

中 学 校

平成 2 5 年度

教育研究員研究報告書

数 学

東京都教育委員会

目 次

I	研究主題設定の理由	1
II	研究の視点	2
III	研究の仮説	4
IV	研究の方法	4
V	研究構造図	5
VI	研究の内容	
1	調査研究	6
2	実践研究	
(1)	検証授業 I	10
(2)	検証授業 II	17
(3)	検証授業から	23
VII	研究の成果・今後の課題	24

研究主題

生徒が筋道立てて考え、数学的に表現し合い、考えを発展させる指導

I 研究主題設定の理由

現行の学習指導要領が全面実施となって2年目を迎えている。学習指導要領には、「基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくむとともに、主体的に学習に取り組む態度を養い、個性を生かす教育の充実に努めなければならない。」とあるように、各観点をバランスよく指導し、知識・技能の指導に偏らないようにすることの重要性がうたわれている。また、「生徒の発達の段階を考慮して、生徒の言語活動を充実する」とあることから、言語活動を通して、生徒に確かな力を身に付けさせることが大切となっている。

中学校数学科の目標には、「数学的活動を通して、数量や図形に関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、これらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」とある。具体的には、発達の段階に応じ、数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けさせ、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めさせることである。ここで言う数学的な思考力・表現力とは、既習事項を基に、言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて事象を論理的に考察する力のことであり、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。したがって、根拠を明らかにして筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実させる必要がある。

平成25年度「全国学力・学習状況調査」（学校質問紙調査）において、「学級やグループで話し合う活動を授業などで行いましたか」という質問項目に対して、「よく行った」又は「どちらかといえば、行った」のように肯定的な回答をした東京都の公立中学校の割合は81.2%であった。一方、同調査（生徒質問紙調査）において、「普段の授業では、生徒の間で話し合う活動をよく行っていると思いますか」という質問項目に対して、「当てはまる」または「どちらかといえば、当てはまる」のように肯定的な回答をした東京都の公立中学校の生徒の割合は61.7%であり、教師の意識と生徒の意識とに大きなずれがあることが明らかとなった。

話し合う活動は、話し合うことが目的なのではなく、話し合うことを通して生徒が自分の考えを見直し、よりよい考えへと発展させることである。したがって、まずは生徒に自分なりの考えを構築させ、他者の考えを知り、自分の考えと他者の考えの共通点や相違点を見いだすことで、数学的な見方や考え方を育むことが重要である。このことから、中学校数学科における数学的活動の一つである「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」のより一層の充実は不可欠である。

以上のことから本部会では、研究主題を「生徒が筋道立てて考え、数学的に表現し合い、考えを発展させる指導」と設定し、「生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定」、「数学的に表現し合うための指導の工夫」、「伝え合った考えを発展させるための指導の工夫」の3点について研究を行っていく。

II 研究の視点

本研究は、生徒が問題を解決する際に、筋道立てて考えられるようにし、数学的な表現を用いて互いに考えを伝え合うことで、自分の考えと他者との考えの共通点・相違点等を見いださせることで、自分の考えをよりよいものへと発展させる指導の在り方を提案するためのものである。

現行の学習指導要領には、数学的活動として、次の三つの活動が示されている。

- ア 数や図形の性質などを見いだす活動
- イ 数学を利用する活動
- ウ 数学的に説明し伝え合う活動

特に「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」は、「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」や「イ 数学を利用する活動」と相互に関連し、一連の活動として行われている。

例えば下のように、教師が問題場面を提示し、提示した場面からどのような性質があるのかを考えさせたとする。生徒は、これまで学習してきた内容を基に、提示された場面から性質とその性質が成り立つ根拠を見いだしていく。ここで、教師が性質を発表し生徒が答え合わせをするのであれば、数学的活動「ア」のみ（日常生活や社会に関する場面を考察していれば、数学的活動「イ」も含まれる）が行われることになるが、生徒同士で見いだした性質とその性質が成り立つ根拠を説明し合うことまで行われれば、数学的活動「ア」とともに、数学的活動「ウ」も行われることになる。生徒が見いだした性質が正しいかどうかを教師主導の授業で確認するのでは、せっかくの活動の効果が半減してしまう。

① 問題場面を提示する

(例) これは、平成25年9月のカレンダーです。

例えば、「9 10 11」のように、横に並んだ3個の数の和は、真ん中の数の3倍になります。

(数学的活動「ア」「イ」)

【問題】 このようなきまりがほかにあるのかを

考え、きまりが成り立つ理由を説明しましょう。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

② 生徒が各自で考える

i 縦に並んだ三つの数の和は、真ん中の数の3倍になるのだろうか？

「2, 9, 16だと、確かに成り立つ」「12, 19, 26でも成り立つ」

「全部確かめなきゃいけないのかな」「真ん中の数を n として考えればいいと思う」

ii 横に並んだ五つの数の和を考えたら、どのようになるのだろうか？

「1, 2, 3, 4, 5だと、たして15だから真ん中の数の5倍になる」

「これも真ん中の数を n として考えればよいね」「斜めならばどうだろうか」

③ 生徒が考えを説明し合う(数学的活動「ウ」)

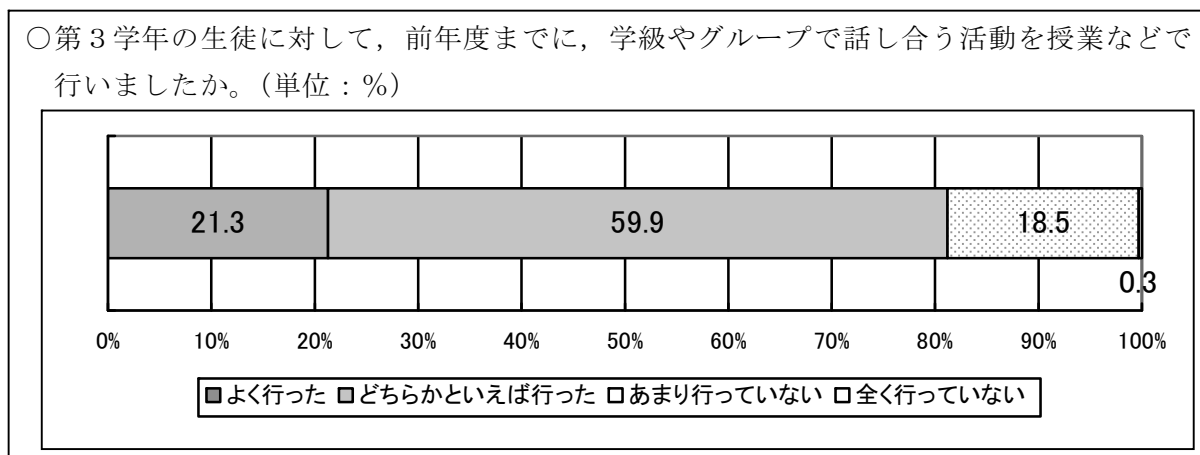
「私は具体的な数でいくつか試したけど、それではいつでも成り立つことは言えないことが分かった」「文字を使えば、1回で説明できて便利だな」「一番小さい数を n として考えたけれど、真ん中の数を n とすると少し計算が簡単だ」

④ 他者の説明を聞き、自分の考えを見直す

「〇〇さんの考え方は、文字を使って説明したところは、私と同じだ」「△△さんの考え方は私と違う。私は n の上にある数が $(n-7)$ になる理由を説明していなかったけれど、△△さんは丁寧に説明していた。これからは根拠をはっきりと示して説明したい」

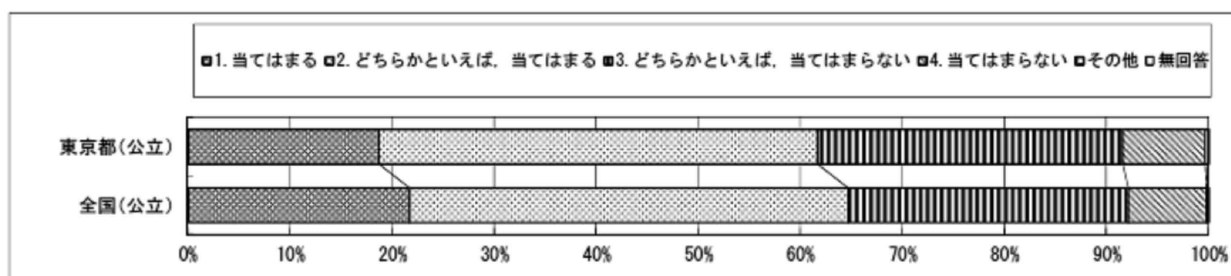
ここで、「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」の実施状況について、平成25年度「全国学力・学習状況調査」の調査結果を取り上げることとする。

下のグラフは、学校質問紙調査において、「第3学年の生徒に対して、前年度までに、学級やグループで話し合う活動を授業などで行いましたか」という質問に対する、都内公立中学校（639校）の回答の割合を示したものである。



一方で、生徒質問紙調査において、「普段の授業では、生徒の間に話し合う活動をよく行っていると思いますか」という質問に対する中学3年生の回答の割合を、以下に示す。

質問番号			質問事項									
I	II	III										
(50)	(48)	(57)	普段の授業では、生徒の間に話し合う活動をよく行っていると思いますか									
選択肢			1	2	3	4	5	6	7	8	その他	無回答
東京都(公立)			18.7	43.0	30.0	8.1					0.0	0.3
全国(公立)			21.7	43.0	27.4	7.7					0.0	0.2



これらの調査結果から、8割以上の学校では授業において話し合う活動を行っているという回答しているものの、生徒にとっては話し合う活動を行っていると感じている割合は6割強にとどまっていると言える。

話し合う活動は、話し合うことが目的なのではなく、話し合うことを通して生徒が自分の考えを見直し、よりよい考えへと発展させることを、これまで以上に強く意識した指導が必要であると考えられる。したがって、まずは生徒に自分なりの考えを構築させ、他者の考えを知り、自分の考えと他者の考えの共通点や相違点を見いだすことで、数学的な見方や考え方を育むことが重要である。

以上のことから、本研究においては、次の3点を意識した授業の在り方を追究していくこととする。

- ① 生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定
- ② 数学的に表現し合うための指導の工夫
- ③ 伝え合った考えを発展させるための指導の工夫

Ⅲ 研究の仮説

本研究において、数学的活動「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」において意識する3点を明確にすることで、生徒は話し合いに参加できるようになり、伝え合うことを通して、自分の考えと他者の考えを比較・検討し、数学的な見方や考え方を育むことができるようになると考えた。

具体的には、次の三つの数学的活動を、①～③の順序で設定することで、数学的な見方や考え方を育んでいく。

- 数学的活動① 根拠をもって、筋道を立てて考えさせる。
- 数学的活動② 考えたことを発表し合わせる。
- 数学的活動③ 説明したことを、よりよい考えにさせる。

Ⅳ 研究の方法

本研究は、大きく分けて「調査研究」と「実践研究」の二つにより構成されている。

1 調査研究

調査研究では、言語活動を通して数学的な見方や考え方を育むことに関する教員の実態を明らかにするために、都内中学校に勤務する数学科の教員142名を対象に、調査を実施した。

具体的な調査内容は、次の通りである。

- ア 言語活動を取り入れた授業に対する教師の意識
- イ 言語活動を取り入れた授業の実施頻度
- ウ 数学的に説明し伝え合う活動の実施頻度
- エ 言語活動を取り入れることによる効果
- オ 言語活動を取り入れた授業実施の課題

2 実践研究

実践研究では、「Ⅱ 研究の視点」で示した3点を意識した学習指導案を作成する。学習指導案には、数学的な見方や考え方を育むための言語活動として、生徒に筋道立てて考えさせ、表現し合わせ、考えをよりよいものにさせる場面を設定する。

したがって、学習指導案にはこれら三つの点が明確になるよう、該当の活動の部分に「数学的活動①」「数学的活動②」「数学的活動③」と示すこととする。また、授業後には生徒の記述から、数学的な見方や考え方が高まったものを取り上げることで、本研究の検証を行うこととした。

また、作成した学習指導案に基づき検証授業を行い、その後の協議会において効果の有無を明らかにし、学習指導案を改訂した。

V 研究構造図

【東京都教育研究員全体テーマ】

学習指導要領に対応した授業の在り方について

【学習指導要領のポイント】

- 思考・判断したことを表現させる指導の充実
- 数学的活動の充実
- 領域「資料の活用」の新設
- 授業時間数の増加
- 学び直しの機会

【言語活動の充実に関する現状及び課題】

- 言語活動に関する教師と生徒の意識のずれ
数学の授業において、「話し合う活動を行っているかどうか」という質問の回答状況について、生徒と教師の意識に差が見られる。教師は言語活動を行っていると感じていても、生徒はそのように捉えていないことがあることから、言語活動を通して、どのようにして数学的な見方や考え方などを育むのかを明確にした授業を展開する必要がある。

- 言語活動の実施状況について
数学の授業において、話し合いをさせる場面や考えを発表する場面は設定しているが、自分の考えと他者の考えを比較して、考えをよりよいものへと発展させる活動はあまり行われていない。数学的な見方や考え方をより高めるためにも、発表させるだけでなく、自分の考えを見直す機会を設定する必要がある。

【研究の仮説】

数学的活動「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」において、「生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定」、「数学的に表現し合うための指導の工夫」、「伝え合った考えを発展させるための指導の工夫」を明確にすることで、生徒は話し合いに参加できるようになり、伝え合うことを通して、自分の考えと他者の考えを比較・検討し、数学的な見方や考え方を育むことができるようになると考えた。

【中学校数学部会 研究主題】

生徒が筋道立てて考え、数学的に表現し合い、考えを発展させる指導

数学的な見方や考え方を育む指導を充実させることを目的として、「生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定」、「数学的に表現し合うための指導の工夫」、「伝え合った考えを発展させるための指導の工夫」を意識した学習指導案を作成し、授業実践を行うことで、効果の検証を行う。

VI 研究の内容

1 調査研究

(1) 調査対象 都内公立中学校数学科教員 142名

(2) 調査時期 平成25年11月

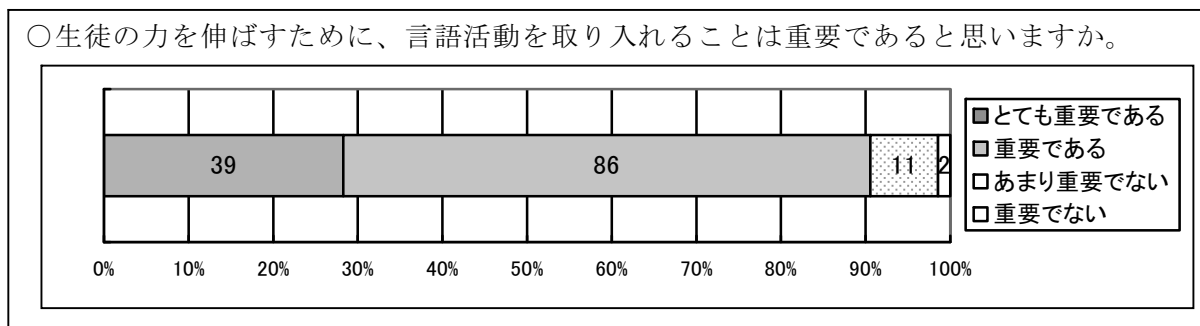
(3) 調査のねらい

本調査を通して、次の3点を明らかにし、研究の方向性を明確にする。

- ・言語活動を通して数学的な見方や考え方を育むことに関する教員の意識
- ・数学的に説明し伝え合う活動の実施状況
- ・言語活動を取り入れる際に教員が感じている効果や課題

(4) 調査内容及び調査結果（グラフの単位は、全て「人」である）

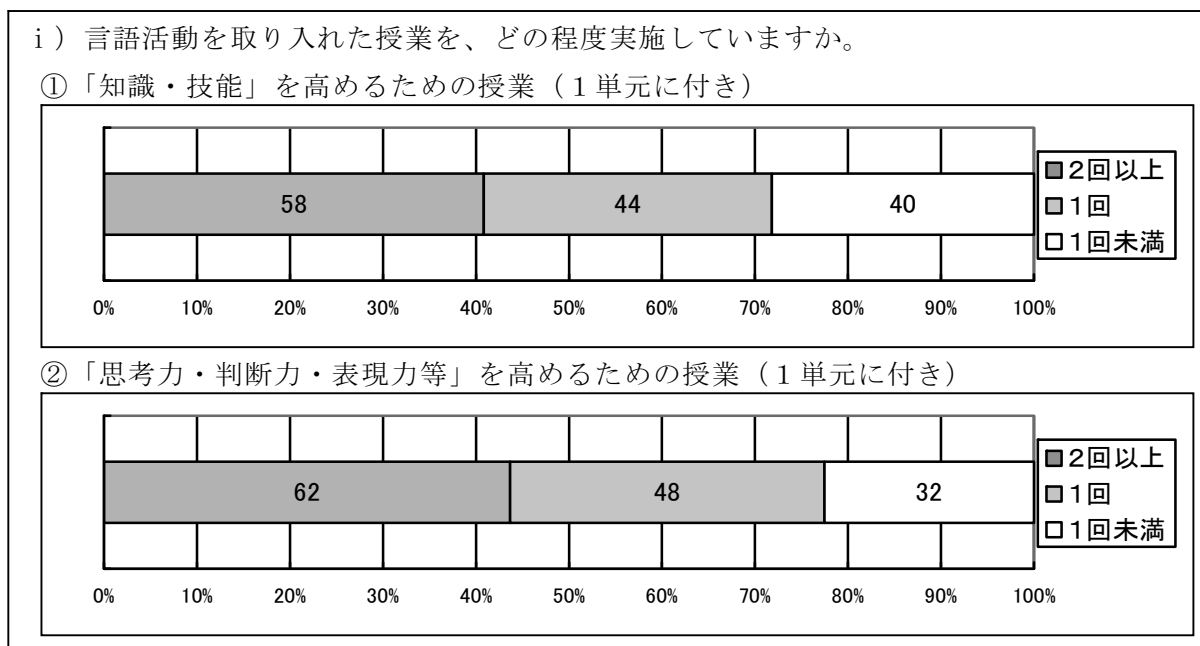
ア 言語活動を取り入れた授業に対する教師の意識



【考察】

9割以上の教師が、言語活動を取り入れて授業を展開することの重要性を感じていることが明らかになった。

イ 言語活動を取り入れた授業の実施頻度



【考察】

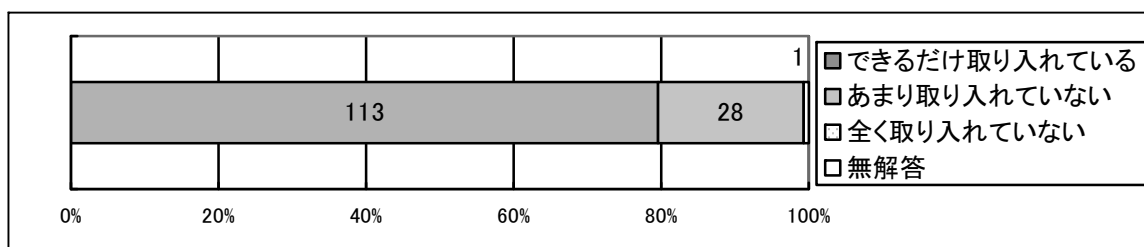
7割以上の教師が、単元に1回以上言語活動を取り入れた授業を実施していることが明らかになった。なお、本調査では「全く実施していない」という選択肢もあったが、上記の①・②

いずれにおいても回答数が0であり、今回の調査に回答した教師は、100%言語活動を取り入れた授業を実施しているという結果が出た。

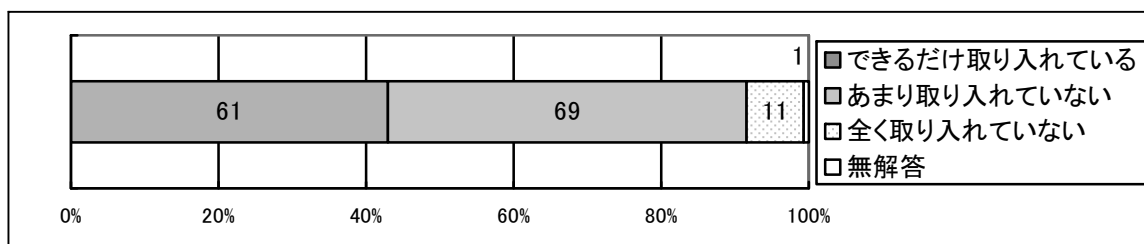
なお、①と②の調査結果を比較すると、言語活動を取り入れた授業は、「思考力・判断力・表現力等」高めるため行うことの方が、知識・技能を高めるため行うことよりも多いことが明らかになった。この理由としては、言語活動を通して数学的な見方や考え方を育むという意識が教師にあると考えられる。また、知識・技能を高めることを主たる目的とした授業であっても言語活動を取り入れていると回答した割合が高いことから、知識・技能を提示して練習させるのではなく、考えさせながら知識・技能を獲得させる授業を多く行っているとも考えられる。

ウ 数学的に説明し伝え合う活動の実施頻度

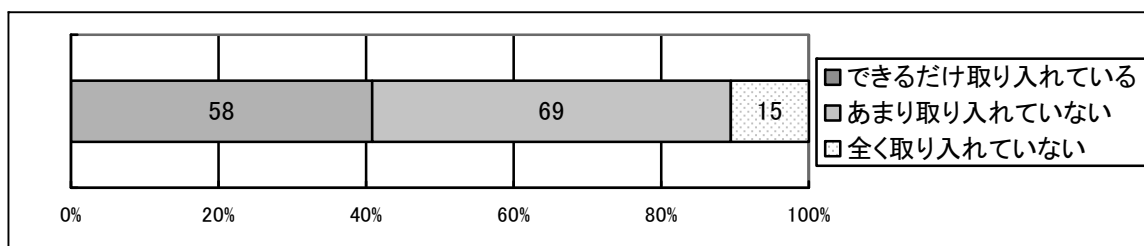
i) 問題を提示して、生徒自身に解決の方法を考えさせる場面を取り入れていますか。



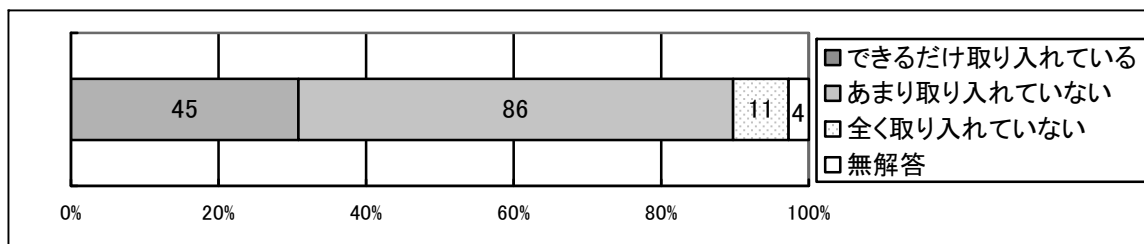
ii) 生徒同士が、問題解決の方法を発表し合う場面を取り入れていますか。



iii) 生徒に自分の考えを発表させる際、発表を聞く生徒に対して、自分の考えと比較する場面を取り入れていますか。



iv) 生徒が自分の考えと他の生徒の考えを比較し、自分の考えを見直す場面を取り入れていますか。



【考察】

「i) 問題を提示して、生徒自身に解決の方法を考えさせる場面を取り入れていますか。」、「ii) 生徒同士が、問題解決の方法を発表し合う場面を取り入れていますか。」、「iii) 生徒に自分の考えを発表させる際、発表を聞く生徒に対して、自分の考えと比較する場面を取り入れていますか。」、「iv) 生徒が自分の考えと他の生徒の考えを比較し、自分の考えを見直す場面を取り入れていますか。」の順に、徐々に肯定的な回答が少なくなっていることが明らかとなった。

これら四つの調査項目は、「一人ひとりの生徒に解決方法を考えさせる」→「考えを班又は学級全体で共有させる」→「自分の考えを他者の考えと比較させる」→「比較した結果、必要に応じて自分の考えを見直し、よりよい考えへと発展させる」という言語活動を通して数学的な見方や考え方を高めるための指導の流れの通りとなっている。

生徒に考えさせる場面はほとんどの教師が設定しているが、代表の生徒が考えを発表し、発表を聞く生徒に対して自分の考えと比較・検討させることとなると、十分に行われていないのではないかと考えられる。

エ 言語活動を取り入れることによる効果

○言語活動を取り入れた授業を実施することにより、生徒にどのような効果があると思いますか。(複数回答可)

生徒が意欲的に授業に取り組むようになる	39人
生徒が積極的に発言するようになる	57人
生徒に自分の考えを発表させることができる	70人
生徒の多様な意見を引き出すことができる	84人
生徒が他者の意見を聞き、新しい考えを知ることができる	93人
生徒が自分の考えをよりよい考えにすることができる	47人
生徒に論理的な思考力を育むことができる	62人

【考察】

言語活動を取り入れることの効果については、特に次の三つの項目の反応率が高かった。

- ・生徒が他者の意見を聞き、新しい考えを知ることができる。(65.5%)
- ・生徒の多様な意見を引き出すことができる。(59.1%)
- ・生徒に自分の考えを発表させることができる。(49.3%)

※()内は、全体に対してその項目を回答した割合

これら三つの項目に共通して言えることは、生徒自身に解決の方法を考えさせるだけでなく、生徒同士が問題解決の方法を発表し合う場面を設定しなければならないことである。多くの教員が一人一人の生徒に考えさせるだけでなく、多様な考えを発表し合うことで共有することの効果を感じていることから、『一人ひとりの生徒に解決方法を考えさせる』→『考えを班又は学級全体で共有させる』→『自分の考えを他者の考えと比較させる』→『比較した結果、必要に応じて自分の考えを見直し、よりよい考えへと発展させる』といった一連の流れで指導を行い、生徒の数学的な見方や考え方を育む必要があると考えられる。

オ 言語活動を取り入れた授業実施の課題

○言語活動を取り入れた授業を実施する上での課題は何ですか。(複数回答可)

時間を確保することが難しい	84人
どの場面で取り入れればよいのかが分からない	8人
発言する生徒が限られ、全ての生徒に力を身に付けさせることが難しい	78人
生徒に変容が見られない	6人
習熟度別指導などを取り入れており、進度を合わせるのが難しい	37人
基礎・基本が徹底していないので、生徒に自分の考えを説明させることが難しい	80人
よい教材が見付からない	17人

【考察】

言語活動を取り入れた授業実施の課題については、特に次の三つの項目の反応率が高かった。

- ・時間を確保することが難しい。(59.2%)
 - ・基礎・基本が徹底していないので、生徒に自分の考えを説明させることが難しい。
(56.3%)
 - ・発言する生徒が限られ、全ての生徒に力を身に付けさせることが難しい。(54.9%)
- ※ () 内は、全体に対してその項目を回答した割合

「時間を確保することが難しい」という項目については、「知識・技能」を確実に身に付けさせるために掛ける時間と「思考・判断・表現」を育むために掛ける時間をバランスよく設定することから、単元の途中やまとめの際に、無理のない形で取り入れていくことで解消ができると考えられる。

「基礎・基本が徹底していないので、生徒に自分の考えを説明させることが難しい」と「発言する生徒が限られ、全ての生徒に力を身に付けさせることが難しい」という項目については、「説明し伝え合う」指導を、どのように系統性をもたせて行うかを考えた上で、ある程度の知識・技能が身に付いていれば取り組める課題を設定したり、効果的な机間指導を行ったりすることで解消ができると考えられる。

(5) 調査結果から

以上の調査結果から、次の点に留意して実践研究を行うことで、生徒の数学的な見方や考え方を育むこととする。

- ・ 生徒に問題解決をさせる際に、解決の方法を生徒に発表させるとともに、発表を聞く生徒に対して自分の考えと比較・検討させるようにする。
- ・ 習熟の程度の遅い生徒であっても課題に取り組めるよう、生徒に対して丁寧に説明したり、生徒が把握しやすい課題にしたりするなどの工夫を行う。

2 実践研究

調査研究によって、教員は言語活動を通して数学的な見方や考え方を育成することの重要性を認識し、単元に1回程度は取り入れていることが明らかとなった。また、生徒に解決の方法を考えさせる場面は多く設定しているが、自分の考えと他者の考えを比較して自分の考えをよりよいものとするのは、あまり行われていないことも明らかとなった。

そこで本研究では、次の「数学的活動」を①から③までの順序で授業を展開することで、生徒の数学的な見方や考え方がどのように育まれていくのかを検証することとした。

数学的活動① 根拠をもって、筋道を立てて考えさせる。

- ・既習の知識・技能を活用させる
- ・問題解決の見通しをもたせる

数学的活動② 考えたことを発表し合わせる。

- ・生徒同士で考えを伝え合わせる
- ・生徒自身の言葉で表現させる

数学的活動③ 説明したことを、よりよい考えにさせる。

- ・自分の考えを他者の考えと比較・検討させる
- ・考えをまとめさせる

(1) 検証授業 I

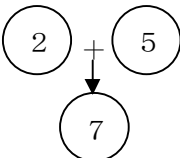
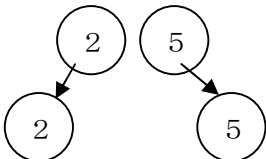
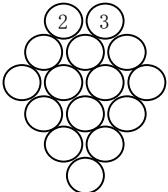
ア 単元名 第2学年「連立方程式」

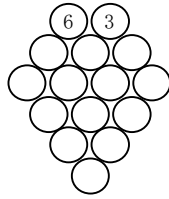
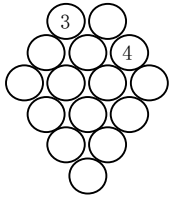
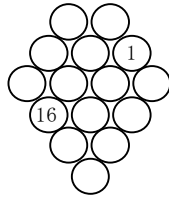
イ 第1時

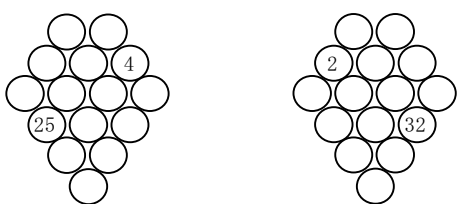
i) 本時のねらい

- ・問題に出てくる数の性質や関係を捉え、根拠を明らかにして説明できるようにする。

ii) 展開

	学習内容と学習活動	○指導上の留意点 ◆評価
導入	<p>T「今日はぶどうパズルをやってみましょう。」</p> <p>ルール①上にある2つの数を足して下の丸にかきます。</p>  <p>ルール②上に2つ数がない場合は、その数をそのままかきます。</p>  <p>例題</p> 	<p>○ルールを把握できているか、確認する。</p> <p>○この後の活動で、「ルールが分からなかったから」という、つまずきが起きないように、丁寧に説明する。</p>

	<p>T「それでは、このルール通りに、一番下の数を埋めてみましょう。」</p> <p>T「課題1のぶどうパズルを解いてみましょう。」</p> <p>(1)  (2) </p> <p>T「(2)の一番下の数を求めるときに、なぜ右上の数を求めるのでしょうか。」</p> <p>T「パズルを解くために、どこが分かればよいのでしょうか。」</p>	<p>○ルールの確認で、教員が解き方を説明する。</p> <p>○3分間で、自力解決させる。</p> <p>○できていない生徒がいないか机間指導する。</p> <p>○机間指導で、全員ができているか確認する。</p> <p>○上の2数が求められると一番下まで求められることを確認する。</p>
<p>展開</p>	<p>○課題の取組</p> <p>T「課題2のぶどうパズルを解いてみましょう。」</p> <p></p> <p>T「自力で解き方を考えましょう。」</p> <p><予想される考え方></p> <ul style="list-style-type: none"> ・左上から適当に数字を入れてみればいいのか？ ・足して16になる数は？ ・今まで数学で習ったことが使えないかな。 ・左上に文字を使ってみよう。 ・数の増え方に規則性はないだろうか。 <p>T「班で自分の考え方を発表しましょう。」</p> <p>T「それでは、クラス全体に発表してもらいます。発表を聞く人は、自分の考え方と同じ考え方・異なる考え方に注目して聞きましょう。」</p>	<p>○一番上の数を特定することに注目させる。</p> <p>数学的活動①</p> <p>課題2のパズルの解き方を、筋道立てて考える。</p> <p>○3分間で、自力解決させる。</p> <p>早く解き終わった人には、どこに着目したかをワークシートのメモ欄に書かせる。</p> <p>数学的活動②</p> <p>自分の考えを、班員に発表する。</p> <p>○3～4人の班をつくり、自分の考え方を発表させる。</p> <p>○他の人の発表のときは、作業をさせず、聞くことに集中させる。</p> <p>○班の代表が発表する。</p>

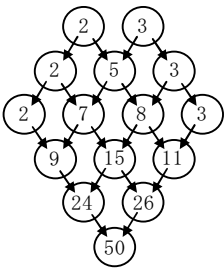
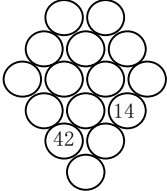
	<p>T「それぞれの解き方について感じたことを書いてみましょう。」</p> <p>T「それでは、発表してみましょう。」</p> <p><予想される考え方></p> <p>文字を使った解き方</p> <ul style="list-style-type: none"> ・等しい数量関係を見出し、方程式をつくり解くことで、パズルを解くことができる。 ・文字を使わないといけない。文字の計算が苦手。 <p>規則性を活用した解き方</p> <ul style="list-style-type: none"> ・早く解ける。 ・規則を見つけるのが難しい。 <p>適当にあてはめる解き方</p> <ul style="list-style-type: none"> ・時間がかかる。 ・誰でもできる。 	<p>◆問題に出てくる数の性質や関係をとらえ、根拠を明らかにし、説明することができる。【数学的な見方・考え方】</p> <p>○文字を使う解き方が出てこなかった場合は、求める数が分からないときにどうしていたかを考えさせる。</p> <p>○自分の考えと他の人の考えを比較させ、特徴をワークシートに記入させる。</p>
<p>ま と め</p>	<p>T「2つ解き方を選んで練習問題を解いてみましょう。」</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <p>T「今日の授業を通して、いろいろな人の解き方の説明を聞いて、どの解き方が一番よかったかを書きましょう。」</p>	<p>○他の人の意見を踏まえて、それぞれの解き方の良さを実感させる。</p> <p>数学的活動③</p> <p>他者の意見を受け、自分の考えをよりよいものにする。</p> <p>○授業の感想にならないよう指導する。</p> <p>○時間があれば、解く中で見つけた法則を発表させる。</p>

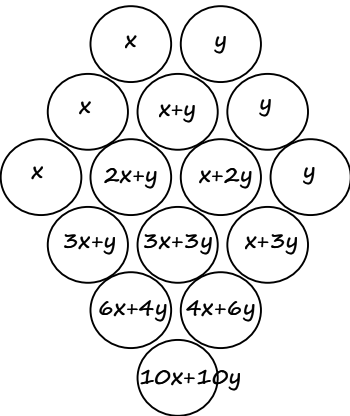
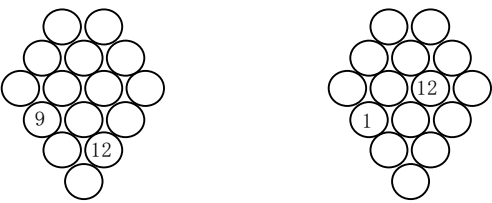
ウ 第2時

i) 本時のねらい

・問題を解決するために、数量の関係を捉え、連立方程式に表すことができるようにする。

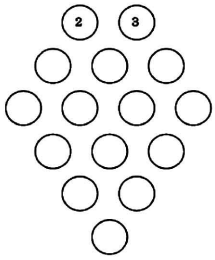

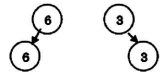
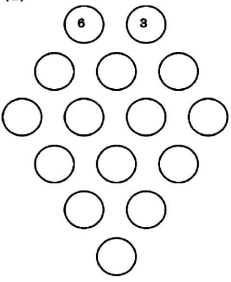
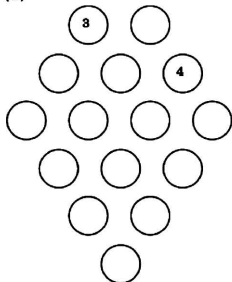
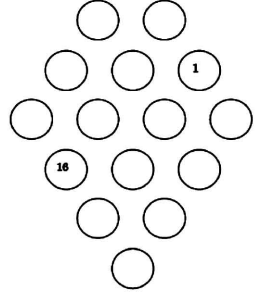
ii) 展開

	学習内容と学習活動	○指導上の留意点 ◆評価
導入	<p>前時の復習</p> <p>I ルールの確認</p>  <p>II 前時で発表した事を確認する。</p> <p>① 文字を使った解き方 ② 規則性を活用した解き方 ③ 適当にあてはめる解き方</p>	<p>○一番上のぶどうの数字が分かれば、必然と全ての数が分かることを視覚的に一番上のぶどうに矢印を付けて、ルールの確認をする。</p> <p>○上の二つのぶどうの数が分かれば、解くことができる事を確認する。</p> <p>○前時で発表したそれぞれの解き方の特徴を確認する。</p>
展開 ①	<p>T 「課題3のぶどうパズルを解いてみましょう。」</p>  <p>T 「まずは、自分で解き方を考えましょう。」</p> <p>T 「班で自分の考え方を発表しましょう。」</p> <p>T 「それでは、発表をしてもらいます。」 <予想される反応></p> <p><u>文字を使った解き方</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ・文字一つでは解けなかった。 ・文字を二つ置くことで、連立方程式をつくり、解くことができた。 	<p>数学的活動①</p> <p>課題3のパズルの解き方を、筋道立てて考える。</p> <p>○机間指導をしながら、できない生徒がいる場合は、どこのぶどうの数が分かればいいのかを考えさせる。</p> <p>数学的活動②</p> <p>自分の考えを、班員に発表させる。</p> <p>○早く解き終わった生徒には、自分が解いた方法を相手に伝えられるようにまとめさせる。</p> <p>○3～4人の班をつくり、自分の考えを発表させる。</p> <p>○他の人の発表のときは、作業をさせず、聞くことに集中させる。</p> <p>○文字を使って連立方程式で解くよさに気付かせる。</p>

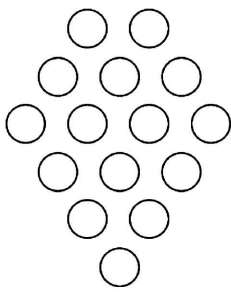
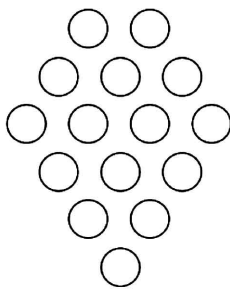
	<p>・文字を上の上の二つ以外のところにおいたため、解けなかった。</p> <p>規則性を活用した解き方</p> <p>・どの規則を活用していいか、分からなかった。</p> <p>・前時で出てきた規則を使うことができなかった。</p> <p>適当にあてはめる解き方</p> <p>・時間が足りない。</p>	
<p>展開 ②</p>	<p>T「一番上に x、y の入った文字ぶどうパズルを完成させましょう。」</p>  <p>T「この文字ぶどうパズルを使って、次の課題を解いてみましょう。」</p> 	<p>○文字を使って連立方程式で解くよさを実感させる。</p> <p>◆問題を解決するために、数量の関係をとらえ、連立方程式に表すことができる。【数学的な見方・考え方】</p> <p>○ゼロや負の数が出るような問題を解かせる。</p> <p>○時間があれば、解く中で見つけた法則を発表させる。</p> <p>○見つけた法則を、文字を使って表すことで説明できることを確認する。</p>
<p>まとめ</p>	<p>T「今日の授業を通して、他の人の考えを聞くことで、自分の考えがどのように変わったのかを書きましょう。」</p> <p>T「では、何人かに発表してもらいます。」</p>	<p>数学的活動③</p> <p>他者の意見を受け、自分の考えをよりよいものにする。</p> <p>○考えがどのように変容したのかを発表させることで、数学的な見方や考え方のよさをさらに意識させる。</p>

エ ワークシート

(第1時に使用したワークシート)

<p style="text-align: center;">2年 組 番 氏名 _____</p> <p>ワークシート1</p> <p>例題</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;"> <p>ルール① 上にある2つの数を足して下の丸にかきます。</p>  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <p>ルール② 上に2つ数がない場合は、その数をそのままかきます。</p>  </div> </div> <p>課題1</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(1)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>(2)</p>  </div> </div>	<p>ワークシート2</p> <p>課題2</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: right;">どのように解いたか分かるようにメモしておこう</p> <p style="margin-top: 20px;">☆ 他の人が考えた解き方についてどう思いますか。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 20%; padding: 5px;">自分の解き方</td> <td style="width: 80%;"></td> </tr> <tr> <td style="height: 30px;"></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="height: 30px;"></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="height: 30px;"></td> <td></td> </tr> </table>	自分の解き方							
自分の解き方									

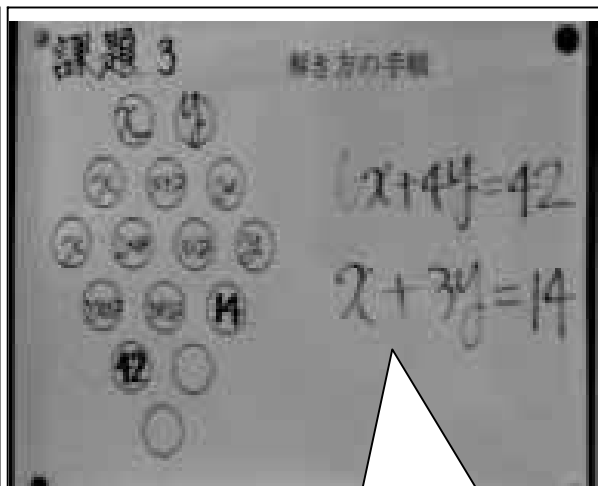
(第1時・第2時共通で使用したワークシート)

2年 組 番 氏名 _____
☆ いろいろな解き方で解いてみよう。
<div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px;"></div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>
☆ あなたはどの解き方を選びますか。その理由も書きましょう。
<div style="border: 1px solid black; width: 300px; height: 80px; margin: 0 auto;"></div>

オ 授業の様子



導入場面で、ぶどうパズルのルールを確認している場面。この後生徒にぶどうパズルを自力解決させるので、具体的な数を使って丁寧にルールを説明している。

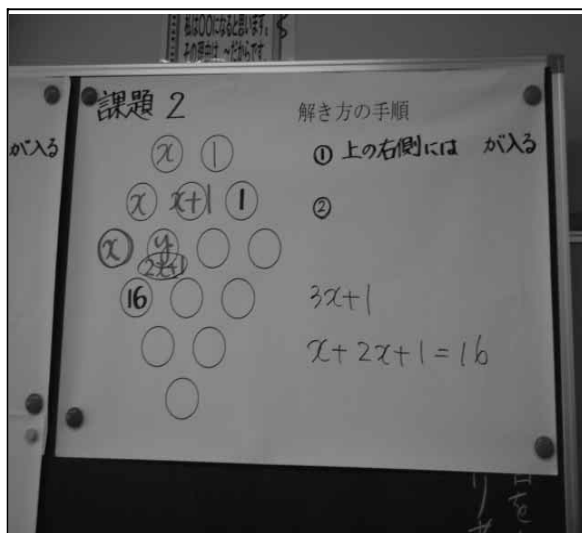
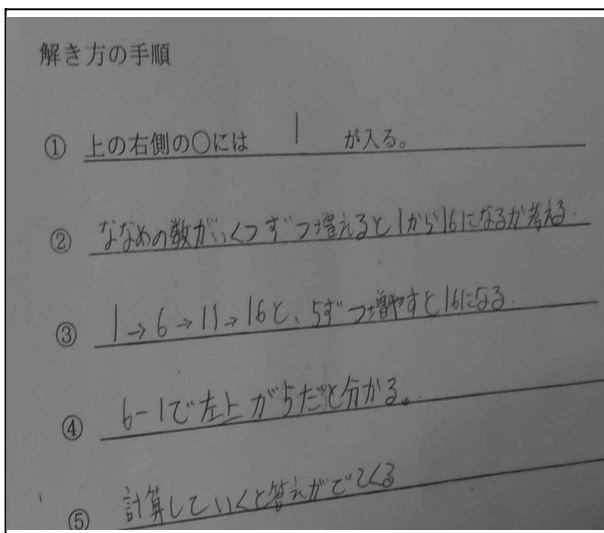


代表の生徒が課題3のぶどうパズルの解き方を説明する際につくった連立方程式である。ぶどうパズルの上にある二つの数を、 x , y として方程式をつくっている。

カ 考察

今回の検証授業では、ぶどうパズルを解決する場面を通して、方程式の有用性に気付かせ、方程式を用いてパズルを解決することができるようにするものである。

第1時の「課題2」を提示した段階では、下の左側の写真のように、ぶどうパズルの数の並び方から「 $1 \rightarrow ⑥ \rightarrow ⑪ \rightarrow 16$ と、5ずつ増やすと16になる」と規則性に気付いてぶどうパズルを解決する生徒の姿が見られた。その後、下の右側の写真のように、一番上の左側の数を x として方程式をつくって解決するという考え方を生徒が発表したところ、下の左側の写真のように手順を示した生徒は、「方程式を使えば、規則性に気付かなくても問題が解決できる」ことを知り、その後の練習問題において、方程式を用いて問題を解決する様子が見られた。



(2) 検証授業Ⅱ

ア 単元名 第2学年「一次関数」

イ 本時の目標 複数の条件から、ある条件に適した範囲を見いだすことができる。

ウ 展開

	学習活動	○指導上の留意点 ◆評価									
導入	T「1次関数を学んできて、伴って変わる二つの数量を表現するために用いた方法はどのようなものがありましたか。」 S「表、式、グラフ…」 T「そうですね。」	○生徒から出ない場合は、ヒントとして $y = ax + b$ の式を出す。									
展開	【時間(1ヶ月の通話時間)が書いてあるカードを配る】 T「この時間は何を示していると思いますか。」 S「勉強時間、読書の時間、ゲームの時間など…」 T「この時間は携帯電話での1か月の通話時間を示しています。みなさんに配った通話時間だけ話すとすると、料金はいくらになりますか。」 S「〇〇円。」「料金プランによって違う。」 T「では、今日はいくつかの料金プランを比較して、どのプランが一番安いかを考えてもらいます。」	○生徒によって異なる時間が書いてあるカードを配布する。 ○A・B(100分)、B・C(300分)両方のプランに適している生徒を事前に一人ずつ決めておく。 ○授業の目標を黒板に提示する。									
	<p>課題1</p> <p>この秋から携帯電話の料金プランが変わり、契約を見直さなくてはならなくなりました。そこで大手携帯会社に行き料金プランの説明を受け、自分はどのプランが一番適しているのかを考えました。できるだけ安くしたい。あなたならどのプランで契約しますか。</p>										
	T「では、各プランの料金体系も紹介します。」 【プランの説明】										
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Aプラン：基本料金2000円</td> <td style="padding: 2px;">無料通話なし</td> <td style="padding: 2px;">通話料金1分30円</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Bプラン：基本料金3500円</td> <td style="padding: 2px;">無料通話なし</td> <td style="padding: 2px;">通話料金1分15円</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Cプラン：基本料金7000円</td> <td style="padding: 2px;">無料通話200分</td> <td style="padding: 2px;">通話料金1分10円</td> </tr> </table>		Aプラン：基本料金2000円	無料通話なし	通話料金1分30円	Bプラン：基本料金3500円	無料通話なし	通話料金1分15円	Cプラン：基本料金7000円	無料通話200分	通話料金1分10円
Aプラン：基本料金2000円	無料通話なし	通話料金1分30円									
Bプラン：基本料金3500円	無料通話なし	通話料金1分15円									
Cプラン：基本料金7000円	無料通話200分	通話料金1分10円									
	T「先ほど配ったカードに書いてある時間だけ話したとき、どのプランが一番安いのかを考えてください。何人かの人に発表をしてもらいます。」 【ワークシート①を配る】 T「自分の通話時間に適したプランが決められた人はワークシートの裏の注意事項を参考にして人に説明することを前提に考えをまとめてください。」 S「どちらでもよい場合はどうするのですか。」 T「あなたならどうするか考えてプランを一つに絞っ	○プランの意味が分からない生徒のために、具体例として、通話時間が10分の場合を示し、説明する。 ○ワークシートの裏に書いてある発表の注意事項を学級全体で確認する。									

てください。」

T「それでは発表してもらいます。」

S「私の通話時間に適したプランは○プランです。なぜなら…」

(例)

私は1か月90分話します。

私の通話時間に適したプランはAです。

理由は、

この通話時間でそれぞれのプランに当てはめて考えると、

Aプランは4700円

Bプランは4850円

Cプランは7000円

になります。この中で一番安いのはAプランなので、私の通話時間に適したプランはAプランだと考えます。

T「ありがとうございます。通話時間によって一番安いプランが変わるようですね。」

T「それでは、今選んだプランが最も安い通話時間の範囲を考えてもらいます。」

○どのような考えでプランを決めたのか紹介できるようにする。

○ここでボーダー（100または300）の生徒は指名しない。通話時間が90分、310分、290分の順に発表させる。

○発表する際は、具体的に計算した結果も入れて説明する。

数学的活動①

3つのプランの中で、自分が選んだプランが最も安い通話時間の範囲を、筋道立てて考える。

課題2

それぞれのプランが最も安い通話時間の範囲を探そう。

【ワークシート②を配る】

T「自分の選んだグループごとに分かれて、自分の意見を発表し合ってください。」

○机間指導において、表・式・グラフなど数学的な表現を必要に応じて、用いるように助言する。

★予想される生徒の反応例

(カードが90分で、Aプランを選んだ場合)

①表をかいて考える。

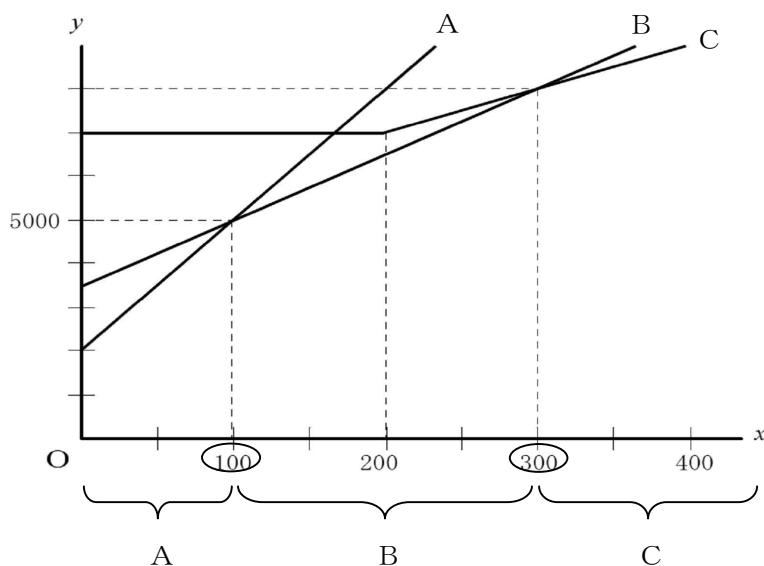
Aプランに適した人は、通話時間が100分以下の人です。これを私は表を使って考えました。(適当な数を見付けた)

通話時間(分)	0	10	…	90	100	110	…
Aプラン(円)	2000	2300	…	4700	5000	5300	…
Bプラン(円)	3500	3650	…	4850	5000	5150	…
Cプラン(円)	7000	7000	…	7000	7000	7000	…

100分を超えるとBの方が安くなるので、通話時間が100分未満のとき、通話料金が最も安いです。

② グラフをつくって考える。

Aプランに適した人は、通話時間が100分以下の人です。これを私は、次のようなグラフをつくって考えました。



Aのグラフが一番下にあるのは、100分未満の範囲なので、通話時間が100分未満のとき、通話料金が最も安いです。

③ 計算をして考える。

通話時間が90分のとき

Aプラン $90 \times 30 + 2000 = 4700$

Bプラン $90 \times 15 + 3500 = 4850$

Cプラン 7000 (無料通話分)

通話時間が短いときはAが一番安くなるので、90分以下は全てAが一番安い。そこで、100分のときを考える。

通話時間が100分のとき

Aプラン $100 \times 30 + 2000 = 5000$

Bプラン $100 \times 15 + 3500 = 5000$

Cプラン 7000 (無料通話分)

よって、通話時間が100分未満のとき、通話料金が最も安いです。

T 「それでは、各プランの中で代表の人に意見を発表してもらいます。」

(カードが90分で、Aプランを選んだ場合)

S (①表をかいて考えた生徒)

「Aプランに適した人は、通話時間が100分以下の人です。これを私は表を使って考えました。100分を超えるとBの方が安くなるので、通話時間が100分未満のとき、通話料金が最も安いです。」

数学的活動②

自分の考えを、班員に発表させる。

○話合いの様子を見ながら必要に応じて助言する。

○発表を聞く生徒に対して、自分の意見との違いを意識させ聞かせる。

○必要に応じてプリントに書いてある内容を実物投影機などを利

	<p>S (②グラフをつくって考えた生徒)</p> <p>「Aプランに適した人は、通話時間が100分以下の人です。これを私は、次のようなグラフをつくって考えました。Aのグラフが一番下にあるのは、100分未満の範囲なので、通話時間が100分未満のとき、通話料金が最も安いです。」</p> <p>S (③計算をして考えた生徒)</p> <p>「通話時間が90分のときは、Aプラン4700円、Bプラン4850円、Cプラン7000円です。通話時間が短いときはAが一番安くなるので、90分以下はすべてAが一番安いです。そこで、100分のときを考えると、Aプラン5000円、Bプラン5000円、Cプラン7000円でした。よって、通話時間が100分未満のとき、通話料金が最も安いです。」</p>	<p>用して全体に示す。</p> <p>◆他者の考えを聞いて、ある条件に適した範囲を見いだすことができたか。【数学的な見方や考え方】(授業が進む中で、考えが深まったり、広がったりした後のものを評価する。)</p>
<p>ま と め</p>	<p>T「今回の授業で、他の人の意見を聞いて、自分のはじめの考えと変わった点はどこですか。また、他の人の意見を聞いて気が付いたことも書いてください。」</p> <p>予想される生徒の反応</p> <ul style="list-style-type: none"> ・他の人の意見を聞くと、グラフや式から求めていて、自分とは違う方法があって驚いた。 ・何かを比べる時には、数字だけではなくて目で見えた方が分かりやすい。グラフや表は、変化をみるときに、とても便利。 <p>T「今日の授業で気付いたことや、自分の考えがどのように代わって言ったのかを発表してください。」</p>	<p>数学的活動③</p> <p>他者の意見を受け、自分の考えをよりよいものにする。</p> <p>○ワークシート②の裏の振り返りシートに記入させる。</p> <p>○考えがどのように変容したのかを発表させることで、数学的な見方や考え方のよさを更に意識させる。</p>

エ ワークシート
(ワークシート①)

ワークシート①

Aプラン：基本料金2000円	無料通話なし	通話料金1分30円
Bプラン：基本料金3500円	無料通話なし	通話料金1分15円
Cプラン：基本料金7000円	無料通話200分	通話料金1分10円

私は1ヶ月_____分話します。

私の通話時間に適したプランは_____プランです。

理由は

よって、_____プランを選びます。

メモ

2年__組__番 _____

(ワークシート②の1ページ)

ワークシート②

課題2

各プランの適した通話時間を探そう

Aプラン：基本料金2000円	無料通話なし	通話料金1分30円
Bプラン：基本料金3500円	無料通話なし	通話料金1分15円
Cプラン：基本料金7000円	無料通話200分	通話料金1分10円

_____プランに適した人は、

通話時間が_____である人です。

【自分の考え】

(理由)

【計算スペース】

(ワークシート②の2ページ)

2年__組__番 _____

表

A									
B									
C									

座標平面

(ワークシート②の3ページ)

Aグループ 代表者_____

- ・共通点
- ・違い
- ・良かった点

Bグループ 代表者_____

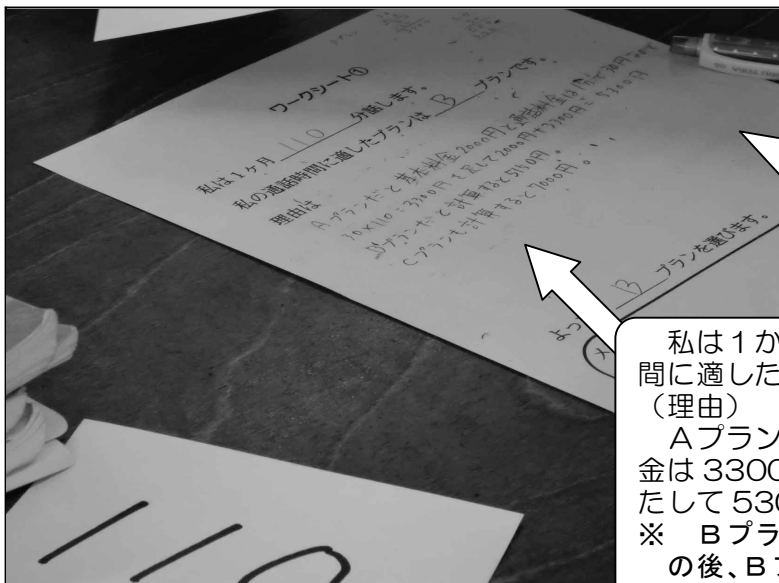
- ・共通点
- ・違い
- ・良かった点

Cグループ 代表者_____

- ・共通点
- ・違い
- ・良かった点

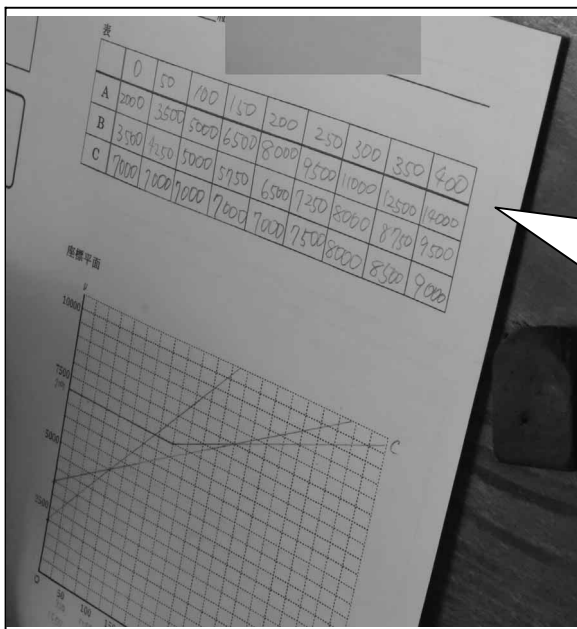
★ 他の方の考えを聞いて気付いたことや良かったことを書いてみよう。

オ 授業の様子



配布されたカードに書いてある数（この場合は110）を通話料金として、自分の通話料金に適したプランとその理由を答えている。

私は1か月110分話します。私の通話時間に適したプランはBプランです。
 (理由)
 Aプランだと基本料金 2000 円、通話料金は 3300 円なので、 $30 \times 110 = 3300$ をたして 5300 円。Cプランは、7000 円。
 ※ Bプランの料金が書いていないので、この後、Bプランの料金を計算するよう机間指導を行った。



三つのプランの中で、自分が選んだプランが最も安い通話時間の範囲を考えている。
 この生徒は、50分ごとにAプラン・Bプラン・Cプランの通話料金を記した表を作り、表を基にしてグラフをかいている。



代表の生徒が自分の考えを発表している場面。この生徒は、Aプラン・Bプラン・Cプランの三つのプランのグラフをかいて、区間によってどのプランが一番安いかを発表している。

カ 考察

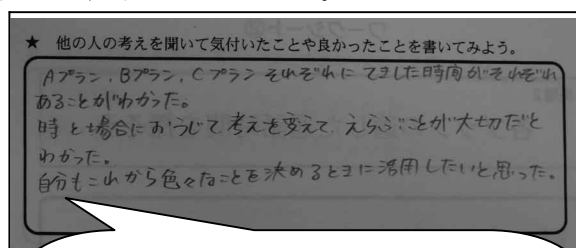
今回の検証授業では、携帯電話の通話料金に関する三つのプランのうち、ある通話時間において通話料金が一番安いプランを、根拠に基づいて選択することができるようにするものである。通話料金が一番安いプランを選択する際に割り振られたプランを選択するに当たって、表、式、グラフなど様々な方法で説明していた。

下の写真には、授業の終末において、他の人の考えを聞いて気付いたことやよかったことを記した生徒の記録である。

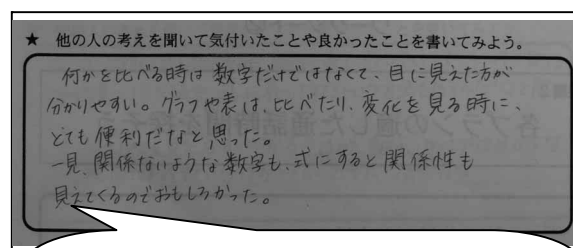
左側の写真にある記録を記した生徒は、他の生徒の考えを聞いて、プランによって三つのプランの中から一番安い通話時間があることに気付いていると考えられる。しかし、他の考えを知った上で、自分の考えを比較している様子を見ることはできない。この生徒に対しては、授業後に、他の生徒の考えから具体的にどのようなことに気付いたのかを聞き、他者の考えとの比較を行わせた。

右側の写真にある記録を記した生徒は、グラフで説明した生徒の考えを知り、「グラフや表で表現することで、複数のプランを比較しやすくなったり、個々のプランの変化が分かりやすくなったりする」という、グラフや表を用いることよさに気付いていたと考えられる。

生徒に考えを発表させるだけでなく、他者の考えを意識させることで、生徒は自分の考えを見つめ直すことができた。



Aプラン、Bプラン、Cプランそれぞれにきてきた時間がそれぞれあることがわかった。時と場合に応じて考えを変えて選ぶことが大切だとわかった。



何かを比べる時は数字だけではなくて、目に見えた方が分かりやすい。グラフや表は、比べたり変化を見るときに、とても便利だと思った。

(3) 検証授業から

今回の検証授業では、言語活動を通じた生徒の数学的な見方や考え方を育む指導として、次の二つの工夫が挙げられる。

一つは、課題の工夫である。提示した課題場面は、生徒が解決したいと思うような身の回りにあるものであるとともに、様々な習熟の程度の生徒であっても把握しやすいような課題場面とした。例えば、検証授業Ⅰでは、ぶどうパズルのルールを導入時に生徒に確認させた。このことで、生徒は意欲的に課題に取り組むことができた。さらに、多様な課題解決の方法がある課題を取り上げたことで、生徒は複数の考えからよりよい考えを選択することができた。

二つは、発問の工夫である。生徒に考えさせた課題解決の方法を共有し、自分の考えと他者の考えを比較・検討させたことで、多くの生徒が他者の考えのよさに気づき、自分の考えを見直すことができた。

Ⅶ 研究の成果・今後の課題

本研究は、数学的に説明し伝え合う活動を「①根拠をもって、筋道を立てて考えさせる」、「②考えたことを発表し合わせる」、「③説明したことを、よりよい考えにさせる」の順序で行うことで、数学的な見方や考え方をどのようにして育むのかを明らかにするものであった。生徒の数学的な見方や考え方の育成をねらいとし、調査研究及び実践研究を行ったことにより、次の成果を得るとともに、課題が明らかになった。

1 研究の成果

(1) 「数学的に説明し伝え合う活動」を効果的なものとする授業展開の開発

数学的に説明し伝え合う活動を行う際の順序を明確に示したことで、生徒が考えを発表し放しにするのではなく、生徒同士が学級全体で出された考えを共有し合うことができ、個々の生徒の考えを高めさせることができた。

(2) 生徒が自分の考えを説明することができるようにするための指導の工夫

生徒が自分の考えを説明することができるようにするために、実践研究において「習熟の程度が遅い生徒であっても取り組めるような課題の工夫」や「個々の生徒の考えを発表し合い、他者の考えとの比較・検討をさせる場面設定」を行ったことで、多くの生徒は自分の考えをよりよい考えへと発展させることができた。また、十分に自分の考えを発展させることができない生徒に対する指導の在り方を明確にすることができた。

2 今後の課題

(1) 全ての単元における数学的に説明し伝え合う活動の充実

中学校において重視する数学的活動のうち、「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」を充実することで、生徒は自分の考えを整理し、他者の考えと比較できるようになり、更により数学的な考えを発見できることにつながる。今後は、今回の実践研究において授業を行った「連立方程式」及び「一次関数」以外の単元において、数学的に説明し伝え合う活動の指導事例を作成するとともに、このような活動を積極的に取り入れ、生徒の思考力・判断力・表現力を育成することが求められる。

(2) 数学的活動「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」、「イ 数学を利用する活動」を通して生徒の数学的な見方や考え方を育む指導の在り方の追究

学習指導要領 中学校数学には、数学的活動として、「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」以外にも「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」、「イ 数学を利用する活動」といった活動が示されている。これらの活動において、主に習得した知識・技能を活用して、思考力・判断力・表現力を育成する指導の在り方を追究することで、生徒の数学的な見方や考え方をより一層育むことができると考える。

平成25年度 教育研究員名簿

中 学 校 ・ 数 学

地 区	学 校 名	職 名	氏 名
千代田区	九段中等教育学校	教諭	大谷 明輝
杉並区	西宮中学校	主幹教諭	押野 直人
荒川区	第五中学校	主任教諭	◎原田 正伸
江戸川区	松江第五中学校	主任教諭	吉新 政弘
武蔵野市	第三中学校	教諭	大瀧 甲栄
府中市	府中第三中学校	教諭	延本 直子
調布市	第五中学校	教諭	永井 伸佳
武蔵村山市	第一中学校	教諭	櫻井 高幸
多摩市	落合中学校	教諭	川村 直也
大島町	第三中学校	教諭	小林 由実

◎ 世話人

[担当] 教育庁指導部義務教育特別支援教育指導課指導主事 齋藤 圭祐

平成25年度
教育研究員研究報告書

中学校・数学

東京都教育委員会印刷物登録

〔平成25年度第193号〕

平成26年 3月

編集・発行 東京都教育庁指導部指導企画課
所在地 東京都新宿区西新宿二丁目8番1号
電話番号 (03) 5320-6836
印刷会社 昭和商事株式会社