: だいたいできた ③: 少しだけできた ④: できなかった

④ 友人の説明を聞いて、自分でも説明することができましたか。 ⑤ ①: できた ②: だいたいできた ③: 少しだけできた ④: できなかった

【感想】 1つの問題でも、たくさん方程式がでてきたことが分かりました。これからは、たくさん方程式の中から一番早く、正確にできるものを探りたいです!

言葉を用いて考えを表現している生徒の例

☆ 方程式を作って説明しよう

問題: 2000円で、バラ6本と380円のかすみ草を1本買うと、おつりが300円でした。
(バラ1本の値段はいくらでしょう?)

*自分の考え: バラは何円でしよう。バラ1本の値段をx円とする

式: $2000 - (6x + 380) = 300$

説明: 方程式は、等式にしなくてはならない。だからおつりを右辺として左辺におつりを出したための式を書けば「等式」になる。
よし金からバラとかすみ草を買った代金をひいたものがおつりになった。

式: $6x + 380 = 2000 - 300$

説明: バラ6本とかすみ草を買った代金は、よし金からおつりをひいたお金と等しい。

式: $6x = 2000 - 380 - 300$

説明: よし金からおつりとかすみ草をひいた、バラ6本の代金になった。

式: $2000 - 6x = 380 + 300$

説明: よし金からバラ6本の代金をひいた、かすみ草とおつりの合計になった。

★今日の授業の振り返り

① 問題を読んで、自分で式を立てることができましたか。 ② すぐにできた ③ 考えてできた ④ ヒントをもらってできた ⑤ できなかった

② 自分の式の説明を書くことができたか。 ③ ①: できた ②: だいたいできた ③: 少しだけできた ④: できなかった

③ 友人の説明を理解することができましたか。 ④ ①: できた ②: だいたいできた ③: 少しだけできた ④: できなかった

④ 友人の説明を聞いて、自分でも説明することができましたか。 ⑤ ①: できた ②: だいたいできた ③: 少しだけできた ④: できなかった

【感想】 問題は式の説明をかけることができた

(カ) 事前・事後調査による生徒の思考・判断・表現の変容例

1年()組()番 氏名()

問題: 1本 x 円の鉛筆を5本と100円のノートを3冊買います。次の各問いに答えなさい。

(1) 代金の合計を表す式を答えなさい。

$5x + 300$

代金の合計

事前調査 「文字の式」の単元終了後

(2) 式 $5x + 300$ は、何を表しているか答えなさい。

代金の合計

事後調査 本時の授業終了後

1年()組()番 氏名()

問題: 1本 x 円の鉛筆を5本と100円のノートを3冊買います。次の各問いに答えなさい。

(1) 代金の合計を表す式を答えなさい。

$5x + 300$

(2) 式 $5x + 300$ は、何を表しているか答えなさい。

1本 x 円の鉛筆を5本と100円のノートの3冊分の代金の合計。

1本 x 円の鉛筆を5本と100円のノート3冊分の代金の合計
(※ 事前調査よりも、自分の思考・判断したことを、より詳しく表現している。)

1年()組()番 氏名()

問題: 1本 x 円の鉛筆を5本と100円のノートを3冊買います。次の各問いに答えなさい。

(1) 代金の合計を表す式を答えなさい。

$5x + 100 \times 3$

$5 \times x + 300$
これとこれをたした式

事前調査 「文字の式」の単元終了後

(2) 式 $5x + 300$ は、何を表しているか答えなさい。

$5x + 100 \times 3$

事後調査 本時の授業終了後

1年()組()番 氏名()

問題: 1本 x 円の鉛筆を5本と100円のノートを3冊買います。次の各問いに答えなさい。

(1) 代金の合計を表す式を答えなさい。

$5x + 100 \times 3$

$5x$ はえんぴつ5本の代金
 300 は100円ノート3冊の代金
えんぴつとノートの代金をたした式。

(2) 式 $5x + 300$ は、何を表しているか答えなさい。

$5x$ は えんぴつ5本の代金。
 300 は ノート3冊の代金
えんぴつとノートの代金をたした式。

(キ) 事前・事後調査による生徒の思考・表現の変容例

今回の検証授業における目標であった「考える力・伝え合う力を育むこと」を確認するために、以下のような内容で成果と課題を検討した。

- ・ 「文字の式」の単元終了時に小テストを行った。これは、言葉を式に表すこと、つくった式を言葉で表すことが、「現段階でどの程度できているか」を見るための事前問題として行った。そして、この小テストと同じものを一次方程式の利用導入（本時の授業）終了後にももう一度、事後問題として行い、変容を確認した。
- ・ 授業終了後に今日の授業の振り返りアンケートを行った。これは、「①問題を読んで、自分で式をつくることができたか。」「②自分の式の説明を書くことができたか」「③友達の説明を理解することができたか。」「④友人の説明を聞いて、自分でも説明することができたか。」の四つの質問に対し、4段階で自己評価をするというものである。これについても、事前問題の結果と比較し、どのように変容したのかを確認した。
- ・ 授業終了後に感想を書かせ、考える・伝え合う活動を行ったことにより、どのような力が付いたと生徒自身が感じているかを確認した。

● 小テストの点数の変化

【成果】 事前調査において「 $5x+300$ 」が何を表しているかを説明することができなかった生徒の中で、事後調査においては、「 $5x$ はえんぴつ5本の代金で、 300 はノート3冊の代金。えんぴつとノートの代金をたした式」のように、式の説明を書くことができるようになった生徒の姿が見られた。

【課題】 事前調査において「1本 x 円の鉛筆5本と100円のノート3冊の代金の合計」を「 $5x+300$ (円)」と解答した生徒は96%であった。しかし、授業後のアンケートで「問題を読み、自分で式をつくることができた。」に関して、「1 すぐできた」「2 考えてできた」のいずれかを回答した生徒は、30%にとどまった。

【改善策】 今回の事前・事後調査は、「式をつくり」「説明する」ものであった。本調査問題は、単元「文字の式」の学習内容に関する問題であったため、生徒の中には、文字式と方程式を混同して理解しているものが多く、式の説明に関する問題の正答率は32%にとどまったので、事前調査を行う時期について改善する必要があると考える。また、事前調査では正答であった生徒の中には、本授業の課題に対して正しく立式することができなかった生徒がいた。問題文を読んでそれを式に表す学習は、方程式の単元では初めての内容であったため、つくった式を説明する授業を行ってから調査を行った方が、より正確な生徒の変容をつかむことができると考える。

● アンケートの質問事項

【成果】 「③友人の説明を理解することができたか。」に対し、「1 できた 2 だいたいできた」と答えた生徒は91%であった。「友人の説明を理解できた。」ということは、その友人が「周りの人に対して分かりやすく説明することができた。」と考えられる。

【課題】 「④友人の説明を聞いて、自分でも説明することができたか。」という質問に対しては、「1 できた 2 だいたいできた」と答えた生徒が35%という結果となった。

【改善策】 友人から聞いたことを理解するまではよいが、理解した内容を説明すること

は難しいということが明らかになったので、今後もこのような機会を意図的・継続的に設定していく必要がある。

● 生徒の授業後の感想

【成果】 「隣の人の説明を聞いたらよく分かった。」「友人の意見を聞くことによって、私が理解できなかつたり発見できなかつたりしたところなどが理解できたのでよかった。」「友人の説明を聞いていると、いろいろな方向からの考えがあったので、自分もよく考えることができた。」などの感想があった。これは、説明し伝え合う活動によって、自分一人では理解が不十分だったところも、友人の説明を聞くことで理解を深めることができたことを示している。

【課題】 自分が説明する側になると「式は立てられても説明が難しかった。」「自分で思っているより、口に出して説明することが難しかった。」など、自分で式を立てることができても、友人に説明することは難しいという意見もあった。

【改善策】 生徒にとって、自分の考えを相手に分かりやすく説明するという事は容易ではない。伝え合う力を育むには、今回のような授業を継続的に実施し、伝え合う経験を積み重ねていくことが必要である。

(3) 検証授業2 (第2学年 単元「連立方程式の利用」)

ア 本授業における数学的活動

本授業では、数学的活動の中でも、既習の内容を基にして「ア 数や図形の性質などを見だし発展させる活動」「ウ 数学的な表現を用いて根拠を明らかにし、筋道を立てて説明し合う活動」に重点を置いた。

本時では、連立二元一次方程式を、見通しをもつて的確に活用できるようにするために、生徒が数学的な表現を用いて、筋道を立てて説明し伝え合う活動を取り入れた。特に生徒が自分の考えを発表する場面では、求めるものは何で、どの文字を用いて変数を表し、立式の根拠となる数量の関係を数式で表して説明させる。その上で、生徒の多様な考えを示した。また、それぞれの式を見比べ、連立方程式を用いて問題解決の方法を検討する。

具体的には、次の点に留意した授業実践を行った。

- ・ 「イ 日常生活で用いられている硬貨という題材を用いること」で、生徒が課題場면을把握しやすくなり、硬貨に関する関係を捉えやすくした。
- ・ どのように説明したらよいか分からない生徒に対して、図や式を用いて考えることを助言することで、全ての生徒が数学的な考え方が育成できるようにした。
- ・ A2版の大きさのホワイトボードに、自分で立式した解答を書き全員の前で発表、解説させることで、多様な考え方を学級全体で共有できるようにした。

イ 本単元の目標 (全14時間扱い)

- ・ 二元一次方程式とその解及び連立に現一次方程式とその解に関心をもち、その必要性と意味を考えたり、解を求めようとしていたりしている。
- ・ 二元一次方程式とその解の意味を理解することができる。
- ・ 連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解することができる。

- ・ 代入法や加減法を用いて、簡単な連立二元一次方程式を解くことができ、連立二元一次方程式を用いて、具体的な課題を解決することができる。

ウ 本時について (本時 13/14)

(7) 本時の目標

- ・ 具体的な問題を解決するときに変数と方程式の数が一致していることが方程式の解が一通りに定まるために必要であることなどに気付く。そのことを理解し、連立方程式の利用において、見通しをもって連立方程式を的確に活用することができるようにする。
- ・ 方程式をつくり、立式の根拠を説明する活動から方程式の解法の理解を深める。

(4) 本時に位置付けた数学的活動

複数の連立方程式で表し、生徒に式の説明をさせたり、互いに理解を深めたりする数学的活動を重視する。具体的には、次のとおりである。

- ・ 求めたいものが三つある問題を提示し、未知数の設定の仕方や設定した未知数を用いた立式の方法を考える。
- ・ 自分の考えを説明する際に、根拠を明確にして説明する。
- ・ 友人の説明と自分の考えを比較し、よりよい解決の方法を考える。

(ウ) 展開

	生徒の学習活動・内容	○指導上の留意点 ◆評価の観点
導入 (つかむ) 5分	T: これまでは、問題文から連立方程式をつくり、それを解いて問題を解決しました。今日は新しい問題に取り組んでもらいます。	○ 問題を提示する。
	10円、50円、100円の硬貨が全部で18枚ある。その合計の金額は850円で、50円硬貨の枚数は10円硬貨の枚数の2倍に等しいという。硬貨はそれぞれ何枚ありますか。	
	T: この問題では何を使って、何を求めるか分かりましたか。分かっている事柄には実線、求める事柄には波線を引きましょう。 T: 何を求めますか。 S: 硬貨はそれぞれ何枚あるか、ということです。 T: 分かっていることがらは何ですか。 S: 全部で18枚、合計の金額は850円、50円硬貨の枚数は10円硬貨の枚数の2倍に等しいです。	○ 分かっている事柄と求めたい事柄を明確にさせる。 ○ 実践や波線には、番号を振るように指示する。

展開 (表す)	<p>T : それでは求める方法を考えてください。 その際に、これまでのように、図や式を使って考えてもよいです。どのようにして式をつくったかの説明も書きましよう。</p>	
15分	<p>【予想される式】 S1 : 10 円を x 枚 50 円を y 枚 100 円を z 枚とすると</p> $\begin{cases} x+y+z=18 \\ 10x+50y+100z=850 \\ y=2x \end{cases}$ <p>S2 : 10 円を x 枚 50 円を y 枚 100 円を $(18-x-y)$ 枚とすると、</p> $\begin{cases} 10x+50y+100(18-x-y)=850 \\ y=2x \end{cases}$ <p>S3 : 10 円を x 枚 50 円を $2x$ 枚 100 円を y 枚とすると、</p> $\begin{cases} 10x+50 \times 2x+100y=850 \\ x+2x+y=18 \end{cases}$ <p>(5 分後、考えがまとまらないようであれば) T : 求めたい事柄はいくつありますか。 S : 三つです。 T : それぞれどのように表しますか。 S : 10 円を x 枚 50 円を y 枚 100 円を z 枚です。 T : その場合、式はどうなりますか。式はいくつ必要になりますか。 S : 三つです。 T : 三つの式をつくってみましょう。10 円を x 枚 50 円を y 枚 100 円を z 枚</p> $\begin{cases} x+y+z=18 \\ 10x+50y+100z=850 \\ y=2x \end{cases}$ <p>T : でもこれでは解き方が分かりませんね。その他にどのように表すことができますか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○ 連立三元一次方程式で考えた生徒がいた場合には解き方も考えさせてみる。 ○ 求めたい事柄をどのような文字で表したのかを確認する。 ○ 連立三元一次方程式は学習していないので、全体では連立二元一次方程式や一元一次方程式などで考えさせる。 ○ 何番の実線、波線を使った式であるのかを確認する。 ○ 考えがまとまらない生徒に対しては、分かっている(実線をひいた)事柄に着目させ、式をつくらせる。 <p>◆変数と方程式の数が一致していることが方程式の解が一通りに定まることに気付かせる(数学への関心・意欲・態度)。</p>

	<p>S1 : 10 円を x 枚 50 円を y 枚 100 円を $(18 - x - y)$ 枚</p> <p>S2 : 10 円を x 枚 50 円を $2x$ 枚 100 円を y 枚</p> <p>T : これを使って式をつくり、求めてみましょう。</p> <p>S1 : 10 円を x 枚 50 円を y 枚 100 円を $(18 - x - y)$ 枚とすると、</p> $\begin{cases} 10x + 50y + 100(18 - x - y) = 850 \\ y = 2x \end{cases}$ <p>S2 : 10 円を x 枚 50 円を $2x$ 枚 100 円を y 枚とすると、</p> $\begin{cases} 10x + 50 \times 2x + 100y = 850 \\ x + 2x + y = 18 \end{cases}$	
<p>展開 (発表し合う) 10分</p>	<p>T : それでは何人かの生徒に発表をしてもらいます。</p> <p>S1 : 10 円を x 枚 50 円を y 枚 100 円を z 枚とすると、</p> $\begin{cases} x + y + z = 18 \\ 10x + 50y + 100z = 850 \\ y = 2x \end{cases}$ <p>S2 : 10 円を x 枚 50 円を y 枚 100 円を $(18 - x - y)$ 枚とすると、</p> $\begin{cases} 10x + 50y + 100(18 - x - y) = 850 \\ y = 2x \end{cases}$ <p>S3 : 10 円を x 枚 50 円を $2x$ 枚 100 円を y 枚とすると、</p> $\begin{cases} 10x + 50 \times 2x + 100y = 850 \\ x + 2x + y = 18 \end{cases}$	<p>○ 生徒が発表した説明が不十分な場合は、必要に応じて授業者が、説明した生徒に発問をする。</p> <p>◆ 立式の根拠を説明する活動から方程式の解法の理解を深めることができたか (数学的な見方や考え方)。</p>

<p>展開 (深める) 15分</p>	<p>T: 立式しやすい式はどれか、それはなぜか、また、連立三元一次方程式の解き方を考えることはできないか考えましょう。</p> <p>T: 三つの式を比較してどんなことが分かりますか。まずどの式が立式しやすいですか。</p> <p>S: S1の式は求めたい事柄を文字で表しやすい。</p> <p>S: S3の式は解くことができる。</p>	<p>◆ 三つの式を比較することで、連立二元一次方程式を見通しをもつて的確に活用することができているか。(数学的な見方・考え方)</p> <p>○ それぞれの考えのよさを全体で認め合う。</p>
	<p>T: S1の解き方を考えた人はいますか。</p> <p>S: S1の式は、上の二つの式に「$y=2x$」を代入したら解けそうです。</p>	
<p>まとめる 5分</p>	<p>5. 学習のまとめをする。</p> <p>T: 今日の学習で自分で気付いた数学のよさをまとめて書きましょう。</p>	

(エ) 授業記録

時間	授業の実際
0分	<p>T: (小銭の入った袋を見せて) これは何でしょう。</p> <p>S: 何だろう? コインが入っている音がしました。</p> <p>T: そうですね。これらの袋には、10円硬貨、50円硬貨、100円硬貨が何枚かずつ入っています。それでは、問題を読み上げるので、書いてください。</p> <p>T: 10円、50円、100円の硬貨が全部で18枚あります。その合計の金額は850円で、50円硬貨の枚数は、10円硬貨の枚数の2倍に等しいそうです。硬貨はそれぞれ何枚ありますか? (問題文を読み上げる。)</p> <p>S: 授業者が読み上げた問題文を書く。</p> <p>T: では、分かっていることから数量に実線を、求めたい事柄に波線を引いてください。</p> <p>T: 分かっている事柄は何ですか。</p> <p>S: 合計で850円ある。</p> <p>S: 50円硬貨の枚数は、10円硬貨の枚数の2倍に等しい。</p> <p>T: では、求めたいものは何ですか。</p> <p>S: 硬貨はそれぞれ何枚か。</p> <p>T: そうですね。それでは、それぞれの効果の枚数は何枚でしょうか。これまでに学習したことを使って考え、その考えをみんなに説明できるようにしてください。説明の際には、図や式などを使ってもよいです。</p>

問題を把握させるための手だてを行った。

8分	<p>【方程式をつくることのできない生徒とのやり取りの一部】</p> <p>S：どのような式をつくれればよいか分かりません。</p> <p>T：いつものようにつくることはできませんか。</p> <p>S：求めるものが三つあるから、分かりません。</p> <p>T：求めるものが二つあるときは、どのようにしましたか。</p> <p>S：求めるものを x と y にして、連立方程式をつくりました。</p> <p>T：では、この場合はどうやって文字を使って表したらよいですか。</p> <p>S：求めるものが三つあるから、x と y と z にすればいいと思います。</p> <p>T：では、x と y と z を使って式をつくってみましょう。</p>
18分	<p>T：(次のS1, S3の式を取り上げ、板書させる。)</p> <p>S1：$\begin{cases} x+y+z=18 \\ 10x+50y+100z=850 \end{cases}$</p> <p>S3：$\begin{cases} x+2x+y=18 \\ 10x+50 \times 2x+100y=850 \end{cases}$</p>
21分	<p>T：では、S1さん、説明してみてください。</p> <p>S1：10円を x 枚、50円を y 枚、100円を z 枚にしました。</p> <p>T：上の式は、何についての式ですか。</p> <p>S1：枚数の合計が18枚なので、それで式をつくりました。</p> <p>T：下の式は、何についての式ですか。</p> <p>S1：10円硬貨 x 枚で、$10 \times x = 10x$ 円になります。あとは、50円も100円も同じようにして、合計が850円という式をつくりました。</p> <p>T：では、これで方程式は解けますか。</p> <p>S1：解けないと思います。</p> <p>T：なぜ解けないと分かるのですか。</p> <p>S1：連立方程式は、文字が2種類で式が二つでした。でもこれは、式は二つだけど文字が3種類あるから解けません。</p> <p>T：なるほど、そうですか。</p> <p>S2：先生、私は解けます。</p>
	<p>T：どれどれ…(ワークシートを確認する。)なるほど。どうやらうまく解いているようですね。S2さんには、後で説明してもらいましょう。</p>
29分	<p>T：では、S3さん、説明してみてください。</p> <p>S3：私は10円 x 枚、50円 $2x$ 枚、100円 y 枚にしました。</p> <p>T：なぜ50円硬貨は、$2x$ 枚と置くことができるのですか。</p> <p>S3：50円は10円の2倍だから $2x$ にしました。</p> <p>T：なるほど、そうですね。それでは、両方の式について説明してください。</p> <p>S3：上の式は、枚数の合計が18枚なので、x と $2x$ と y をたすと18です。 下の式は、10円 x 枚で $10x$ 円、50円 $2x$ 枚で $50 \times 2x$ 円、100円 y 枚で $100y$</p>

求めるものが三つあるので、3種類の文字を使うという考えを引き出すことができた。

	<p>円なので、このような式になりました。</p> <p>T：これならば、方程式が解けそうですね。それでは、この方程式を解いて、この問題の答えを求めてください。</p> <p>S：(問題を解決する。)</p>
33分	<p>T：答えはどうになりましたか。</p> <p>S4：$x=5$, $y=3$ になりました。</p> <p>S5：これだと 50 円の枚数が分からないので、50 円の枚数を求めなければいけない。50 円は 10 円の 2 倍の枚数だから、$5 \times 2 = 10$ 枚です。</p> <p>T：S6 さんは、確かめ算をしてくれたようですね。</p> <p>S6：合計金額は $50 + 500 + 300 = 850$ (円)、合計枚数は $5 + 10 + 3 = 18$ (枚) なので、合っています。</p>
40分	<p>T：では、S2 さんに文字が三つの方程式を解いてもらいます。お願いします。</p> <p>S2：50 円硬貨は、10 円硬貨の 2 倍なので、$y=2x$ という式もできます。</p> $\begin{cases} x+y+z=18 \\ 10x+50y+100z=850 \\ y=2x \end{cases}$ <p>そして、$y=2x$ という式を上の上の二つの式に代入すると、</p> $\begin{cases} x+2x+z=18 \\ 10x+100x+100z=850 \end{cases}$ <p>となります。あとは S3 さんと同じです。</p> <p>T：なるほど。文字が 3 つだったけれど、S3 さんのような 2 つの文字の場合と同じように解けましたね。</p>
45分	<p>T：文字が三つのときと二つのときでは、どちらが立式しやすいですか。 (三元の方程式…3人、二元の方程式…33人)</p> <p>S：文字が三つになるけれど、問題文のままに式をつくれればいから、文字が三つの方が立式しやすいです。</p> <p>S：今までのようにできるから、文字が二つの方が立式しやすいです。</p>

(オ) 授業の様子



写真1 授業の様子

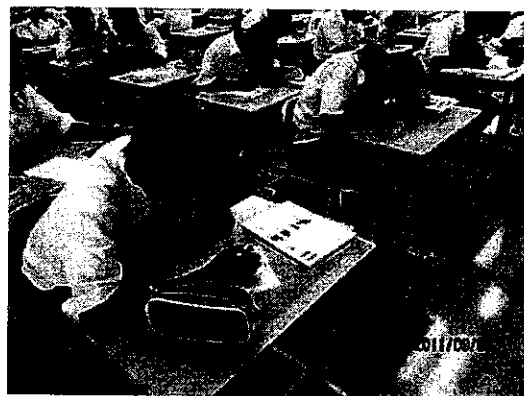


写真2 課題に取り組む生徒の様子

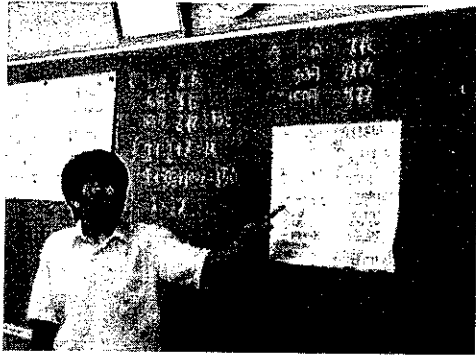


写真3 自分の考えを発表する生徒

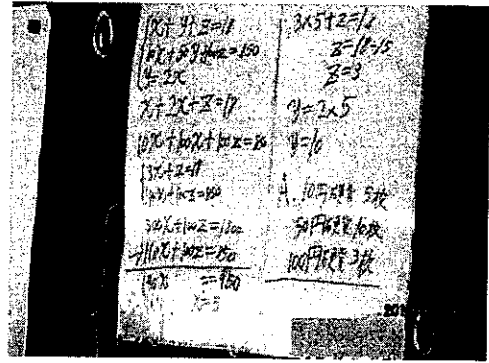


写真4 発表した生徒がつくった式

(カ) 生徒のワークシート

問題
 10円 50円 100円の硬貨が全部で18枚ある。その合計は850円である。50円硬貨の枚数は10円硬貨の枚数の2倍に等しい。10円硬貨の枚数はいくつあるか？

自分の考え (説明を記入する)
 10円硬貨の枚数を x 、100円硬貨の枚数を y 、50円硬貨の枚数を z とする。
 $x + 2x + y = 18$ ①
 $10x + 2(50y) + 100y = 850$ ②

$3x + y = 18$
 $10x + 100y = 850$

$3x + y = 18$ ①
 $10x + 100y = 850$ ②
 $① \times 7 = 21x + 7y = 126$
 $② \times 1 = 10x + 100y = 850$
 $① - ② = 11x - 93y = 41$
 $11x = 41 + 93y$
 $x = \frac{41 + 93y}{11}$
 $① \times 11 = 33x + 11y = 198$
 $11x = 41 + 93y$
 $33x + 11y = 198$
 $11x + 93y = 41$
 $22y = 157$
 $y = 7$
 $x = 5$
 $z = 3$
 A. 10円硬貨 5枚
 50円硬貨 10枚
 100円硬貨 3枚

その他の考え
 $10x + 100y = 850$
 $-190y = -950$
 $y = 5$
 $x = 3$
 $z = 3$

ワークシート1

問題
 10円 50円 100円の硬貨が全部で18枚ある。その合計の金額は850円である。50円硬貨の枚数は10円硬貨の枚数の2倍に等しい。10円硬貨の枚数はいくつあるか？

自分の考え (説明を記入する)
 10円硬貨の枚数を a 、50円硬貨の枚数を b 、100円硬貨の枚数を c とする。

$a + b + c = 18$
 $10a + 50b + 100c = 850$
 $50b = 100a$
 $10a + 100a + 100c = 850$
 $110a + 100c = 850$
 $100a + 100c = 800$
 $100a = 200a$
 $300a + 100c = 1800$
 $190a = 950$
 $a = 5$
 $b = 10$
 $c = 3$

その他の考え
 $x + 2x + y = 18$
 $10x + 50 \times 2x + 100y = 850$
 $3x + y = 18$
 $110x + 100y = 850$
 $30x + 100y = 1800$
 $190x = 950$
 $x = 5$
 $y = 3$

10円 5枚
 50円 10枚
 100円 3枚

ワークシート2

問題
 10円 50円 100円の硬貨が全部で18枚ある。その合計が850円である。50円硬貨の枚数は10円硬貨の枚数の2倍に等しい。10円硬貨の枚数はいくつあるか？

自分の考え (説明を記入する)
 方程式をまず x (10円) を x 枚
 50円を $2x$ 枚
 100円を z 枚とする

$x + 2x + z = 18$
 $10x + 100z = 850$
 $y = 2x$

② 10円 x 枚
 50円 $2x$ 枚
 100円 z 枚

$x + 2x + z = 18$
 $10x + 100z = 850$

その他の考え

ワークシート3

(キ) 考察

今回の授業で、私たちは既習事項である連立二元一次方程式を活用し、新たな課題に生徒が見通しをもってどのように取り組むことができるか、また、立式の根拠を説明する活動から方程式の解法の理解を深めることができたかを検討した。

今回の課題に対し、生徒の反応は大きく分けて以下の4通りである。

- ・ 連立二元一次方程式で解こうとした。 (14人)
- ・ 連立三元一次方程式で解こうとした。 (17人)
- ・ 方程式以外の方法で解こうとした。 (4人)
- ・ 考えを進めることができなかった。 (3人)

上記の集計には、もちろん解までたどり着けなかったもの(ワークシート3)もある。ワークシート1の生徒のように、これまでの授業の間では、未知数が二つしか出てこなかったことから、三つある未知数をどのように二つにすることができるかと考え、既習事項が活用できないかと考えた生徒が14人いた。そして、未知数が三つあることから、授業では取り扱ったことがないにもかかわらず、連立三元一次を立てた、又は立てようとした生徒が17人もいた。この結果は非常に興味深い。連立方程式の利用の学習において、「未知数を文字で表す。」という指導が徹底しているからだと言えるだろう。しかし、この17人の中で、解までたどり着くことができた生徒(ワークシート2)は7人しかいなかった。これは、「立式しやすいのはどれですか。」という問いに対し、

- ・ 連立二元一次方程式の方が立式しやすい。(33人)
- ・ 連立三元一次方程式の方が立式しやすい。(3人)

と、圧倒的に連立二元一次方程式と答えた生徒が多いことから、生徒にとって立式ということ以上に、未習である連立三元一次方程式を解くことに対する抵抗感が強いと考える。その後、生徒が連立三元一次方程式の解き方を前に出て説明した際には、説明を聞いていた生徒からは、「代入法を使えば、文字が二つになって今までのように解ける。」といった声も上がり、生徒は他人の意見を聞くことで自分の考えを深めることができたと言える。

授業後のアンケート調査からは、次のように他者の意見を聞いて自分の考えを深めることができたという生徒の反応が大変多かった。

- ・ 友人の意見を聞いて、自分の考えが深まった。 (30人)
- ・ 連立方程式のよさに気付くことができた。 (20人)

最後に、この授業で生徒が気付いた数学のよさをいくつか紹介する。

- ・ 初めて見る問題でも、自分の知っている知識で解くことができる(三元一次方程式を知らなくても、二元一次方程式を知っていればできる。)
- ・ いろいろな解き方があって、自分に合ったものでできる。
- ・ 実用でき、解いている過程が他のどの教科よりも楽しい。
- ・ 難しかったけど、少しおもしろいと思った。それがよさじゃないかと思う。

VI 研究の成果

本研究は、来年度より全面実施となる学習指導要領の中学校数学科の目標にある「数学的活動」を積極的に取り入れ、生徒の数学的な思考力・表現力の育成をねらいとし、基礎研究及び実践・開発研究を行ったものである。本研究によって、次の成果を得ることができた。

1 思考力・判断力・表現力を育成した授業を行うことの意義

基礎研究において、平成22年度「全国学力・学習状況調査」の学校質問紙調査と教科に関する調査との関連から、思考力・判断力・表現力を育成した授業を実践している学校ほど、学力調査の平均正答率が高い傾向があることが明らかになった。特に東京都においては、生徒の様々な考えを引き出したり、思考を深めたりする授業や生徒の発言や活動を確保した授業の実施率が、全国平均と比較してやや低い傾向が見られている。これまで以上に、意図的・計画的に生徒の思考力・判断力・表現力を育成する場面を取り入れた授業を行うことが非常に重要である。

2 他者の表現を基に、どのような数学的な考え方をしたのかを考える活動

発表の場面において、友人の考えを聞いて、全ての生徒が友人の考えを理解できているかどうかを客観的に評価することは難しい。本研究においては、実践・開発研究の「検証授業1」において、それぞれの生徒がつくった方程式を基に、その方程式の説明を生徒全員に考えさせる場面を設定するという教材を開発したことにより、数学的な表現と言葉による説明を関連付けることができた。

3 既習事項を基に、発展的な学習内容を考える活動

実践・開発研究の「検証授業2」において、連立二元一次方程式の解き方を基にして、連立三元一次方程式の解き方を考える場面を設定した。未習である連立三元一次方程式の解き方であっても、考えを説明し伝え合う活動を通して行うことにより、既習事項を関連付けながら解き方を考えることができた。なお、ここでは連立三元一次方程式の解き方を全ての生徒が理解できるようにすることを目的とするのではないことに留意する。

VII 今後の課題

1 思考力・判断力・表現力を育成した授業実践の充実

生徒の様々な考えを引き出したり思考を深めたりする授業や、生徒の発言や活動を確保した授業を行うことは、非常に大切である。今後、思考力・判断力・表現力を育成した授業実践を更に行い、指導事例をデータベース化することで、多くの教員が活用できるようにすることが求められる。

2 数学的に説明し伝え合う活動の充実

中学校において重視する数学的活動のうち、「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」を充実することは、生徒が自分の考えを整理し、他者の考えと比較できるようにすることにより、更により数学的な考えを発見できることにつながる。今後も、このような活動を積極的に取り入れ、生徒の思考力・判断力・表現力を育成することが求められる。

平成23年度 教育研究員名簿

中 学 校 ・ 数 学

地 区	学 校 名	職 名	氏 名
中央区	日本橋中学校	教 諭	◎下川 勝久
世田谷区	世田谷中学校	教 諭	○正木 浩志
北区	王子桜中学校	主任教諭	林 倫道
練馬区	小中一貫教育校大泉桜学園	主幹教諭	○関野 純一
八王子市	横山中学校	教 諭	鈴木 早苗
府中市	府中第二中学校	主任教諭	加藤 智子
羽村市	羽村第三中学校	主任教諭	濱田 昌也
西東京市	保谷中学校	主任教諭	安藤 咲織

◎ 世話人 ○ 副世話人

[担当] 東京都教育庁指導部義務教育特別支援教育指導課
指導主事 斎藤 圭祐

平成 23 年度
教育研究員研究報告書
中学校 数学

東京都教育委員会印刷物登録

平成 23 年度第 181 号

平成 24 年 3 月

編集・発行 東京都教育庁指導部指導企画課

所在地 東京都新宿区西新宿二丁目 8 番 1 号

電話番号 (03) 5320-6836

印刷会社 有限会社 シーダー企画