

中 学 校

平成 2 6 年度

教育研究員研究報告書

数 学

東京都教育委員会

目 次

I	研究主題設定の理由	1
II	研究構造図	2
III	研究の視点	3
IV	研究の仮説	4
V	研究の方法	4
VI	研究の内容	
1	基礎研究	5
2	実践研究	
(1)	検証授業 I	8
(2)	検証授業 II	16
(3)	検証授業から	23
VI	研究の成果・今後の課題	24

研究主題

生徒の数学的な見方や考え方を育む指導の実際 ～数学的に説明し伝え合う活動を通して～

I 研究主題設定の理由

現行の学習指導要領には、「基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくむとともに、主体的に学習に取り組む態度を養い、個性を生かす教育の充実に努めなければならない。」とあるように、各観点をバランスよく指導し、知識・技能の指導に偏らないようにすることの重要性がうたわれている。また、「生徒の発達の段階を考慮して、生徒の言語活動を充実する」とあることから、言語活動を通して、生徒に確かな力を身に付けさせることが大切である。

中学校数学科の目標には、「数学的活動を通して、数量や図形に関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」とある。具体的には、数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けさせ、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めさせることである。ここで言う数学的な思考力・表現力とは、言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて事象を論理的に考察する力のことであり、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものであることは、平成20年1月の中央教育審議会答申における小学校算数科、中・高等学校数学科の改善の基本方針に示されている。よって、根拠を明らかにして筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する必要がある。

平成26年度「全国学力・学習状況調査」（学校質問紙調査）において、「学級やグループで話し合う活動を授業などで行ったか」という質問項目に対して、「よく行った」または「どちらかといえば、行った」のように肯定的な回答をした東京都の公立中学校の割合は82.4%であった。一方、同調査（生徒質問紙調査）において、「生徒との間で話し合う活動を通じて、自分の考えを深めたり、広げたりすることができているか」という質問項目に対して、「当てはまる」または「どちらかといえば、当てはまる」のように肯定的な回答をした東京都の公立中学校の生徒の割合は61.0%であった。このことから、授業において話し合う活動を行っているが、生徒が自分の考えを深めたり広げたりするまでには至っていないという実態が明らかとなった。

話し合う活動は、話し合うことが目的ではなく、話し合うことを通して生徒が自分の考えを見直し、よりよい考えへと発展させることである。したがって、まずは生徒に自分なりの考えを構築させ、他者の考えを知り、自分の考えと他者の考えの共通点や相違点を見いだすことで、数学的な見方や考え方を育むことが重要である。このことから、中学校数学科における数学的活動の一つである「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」のより一層の充実は不可欠である。

以上のことから本部会では、研究主題を「生徒が筋道立てて考え、数学的に表現し合い、考えを発展させる指導」と設定し、「生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定」、「数学的に表現し合うための指導の工夫」、「伝え合った考えを発展させるための指導の工夫」の3点を重視した指導の実際について研究を行っていく。

II 研究構造図

【東京都教育研究員共通テーマ】

学習指導要領に対応した授業の在り方について

【学習指導要領のポイント】

- 思考・判断したことを表現させる指導の充実
- 数学的活動の充実
- 領域「資料の活用」の新設
- 授業時間数の増加
- 学び直しの機会

【説明し伝え合う活動の充実に関する現状及び課題】

- 話し合う活動に関する教師と生徒の意識のずれ
数学の授業において、「話し合う活動を行っているかどうか」という質問の回答状況について、生徒と教師の意識に差が見られる。教師は言語活動を行っていると感じていても、生徒はそのように捉えていないことがあることから、言語活動を通して、どのようにして数学的な見方や考え方を育むのかを明確にした授業を展開する必要がある。
- 話し合う活動の実施状況について
数学の授業において、話し合いをしたり、考えを深めさせたりする場面や考えを発表する場面は設定しているが、自分の考えと他者の考えを比較して、考えをよりよいものへと発展させる活動は十分とはいえない。数学的な見方や考え方をより高めるためにも、発表させるだけでなく、自分の考えを見直す機会を設定する必要がある。

【研究の仮説】

数学的活動「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」において、「生徒が自分の考えをもてるような場面の設定」、「数学的に表現し合うための指導の工夫」、「伝え合った考えを発展させるための指導の工夫」を明確にすることで、生徒を話し合いに参加させることができると考えた。また、伝え合わせることを通して、自分の考えと他者の考えを比較・検討させ、数学的な見方や考え方を育むことができるようになると思った。

【中学校数学部会 研究主題】

生徒の数学的な見方や考え方を育む指導の実際 ～数学的に説明し伝え合う活動を通して～

数学的な見方や考え方を育む指導を充実させることを目的として、「生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定」、「数学的に表現し合うための指導の工夫」、「伝え合った考えを発展させるための指導の工夫」を取り入れた学習指導案を作成し、授業実践を行うことで、効果の検証を行う。

Ⅲ 研究の視点

本研究は、生徒が問題を解決する際に、筋道立てて考えられるようにし、数学的な表現を用いて互いに考えを伝え合うことで、自分の考えと他者との考えの共通点・相違点等を見いださせることで、自分の考えをよりよいものへと発展させる指導の在り方を提案するためのものである。

1 数学的活動を通した「伝え合う活動」

現行の学習指導要領には、数学的活動として、次の3つの活動が示されている。

- ア 数や図形の性質などを見いだす活動
- イ 数学を利用する活動
- ウ 数学的に説明し伝え合う活動

ここでいう「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」では、互いに自分の思いや考えを伝え合うことによって、伝え合いを行っている集団全体でそれらの思いや考えを共有したり質的に高めたりすることを目指しており、自分の考えを伝え振り返ることによって、よりよい考えへと高めさせることが大切である。

以上のことを、第2学年「数と式」の単元における文字を用いた説明を例に説明する。

(課題) 連続する3つの整数の和は3の倍数であることを説明しなさい。

(生徒の反応)



Aさん

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$5 + 6 + 7 = 18$$

だから、連続する3つの整数の和は3の倍数になる。



Bくん

連続する3つの整数を、 $n, n + 1, n + 2$ (n は整数) とすると、それらの和は

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3$$

$$= 3(n + 1)$$

$n + 1$ は整数なので、 $3(n + 1)$ は3の倍数である。



Cさん

連続する3つの整数を、 $n - 1, n, n + 1$ (n は整数) とすると、それらの和は

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$$

n は整数なので、 $3(n + 1)$ は3の倍数である。





Aさん

Bくんの発表を聞いて、文字を使って説明することで、全ての整数の場合についてまとめて説明できることが分かったわ。



Bくん

Cさんの発表を聞いて、真ん中の数を n とすることで、より簡単な文字式になることが分かったよ。

2 本研究で目指す「伝え合う活動」

上記1で述べた趣旨から、本研究では、「伝え合う活動」を具体的に次のように行っていくこととする。

(1) 生徒が自分の考えをもてるような課題の設定

生徒に自分の考えを表現させるためには、まず個々の生徒が自分の考えを持てるようにしなければならない。そこで、答えや結論を問うだけの課題ではなく、考えを説明させるような課題を設定する必要がある。

また、発表の際に生徒が他者の表現と比較・検討ができるようにするためには、多様な考えや多様な表現方法で説明することができるような課題とする必要がある。

(2) 数学的に表現し合うための指導の工夫

自分の考えを表現させる際には、聞き手にとって「理解しやすい表現になっているか」や「これまで学習した内容を使って表現することができているか」などを考えながら他者に伝えるための準備を行うため、また、他者の発表を聞く際には、授業者が「発表を聞く際には、よいと思う内容や、自分の考えとの共通点・相違点を考えながら聞きましょう」のように、意図的に聞く際のポイントを与えることで、能動的に発表を聞かせるようにする。

(3) 伝え合った考えを発展させるための指導の工夫

発表が終わり、生徒が自分の考えを伝え合った後に、他者からの意見や解決をもとに、自分の考えを振り返らせることで、生徒の考えが深められ、相互に関わりあいながら学習を充実させることにつなげることができる。

IV 研究の仮説

本研究において、数学的活動「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」において意識する3点を明確にすることで、生徒は話し合いに参加できるようになり、伝え合うことを通して、自分の考えと他者の考えを比較・検討し、数学的な見方や考え方を育むことができるようになると考えた。

具体的には、次の3つの手立てを講じることで、数学的な見方や考え方を育てていく。

- ① 生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定
- ② 数学的に表現し合うための指導の工夫
- ③ 伝え合った考えを発展させるための指導の工夫

V 研究の方法

本研究は、大きく分けて「調査研究」と「実践研究」の2つにより構成されている。

1 基礎研究

基礎研究では、数学的に説明し伝え合う活動について、平成26年度「全国学力・学習状況調査」の結果を分析し、に関する教員の実態を明らかにするために、都内中学校に勤務する数学科の教員142名を対象に、調査を実施した。

2 実践研究

実践研究では、「II 研究の視点」で示した3点を意識した学習指導案を作成する。学習指導案には、数学的な見方や考え方を育むための言語活動として、生徒に筋道立てて考えさせ、表現し合わせ、考えをよりよいものにさせる場面を設定する。したがって、学習指導案にはこれら3つの点が明確になるよう、該当の活動の部分に「題材の工夫」「ワークシートの工夫」「個

に応じた支援の工夫」と示すこととする。また、授業後には生徒の記述から、数学的な見方や考え方がどのように高まったのかを比較することで、本研究の検証を行うこととした。

また、作成した学習指導案に基づき検証授業を行い、その後の協議会において課題を明らかにし、学習指導案を改訂した。

VI 研究の内容

1 基礎研究

基礎研究として、平成 26 年度「全国学力・学習状況調査」における生徒質問紙調査及び学校質問紙調査の結果を分析し、研究の方向性を明確にする。

- (1) 調査対象 (学校質問紙調査) 都内公立中学校 74,340 名
(生徒質問紙調査) 都内公立中学校第 3 学年生徒 142 名
- (2) 調査時期 平成 26 年 4 月 22 日 (火)
- (3) 調査のねらい

本調査を通して、次の 3 点を明らかにし、研究の方向性を明確にする。

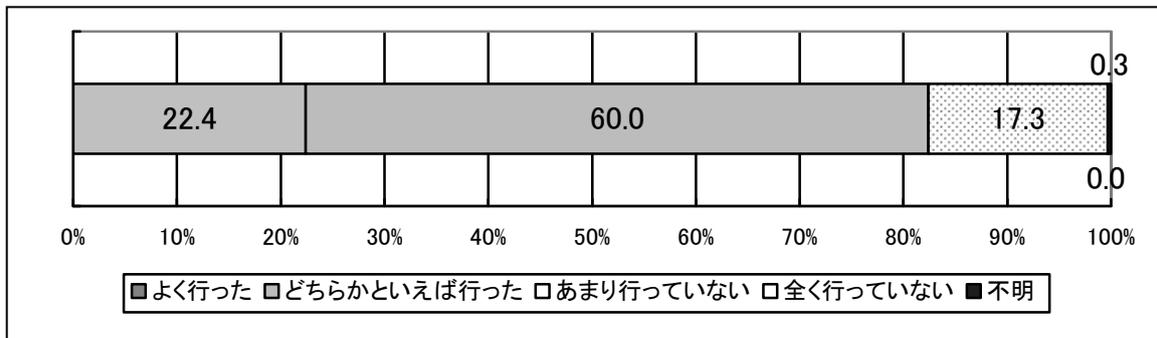
- ・言語活動を通して数学的な見方や考え方を育むことに関する教員の意識
- ・数学的に説明し伝え合う活動の実施状況
- ・言語活動を取り入れる際に教員が感じている効果や課題

- (4) 調査内容及び調査結果 (グラフの単位は、全て「%」である)

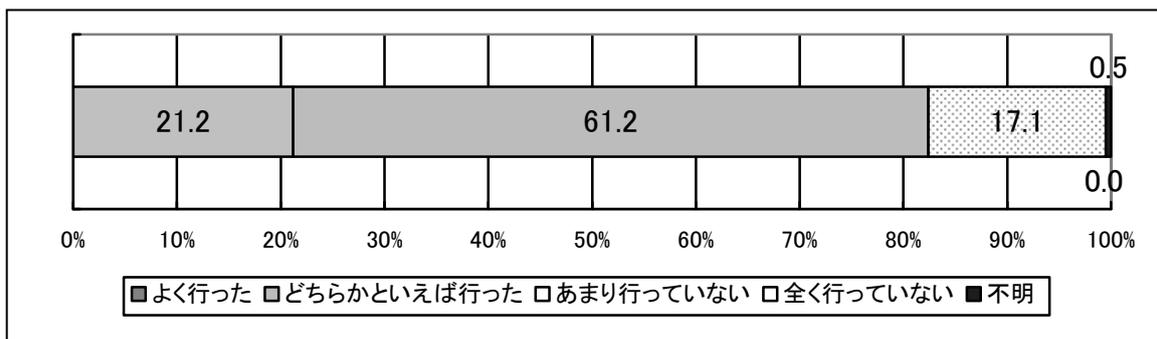
ア 授業における話し合う活動の実施状況 (学校質問紙調査)

- 調査対象である第 3 学年の生徒に対する指導に関して、前年度までに次のことをどの程度行いましたか。

- i) 学級やグループで話し合う活動を授業などで行っている。



- ii) 生徒に対して、資料を使って発表ができるよう指導している。



【考察】

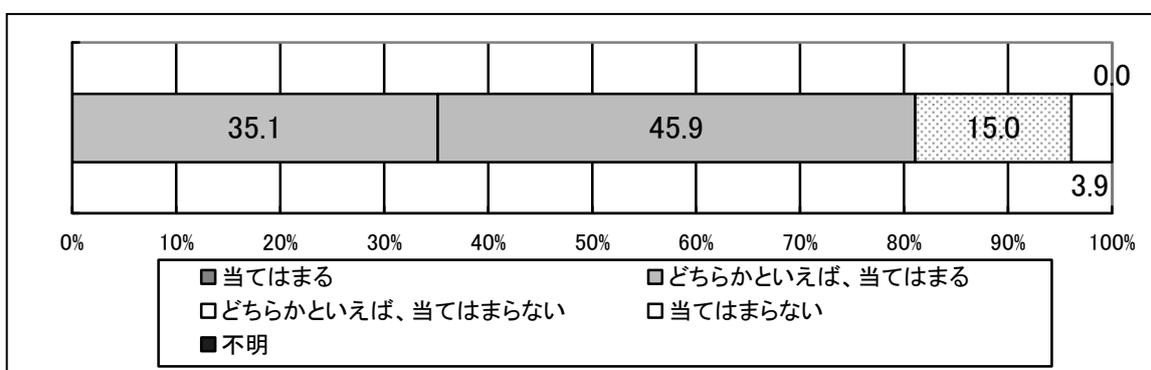
「i) 学級やグループで話し合う活動を授業などでやっているか。」、「ii) 生徒に対して、資料を使って発表ができるよう指導している。」のいずれについても、8割以上の学校において「行った」または「どちらかといえば行った」と肯定的な回答をしていることが明らかとなった。また、回答が不明であった学校以外の全ての都内全ての公立中学校において、授業で学級やグループで話し合う活動を行ったり、生徒に対して、資料を使って発表ができるよう指導していたりしていることが明らかとなった。

イ 自分の考えを発表したり話し合い活動を行ったりした授業に関する生徒の意識

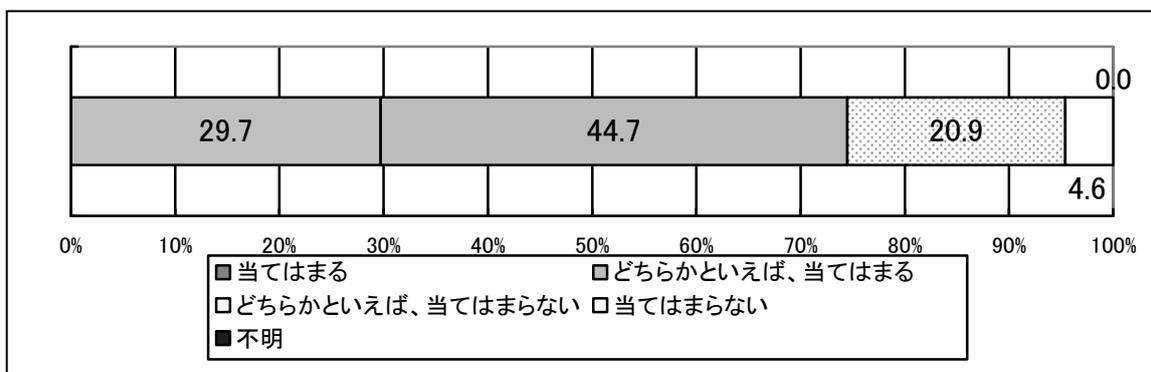
(生徒質問紙調査)

○ あなたが1、2年生のときに受けた授業について、当てはまるものを1つずつ選んでください。

i) 授業では、自分の考えを発表する機会が与えられていたと思う。



ii) 授業では、生徒の間で話し合う活動をよく行っていたと思う。



【考察】

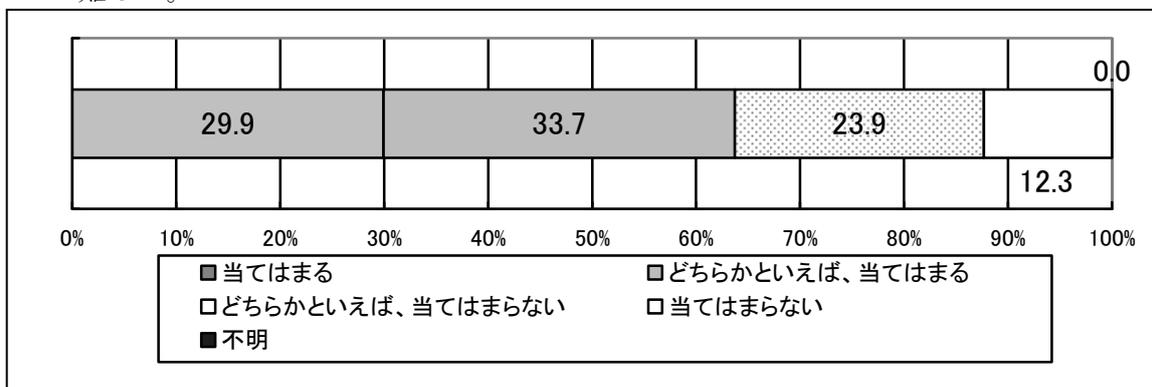
「i) 授業では、自分の考えを発表する機会が与えられていたと思う。」については、学校の意識と同様に、8割以上の生徒が自分の考えを発表する機会が与えられているという意識があることが明らかとなった。一方で、「ii) 授業では、生徒の間で話し合う活動をよく行っていたと思う。」については、話し合う活動を行っているという生徒の意識は、学校質問紙調査と比較してやや低くなっていることが明らかとなった。

ウ 自分の考えを发表或し話し合い活動を行ったりした授業に関する生徒の意識

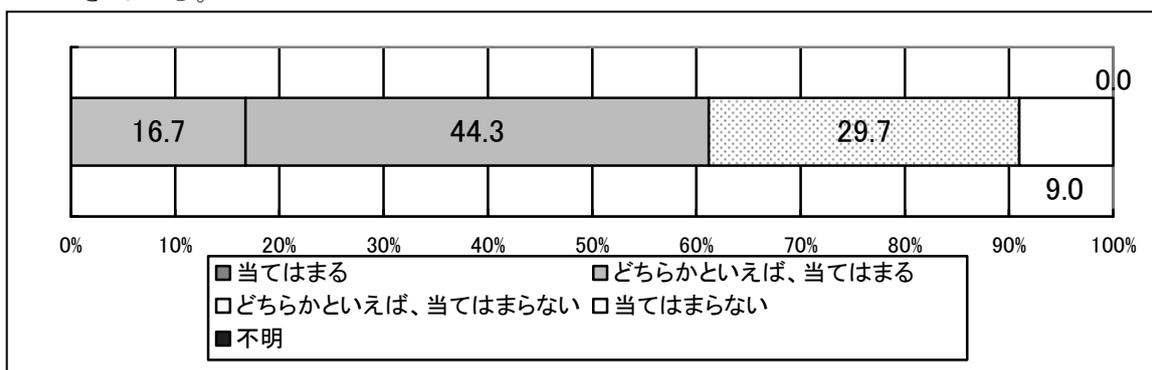
(生徒質問紙調査)

○ あなたが1、2年生のときに受けた授業について、当てはまるものを1つずつ選んでください。

i) 学校の授業などで、自分の考えを他の人に説明したり、文章に書いたりすることは難しい。



ii) 生徒の間で話し合う活動を通じて、自分の考えを深めたり、広げたりすることができている。



【考察】

「i) 学校の授業などで、自分の考えを他の人に説明したり、文章に書いたりすることは難しい。」及び「ii) 生徒の間で話し合う活動を通じて、自分の考えを深めたり、広げたりすることができている。」について、「当てはまる」または「どちらかといえば当てはまる」と回答した生徒が6割以上いることが明らかとなった。

このことから、自分の考えを発表する機会が多く設定され、話し合う活動は行われているものの、生徒は自分の考えを他の人に説明したり文章に書いたりすることが難しいと考えている生徒が多いといえる。また、自分の考えをよりよいものへとすることは十分行われているとはいえないといえる。

話し合う活動は、話し合うことが目的なのではなく、話し合うことを通じて生徒が自分の考えを見直し、よりよい考えへと発展させることを、これまで以上に強く意識した指導が必要であると考えられる。したがって、まずは生徒に自分なりの考えを構築させ、他者の考えを知り、自分の考えと他者の考えの共通点や相違点を見いだすことで、数学的な見方や考え方を育む指導の充実を図る必要があるといえる。

2 実践研究

調査研究によって、多くの学校で話し合う活動を行い、授業において自分の考えを発表する場面を設定していることが明らかとなった。また、生徒に解決の方法を考えさせる場面は多く設定しているが、自分の考えと他者の考えを比較して自分の考えをよりよいものとするにまでは十分至っていないことも明らかとなった。

そこで「① 生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定」「② 数学的に表現し合うための指導の工夫」「③ 伝え合った考えを発展させるための指導の工夫」の手立てを講じた授業を行うこととした。

① 生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定

生徒同士で考えを深められるようにするために、多様な考え方や表現の仕方ができる課題を設定する。また、ワークシートやノートに自分の考えが書きやすいよう、思考の過程と結論を分けて記述できるよう工夫する。

② 数学的に表現し合うための指導の工夫

生徒が考えたり表現したりしたことを学級全体で共有することができるようにするために、机間指導の際に生徒が記入したワークシートから生徒の状況を把握し、学級全体で共有すべき考えについて、対象の生徒に発表させるようにする。

③ 伝え合った考えを発展させるための指導の工夫

生徒が考えを発表する前に、発表の際の留意点を伝える。発表する生徒に対しては、筋道立てて説明することと、できるだけこれまでに数学の時間で学習した内容を盛り込むようにさせる。また、発表を聞く生徒に対しては、自分の考えとの共通点や相違点を意識させ、発表している生徒の考えと自分の考えを比較させるようにする。

(1) 検証授業 I

ア 単元名 第1学年「文字と式」

イ 本題材を選んだ理由

本題材のよさは、生徒が多様な考え方を出しやすく、様々な考えのよさを比較・検討することができるところにある。本題材はすでに多くの授業で扱われているものではあるが、第3学年であっても、 $n^2 - (n-2)^2$ という考えができるなど、今後の学習の発展性を考えた場合にも、非常に意義深いものであると考える。

本時では、生徒が数学的な表現を用いて、自分の考えを記述させる機会を設定した。

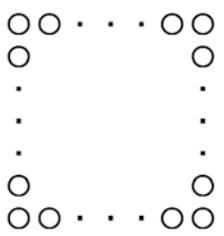
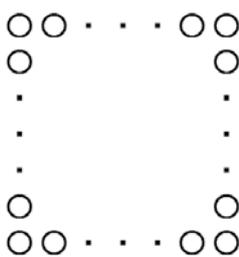
小グループや全体の場での話し合いの際に、説明する側の生徒には自分の考えを図、式や言葉など数学的な表現を用いて、相手に分かりやすく説明できる力を付けさせたい。聞く側の生徒には、自分の考えとの違いを比べさせたり、図と式を対応させて説明しているかを判断させたりしながら聞かせる。小グループで意見交換をし、互いの考えを練り合っていく、自分の考えを整理させていく。

ウ 展開

i) 本時のねらい

正方形の形に並んだマグネットの個数の求め方について、図や式を使いながら筋道立てて説明することができる。

ii) 展開

	学習内容と学習活動	○指導上の留意点 ◆評価
導入	<p>● マグネットで正方形の形に並んだマグネットの個数について考えるという場면을提示し、導入として次の問題に取り組みさせる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>問題1 図のように1辺にマグネット9個を並べて、正方形をつくります。マグネットは全部で何個必要ですか。</p>  </div> <p>● 個人で考え、ワークシートに考え方(式)と答えを記入する。 (予想される生徒の反応)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 図に示されたマグネットの個数を数えて、32個と求める。 ・ 1辺に9個あるので、$9 \times 4 = 36$ 重なっている4個をひいて、$36 - 4 = 32$ より、32個 	<p>○ 問題を把握しやすくするために模造紙に書いて黒板に貼る。</p> <p>○ 問題は模造紙に書いて2種類作成する。</p> <p>○ ワークシートには求め方を書く欄を作る。ただし、この段階では数えて解いてもよいものとする。</p> <p>○ 机間指導し、地道に数える方法と工夫して数える方法の二つを採り上げ、クラス全体で共有する。</p>
展開	<p>問題2</p> <p>問題1のように1辺に同じ個数のマグネットn個を並べて正方形をつくります。 マグネットは全部で何個必要ですか。</p> 	
	<p>(1) 個人で考え、ワークシートに記入する。</p>	<p>○ 図、式、言葉を使って説明するように指示する。</p> <p>○ 机間指導で生徒の考え方を確認し、クラス全体の発表の場で多様な考え方が出てくるようにする。</p> <p>○ 一つの考え方で求めることができた生徒に対しては、他の生徒が気付かないような考え方はないか挑戦するよう指示する。</p>

(予想される生徒の反応)

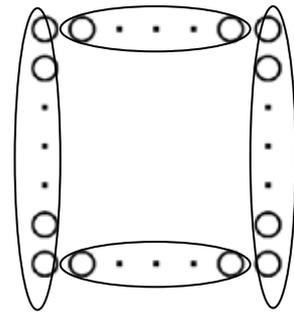
①

式

$$\begin{aligned} & n \times 2 + (n - 2) \times 2 \\ &= 2n + 2n - 4 \\ &= 4n - 4 \end{aligned}$$

説明

右のように分けるとマグネットが縦に n 個並んだ列が 2 つ、横に $(n - 2)$ 個並んだ列が 2 つある。それらを加える。



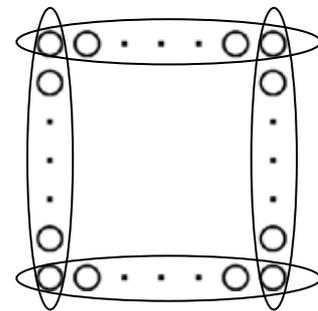
②

式

$$\begin{aligned} & n \times 4 - 4 \\ &= 4n - 4 \end{aligned}$$

説明

1 辺に n 個マグネットがあるからそれを 4 倍して、重なっている 4 個をひく。



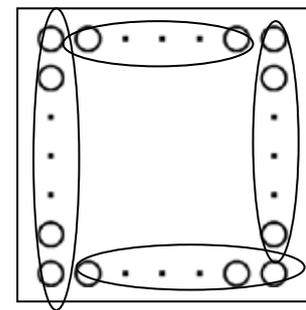
③

式

$$\begin{aligned} & n + (n - 1) \times 2 + (n - 2) \\ &= n + 2n - 2 + n - 2 \\ &= 4n - 4 \end{aligned}$$

説明

右のように分けるとマグネットが n 個並んだ列が 1 列、 $(n - 1)$ 個並んだ列が 2 列、 $(n - 2)$ 個並んだ列が 1 列ある。



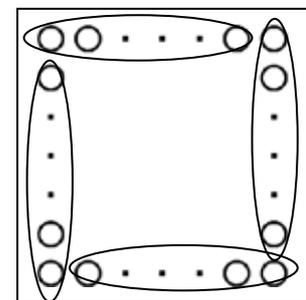
④

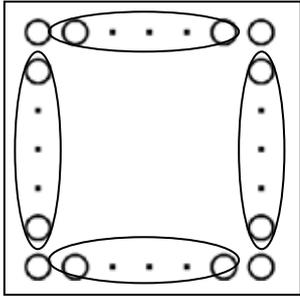
式

$$(n - 1) \times 4 = 4n - 4$$

説明

右のように分けると $(n - 1)$ 個が 4 つあるので、 $(n - 1)$ を 4 倍する。



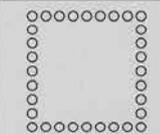
<p>⑤</p> <p>式</p> $4(n-2) + 4$ $= 4n - 8 + 4$ $= 4n - 4$ <p>説明</p> <p>1辺 $(n-2)$ 個が4つあり、四隅の4つをたしている。</p>	
<p>(2) 班で自分の考え方を発表する。</p> <p>(3) 班の代表生徒が前に出て発表する。</p> <p>(4) 自分の考え方と他者の考え方を比較し、自分の考え方を再構築する。</p> <p>(予想される生徒の反応)</p>	<p>○ 4人全員が班で発表できるように十分な時間をとる。</p> <p>○ グループや全体の前での発表の際も、図、式、言葉を使って説明するように指示する。</p> <p>◆ 正方形の形に並んだマグネットの個数の求め方について、図や式を使いながら筋道立てて説明することができる。 (数学的な見方や考え方)</p>
<p>私は①のように、縦は1列でn個、横は1列で $(n-2)$ 個と考え、全てのマグネットの数をたすという考えで求めた。</p> <p>しかし、④のように考えると、縦も横も同じ $(n-1)$ 個と考えることができ、間違えにくいと思った。</p>	
<p>私は②のように、1辺に並んでいるマグネットの個数を4倍して、重なっている4個をひくという考えで求めた。</p> <p>しかし、④のように考えると、$(n-1)$ 個を4倍するという方法をする事ができた。すると、後から重なっている部分をひかなくてもよいから、よいと思った。</p>	
<p>私は②のように、1辺に並んでいるマグネットの個数を4倍して、重なっている4個をひくという考えで求めた。</p> <p>他の考え方をした人の発表も聞いたが、②のような考え方ならば、かっこを外すなどの計算をしなくてもよいので、やはり②のような考え方がよいと思った。</p>	
<p>まとめ</p> <p>代表生徒の説明を聞いて、気付いたことをワークシートに記入させる。</p>	<p>○ 発表した生徒の考え方と自分の考え方を比較し、共通点・相違点に気付かせるようにする。</p>

<p>(予想される生徒の反応)</p> <p><②の考え方を受けて></p> <ul style="list-style-type: none"> 1辺のマグネットの個数 n 個を4倍して4をひいている。 シンプルで分かりやすい。 全ての辺を n 個として考えて、後からひく方法のほうが考えやすい。 <p><④の考え方を受けて></p> <ul style="list-style-type: none"> 計算が簡単にできる。 <p><⑤の考えを聞いて></p> <ul style="list-style-type: none"> まずは4隅以外の部分の個数を求めて、あとから4をたすのは分かりやすいと思った。 あとからたす方が間違いは少ないと思う。 どの式にも n が入っている。 	<p>○ このような反応をした生徒に対してはどの部分がシンプルであるのかを発問し、簡単な式で表すことができるよさに気づかせる。</p>
---	---

エ ワークシート

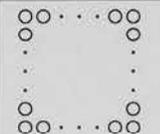
マグネットの数を数えよう

問題①
一辺が同じ数のマグネット n 個を並べて正方形を作る。
マグネットは全部で何個必要でしょうか。

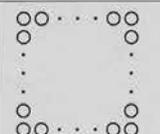
求め方	
答え	個

問題②
一辺が同じ数のマグネット n 個を並べて正方形を作る。
マグネットは全部で何個必要でしょうか。
できるだけたくさんの方を出してきましょう。3つ目以降は裏面にかいてください。

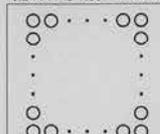
【自分の考え方①】

求め方	
答え	個

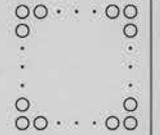
【自分の考え方②】

求め方	
答え	個

【他の人の考え方】 → 黒丸に入ったものを【自分の考えと同じ箇所や、他の人の考えの良い箇所をかくてみよう】

	
答え	個

【最終的な自分の考え】 (他の人の考え方も参考にしよう)

求め方	
答え	個

【練習問題】
問題②で導き出した n を使った式を利用して、一辺が次の ㉠～㉣ の場合、マグネットは全部で何個必要かを求めなさい。

㉠ 77	式	答え
㉡ 916	式	答え
㉢ 2014	式	答え

1年 組 番 氏名 _____

オ 授業記録

T : 今日は、文字式の復習をします。マグネットで作った時に必要なマグネットの個数について考えてみましょう。

(プリント配布)

T : どんなやり方でもいいのでやってみてください。

S : 122 ですか。

T : 正方形の中にはマグネットはないです。注意してください。

S : 32

T : どのようにして求めましたか。

S : 全部数えました。

T : よくできました。

T : 36 の人がいたけど、どうしてそうなったのですか。

S : 数えた人が 32 個ならば、32 個が正しいですね。

S : 9×4 で重なってしまいました。

T : どこが重なってしまったのですか。

S : 角の所です。

T : 違うやり方はありますか。

S : $9 \times 2 = 18$ 、 $7 \times 2 = 14$ よって、 $18 + 14 = 32$ (個) として求めました。

T : 式の意味を教えてください。

S : 上下 9 個が 2 本で $9 \times 2 = 18$ 、左右 7 個が 2 本で $7 \times 2 = 14$ 、あわせて $18 + 14 = 32$ 個です。

T : 他にもいろいろな囲み方があると思います。後程発表してもらっても構いません。

T : それでは、今日の本題です。

T : まず、個人で 5 分間考えてみてください。

T : ヒントを言いますので、黒板を見てください。

T : さっきのやり方でやってみます。上下 n 個が 2 本で $n \times 2 = 2n$ 、左右は何本ずつですか。

S : $n - 2$ 本です。

T : それでは、左右 $(n - 2)$ 個が 2 本で $(n - 2) \times 2$ [個] だから、あわせて $2n + 2(n - 2)$ になりますね。

(机間指導)

T : 2 通りできた人はもっと考えてみてください。

T : それでは、一回手を止めてください。

T : 4 人班で発表してみましょう。

T : 班長から順番に発表してください。

(3 班) S 1 : $(n - 1) \times 4 = 4n$

T : 計算はそれであっていますか。

$$S2 : n \times 4 - 4 = 4n - 4$$

$$S3 : n \times 2 + n - 2 \times 2$$

T : S3の式でおかしなところはないですか。

S3 : カッコを付け忘れしました。 $n \times 2 + (n - 2) \times 2$ です。

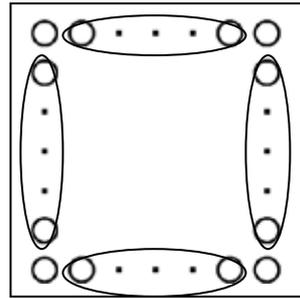
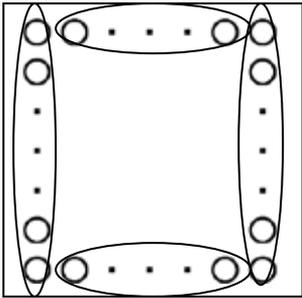
(机間指導でこの後発表してもらおう生徒を決めたり、アドバイスをしたりした。)

T : 席を戻してください。

T : 4人の人に黒板で発表してもらいます。名前を書いた人は前に出てきてください。

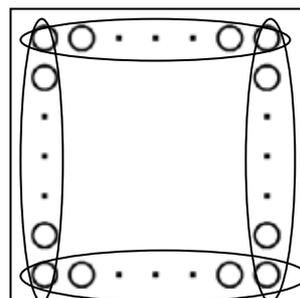
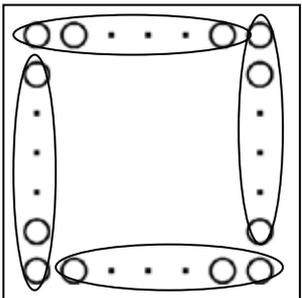
$$S1 : 2n + 2n - 4 = 4n - 4$$

$$S2 : (n - 2) \times 4 + 4 = 4n - 4$$



$$S3 : (n - 1) \times 4 = 4n - 4$$

$$S4 : n \times 4 - 4 = 4n - 4$$



T : 自分の考え方と違うものでよかったものをワークシートに写して下さい。

S1 : 上下n個が2本で2n本、左右が(n-2)が2本で2n-4本です。

S2 : 角を抜かした(n-2)が4本と角の4個を合わせて、 $4(n-2) + 4$ です。

S3 : 図のように囲んで考えました。式は $(n - 1) \times 4$ です。

S4 : 図のように囲んで重なった角4個を引きました。式は $n \times 4 - 4$ です。

T : 自分の考えと比較して、自分の考えと同じところや他の人の良いところをワークシートに書いてください。例えば、これでやったら計算が楽にできるとか、この囲み方は分かりやすいとかです。

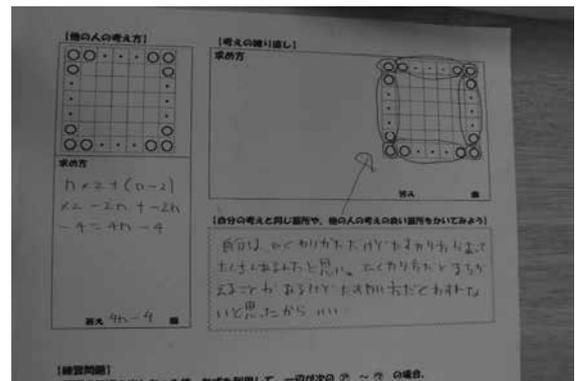
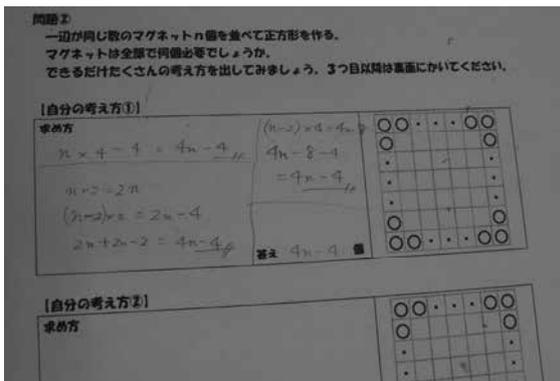
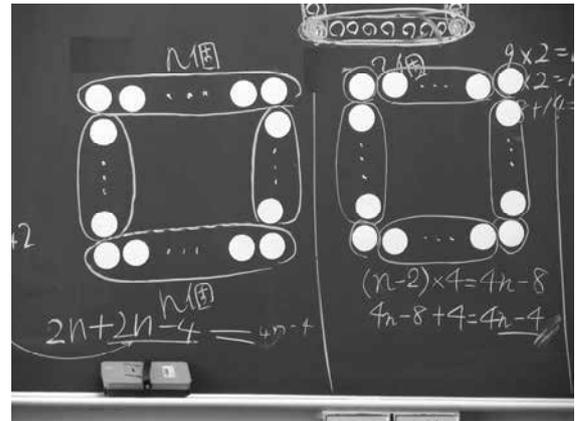
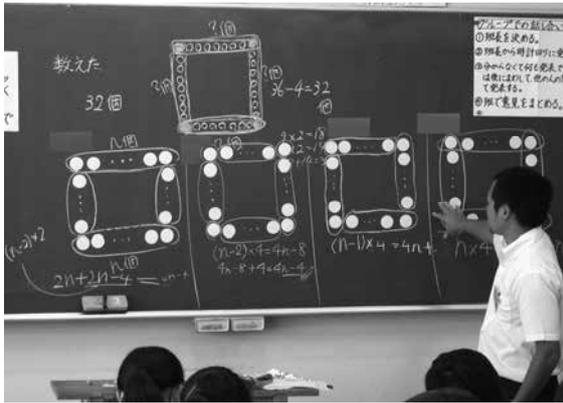
S : S2の考え方がよいと思います。角を後でたすのは思いつかなかったのすごいいました。

T : 4つの考え方に共通していることは何ですか。

S : nがつく。

S : 計算すると結果がすべて $4n - 4$ になる。

T : 最後に、今日の授業のアンケートを書いてください。



カ 考察

一辺が9個の正方形のときは、ほとんどの生徒が32個と答えることができていた。ところが、一辺がn個になると、どのように問題を考えるのかがわからない生徒が数名でできた。そこで、問題を視覚的にとらえ、図を○で囲ませることにより、どの生徒も意欲的に問題に取り組めた。

グループでの発表は、発表の仕方(きまり)を黒板に提示していたこともあり、ほとんどの生徒が、他者に自分の考え方を分かりやすく説明していた。

代表の4人が全体に対して発表した活動も、図や式・説明を駆使して、分かりやすく説明し、クラス全員で4つの考え方を共有することができた。

自分の考え方と他者の考え方を比べ、自分の考えをよりよくする活動については、「S2の考え方がよいと思います。角を後でたすのは思いつかなかったのすごかったです。」のように、他者の考えのよさに気付く反応がみられ、今後このような考え方を積極的に用いようとする姿勢をうかがうことができた。

(2) 検証授業Ⅱ

ア 単元名 第2学年「一次関数」

イ 題材を選んだ理由

本題材のよさは、2つの数量の関係を表現する際の表現方法である表、グラフ、式などを用いて自分の考えを示すことができ、様々な表現方法のよさを比較・検討することができるところにある。本題材のように、長方形上の点が移動するときの図形の面積を求めるような問題に対して苦手意識を持つ生徒は非常に多いが、これは、 x の値に伴って図形がどのように変化するかを捉えられないことにその要因がある。

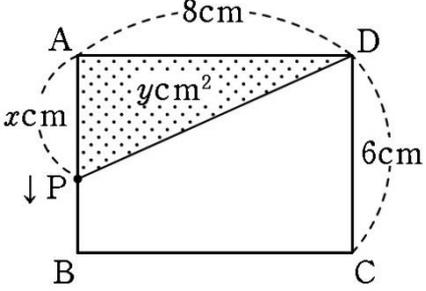
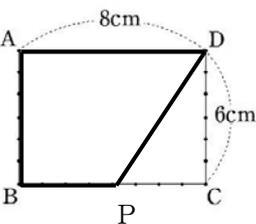
本時では、 x と y の関係を視覚的に捉えさせるといった丁寧な指導を行ってから、生徒が2つの関係をより分かりやすく表現できると思う方法で表させることにした。そして、生徒同士でさまざまな表現方法を発表し合い、自分の考えと比較させることで、よりよい表現方法を考察させていく。

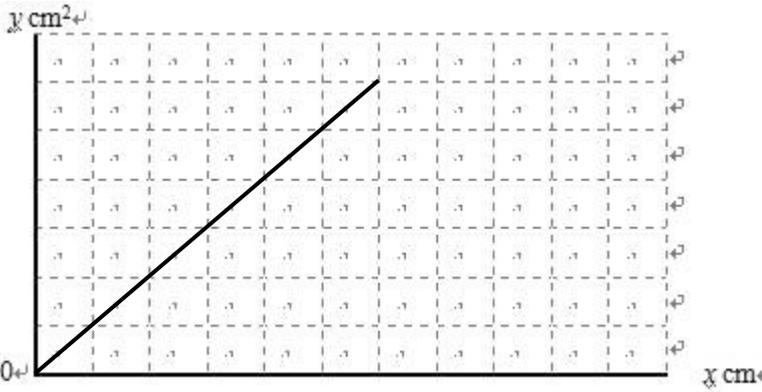
ウ 展開

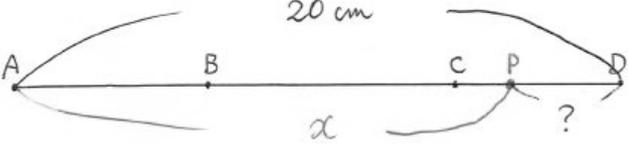
i) 本時のねらい

x と y の値の変化について、適切な表現方法で表し、説明することができる。

ii) 展開

	学習内容と学習活動	○指導上の留意点◆評価
導入	<p>● 長方形の辺上を点が動くときの動く長さと三角形の面積の関係について考えるという場면을提示する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【課題場面】</p> <p>$AB = 6\text{ cm}$、$AD = 8\text{ cm}$の長方形$ABCD$がある。</p> <p>点Pは、Aを出発して、各辺上をB、Cを通過してDまで動く。点Pが、Aを出発して$x\text{ cm}$動いたときの$\triangle APD$の面積を$y\text{ cm}^2$とする。</p> </div> 	○ ワークシートを配布
	<p>● 点Pの動く経路を確認する。</p> <p>● xの値が1、3、6、10のときの$\triangle APD$を作図する。</p> <p>〈$x = 10$のときの予想される生徒の反応〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・台形になってしまっている。 	<p>○ 生徒1人を指名し、黒板で磁石を使って動かす。</p> <p>○ 右のような図を書いた生徒に対しては$\triangle APD$の面積を$x\text{ cm}^2$とすることを助言する。</p> <p>○ 考えが進まない生徒に対しては、三角形の面積の公式を振り返ら</p>

	<p>● xの値が1、3、6、10のときの△APDの面積を求めさせる。</p>	<p>せ、底辺と高さの位置を確認する。</p>																		
<p>展開</p>	<p>● △APDの面積はどのように変化するかについて予想させる。</p> <p>● xの値とyの値の変化の様子を表現するには、どのような表現の方法があったかを振り返る。</p> <p>〈予想される生徒の反応〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表をつくる ・グラフをつくる ・式で表す ・言葉で表す <p>● xの値とyの値の変化の様子を、より分かりやすい表現の方法を使って表す。</p> <p>(予想される生徒の反応)</p> <p>① 途中で終わってしまう。または一定のまま変わらないと考える。</p> <table border="1" data-bbox="300 965 1066 1066"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>…</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>8</td> <td>16</td> <td>24</td> <td>24</td> <td>24</td> <td>24</td> <td>…</td> </tr> </table> <p>② 単調増加として考えてしまう。</p>  <p>③ $14 \leq x \leq 20$ のときの式ができない。</p> <p>● 分かりやすいと思った表現方法を使って、考えを発表させる。</p> <p>○ 発表の後、机間指導で見付けた間違いに対して全体で確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ ①の間違いに対しては、最後まで記入した表を見せ、面積の増減を確認させる。 ・ ②の間違いに対しては、$6 \leq x \leq 14$のときには、 	x	0	2	4	6	8	10	12	…	y	0	8	16	24	24	24	24	…	<p>○ 生徒が表、グラフ、式のどの表現方法を用いて問題を解いているのか、机間指導で把握しておく。</p> <p>○ 解けた生徒には、自分の考え方を伝えるための台本を作成させる。また、それ以外の表現方法でも解けないか、考えさせる。</p> <p>○ 間違えている表やグラフをかいた生徒に対しては、ここでは細かく指摘せず、発表の時に全体で確認する。</p> <p>○ 考えが進まない生徒には、表をかくことができるようなヒントカードを提示する。</p> <p>○ 発表を聞く生徒に対しては、「自分の考えと何が違うのか、共通点は何か考えながら聞いてください。」のように、自分の考えとの違いに着目させて聞かせるようにする。</p>
x	0	2	4	6	8	10	12	…												
y	0	8	16	24	24	24	24	…												

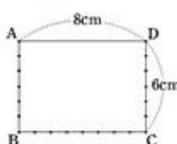
	<p>面積が24で変わらないこと、$14 \leq x \leq 20$のときには、面積が減少することを確認し、グラフを見直す。</p> <ul style="list-style-type: none"> ③ PDの長さが分からない生徒に対して、下図のような長方形の辺を伸ばした図を示す。  <ul style="list-style-type: none"> 発表された生徒の表現方法を聞いてよいと思った点や、自分の表現方法との共通点、相違点を考えて、ワークシートに記入する。 <p>(予想される生徒の反応)</p> <ul style="list-style-type: none"> グラフで書くと、面積の増減の様子が分かりやすい。 表を使うと、面積が求めやすい。 1次関数の式で表すことは、点Pが辺CD上にあるとき、難しい。 	<ul style="list-style-type: none"> 多様な表現方法が共有できるように、あらかじめ机間指導で表、グラフ、式、考えた生徒を指名し、発表させる。
<p>まとめ</p>	<ul style="list-style-type: none"> 他の人の表現方法と考えを聞き、自分の考えを見直す。 <ul style="list-style-type: none"> $y = 16$のときのxの値を求めさせる。 <p>〈予想される生徒の反応〉</p> <ul style="list-style-type: none"> 表を利用して、$y = 16$となるxの値を見付ける。 グラフを利用して、$y = 16$となるxの値を見付ける。 式を利用して、$y = 16$となるxの値を見付ける。 	<p>◆評価</p> <p>xとyの値の変化について、適切な表現方法で表し、説明することができる。</p> <p>(数学的な見方や考え方)</p> <ul style="list-style-type: none"> 式や表、グラフなどいろいろな表現方法で関係を表すことができることに気付かせる。 表で表すよさ、グラフのよさ、式のよさ、それぞれのよさを確認する。

エ ワークシート

【例題】
 $AB=6\text{ cm}$, $AD=8\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。
 点 P は、 A を出発して、各辺上を B , C を通って D まで
 動く。点 P が、 A を出発して $x\text{ cm}$ 動いたときの $\triangle APD$
 の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。

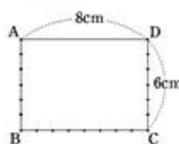
11) 次の ① - ⑤ のとき、 $\triangle APD$ をがいて、面積を求めよう。

① $x=1$ のとき

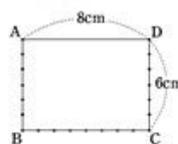


②

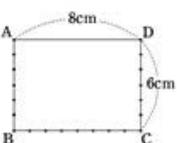
② $x=3$ のとき



③ $x=6$ のとき

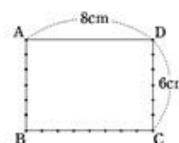


④ $x=10$ のとき



⑤

⑤ $x=\square$ のとき



点 P の動きは、だいたいつかめたかな？

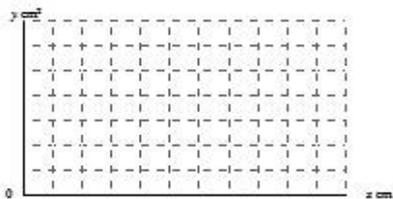
(2) セントアイドA

「表」を使う場合

$x\text{ cm}$	0
$y\text{ cm}^2$	0

(2) セントアイドB

「グラフ」を使う場合



(2) セントアイドC

「式」を使う場合

--	--	--

12) $\triangle APD$ の面積はどのように変わっていきますか。

[私の考え]	[他の人の考え]
--------	----------

[考えの中で気づいたこと・感じたこと] (共通点・ちがう点などをかいてみよう)

[他の人の考えを受けての自分の考え]

点 P の位置 が……	
そのとき面積 はどのように 変わっていく？	

13) $y=\square$ になるときの x の値を求めたり、どのように求めればよいか。

オ 授業記録

T : 今日は、プリントを使った授業です。拡大した物を掲示します。

S : ○○さん、枠の中を読んでください。

T : 読んで意味が理解できましたか？

今日のねらいを書きます。

ねらいが書き終わったら顔を上げてください。

動く点はアルファベットで何ですか？

S : 点Pです。

T : 点Pはどこから動きますか？

S : 点Aです。(点BからCを通って、Dへ行く。)

T : Pの動きを黒板でやってみましょう。

S : (Sが黒板の前で磁石を動かす)

T : 点PがAからどれくらい動いたかを x cm と表しています。

x が増えると△APDの形がどうなるか分かりますか？

先生が例として、 $x = 1$ の場合をやってみます。

(実際にやってみせる) 君たちで④までやってみましょう。

S : (④の△APDの作図に苦戦している様子)

T : ②、③、④を前で書いてくれる人はいますか？

S : (指名された生徒が前に出る)

T : いよいよ、三角形の面積を求めます。

三角形の面積の公式は何でしたか？

S : 底辺×高さ× $\frac{1}{2}$ です。

T : では①の面積を出してみましょう。

S : $8 \times 1 \times \frac{1}{2} = 4$ です。

T : そうですね。②～④もみんなでやってみましょう。

S : ②の式は、 $8 \times 3 \times \frac{1}{2} = 12$ です。

T : ③はどうなりますか。

S : $8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 24$ です。

T : ④は間違っている人が多かったです。

間違っている人は、 $8 \times 10 \times \frac{1}{2} = 40$ とやっています。

△APDの高さは分かりますか？

S : 分かりません。

S 2 : (図を指でなぞる。)

T : 正解です。だから面積は、 $8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 24$ になります。

T : 今日の本題はここからです。三角形の面積はどう変わっているか説明してもらいます。増えていきますか？変わらないですか？減っていきますか？聞きますよ。

S : (3～4名ほど指名するが無言。分からないという顔をする。)

T : プrintの(2)の私の考えのところに友達に分かりやすく説明できるように記入してみてください。

T : 関数を考えるときの3つの道具はなんですか？

S : 式、表、グラフです。

T : そうですね。それらを使って自分の考えを書いてみましょう。まずは、6分間自分で考えてみてください。

T : (3分30秒経過したところで)
ヒントカードを欲しい人はいますか。
(8人に渡す)

T : 自分の考えを書けた人はいますか。
(2～3人を指名して、実物投影機でワークシートを映し出し、説明をする。)

S : 私は、表を使って考えました。 $x=1$ のとき $y=4$ になります。点Pは点Aから動いて $x=20$ のとき点Dに着きます。最初は増えたけれども、途中でずっと24になり、最後は減りました。

T : 面積はどう変わりましたか？

S : x の値によって、 y は増えたり、同じだったり、減ったりしました。

T : 表ではない方法で考えた人はいますか？
(ヒントカードにグラフを書いた生徒がいたので、実物投影機でワークシートを写した。)

T : 点Pが点Dに着いたときの $\triangle APD$ の面積はいくつですか？

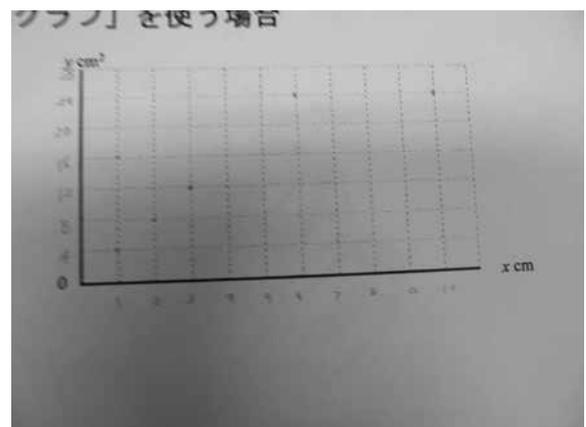
S : 0です。

T : さっきの〇〇さんの表と一緒にですね。
今回はこの続きから行います。

(2) $\triangle APD$ の面積はどのように変わっていきますか。

【私の考え】		【他の人の考え】							
2	12	3	4	5	6	7	8	9	10
24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

A 途中までずっと4の倍数に147、24
1～14まで8分ずつと3分24で、5



カ 考察

三角形の面積を求める公式はすぐに言うことができたが、本題の△APDにおいて、途中の高さがどこにあたるのか見失う生徒が何人かいたのでその部分を丁寧に探ったことにより、当初の予定より大幅に時間が過ぎてしまった。動点とそれがつくる面積の移り変わりの変化について考えるのは、下位の生徒にとってはとても難しい様子であったが、ヒントカードを使用することにより、その変化を表や式で捉えようと努力していた。結果として、数名の生徒がそれを説明することができたが、時間がかかったため、途中で終了せざるを得なかった。

次の授業では、全員にすべてのヒントカードを配布し、できた人の考えをスクリーンに投影し、

「グラフ」を使う場合



それらを記入させた。

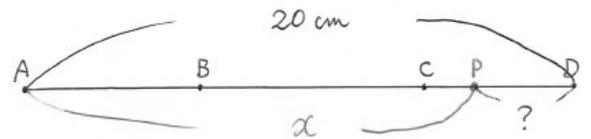
「表」を使う場合

x cm	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
y cm ²	0	8	16	24	24	24	24	24	16	8	0

「式」を使う場合

$0 \leq x \leq 6$ $y = 4x$ 増加	$6 \leq x \leq 14$ $y = 24$ 一定	$14 \leq x \leq 20$ $y = -4x + 80$ 減少
-------------------------------------	--------------------------------------	---

「式」に関しては、 $14 \leq x \leq 20$ の場合が下位の生徒にとっては難しく、途中右のようなヒントを与えると、何とか式をつくることのできた。



こうして、グラフ・表・式のそれぞれから、面積の移り変わりを全員で共有することができた。

(2) △APDの面積はどのように変わっていきますか。

[私の考え]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	8	12	16	20	24	24	24	24	24

A 途中までずつ4の倍数に増えていき、その後14までで増えなくなり24で、6からは、その倍数を減らしていき、

[他の人の考え]

[考えの中で気づいてこと・感じたこと] (共通点・ちがう点などをかいてみよう)
 ほとんど表の方が一番わかりやすかったです。その理由は、式だと減少の方が難しいし、グラフだと少し減ると余計な増えがでてしまうからです。

[考えの中で気づいてこと・感じたこと] (共通点・ちがう点などをかいてみよう)
 式・表・グラフの3つとも、しかり△の面積を求めることができるところを気づいた。

[他の人の考えを受けての自分の考え]
 表で考えたけど、グラフの方が増加・一定・減少がわかりやすかったです。

点Pの位置が...	$0 \leq x \leq 6$	$6 \leq x \leq 14$	$14 \leq x \leq 20$
そのとき面積は、どのように変わっていく?	増加する	一定である	減少する

(3) $y = 16$ になるときの x の値を求めたい。どのように求めればよいですか。
 $x = 4, x = 16$ のとき
 表かグラフを使う

<p>【考えの中で気づいたこと・感じたこと】（共通点・ちがう点などをかいてみよう）</p> <p>式からもグラフからも表からも「一定」「減少」あるということがわかる。</p>	<p>【考えの中で気づいたこと・感じたこと】（共通点・ちがう点などをかいてみよう）</p> <p>減少している式の表の方が難しかったです。</p>
<p>【他の人の考えを受けての自分の考え】</p> <p>私はグラフで考えましたが表でも分かりやすいと思いました。</p>	<p>【他の人の考えを受けての自分の考え】</p> <p>グラフで考える方が増減と傾き一定の傾き減少していることが一番わかりやすかったです。</p>

点 P の位置が・・・	$0 \leq x \leq 6$	$6 \leq x \leq 14$	$14 \leq x \leq 20$
そのとき面積は、どのように変わっていく？	増加する	一定である	減少する

(3) $y = \frac{1}{6}$ になるときの x の値を求めたい。どのように求めればよいですか。

グラフで求める。

点 P の位置が・・・	$0 \leq x \leq 6$	$6 \leq x \leq 14$	$14 \leq x \leq 20$
そのとき面積は、どのように変わっていく？	増加する	一定である	減少する

(3) $y = \frac{1}{6}$ になるときの x の値を求めたい。どのように求めればよいですか。

$x = 4$ 、 $x = 16$ 表を使って求める

(3) 検証授業から

今回の検証授業では、言語活動を通じた生徒の数学的な見方や考え方を育む指導として、次の2つの工夫が挙げられる。

一つは、課題の工夫である。提示した課題場面は、生徒が解決したいと思うような身の回りにあるものであるとともに、様々な習熟の程度の生徒であっても把握しやすいような課題場面とした。例えば、検証授業 I では、ぶどうパズルのルールを導入時に生徒に確認させた。このことで、生徒は意欲的に課題に取り組むことができた。さらに、多様な課題解決の方法がある課題を採り上げたことで、生徒は複数の考えからよりよい考えを選択することができた。

二つは、発問の工夫である。生徒に考えさせた課題解決の方法を共有し、自分の考えと他者の考えを比較・検討させたことで、多くの生徒が他者の考えのよさに気付き、自分の考えを見直すことができた。

Ⅶ 研究の成果・今後の課題

本研究は、数学的活動において、「生徒が筋道立てて自分の考えを持てるような課題の設定」、「数学的に表現し合うための指導の工夫」、「伝え合った考えを発展させるための指導の工夫」を行うことで、数学的な見方や考え方をどのようにして育むのかを明らかにするものであった。生徒の数学的な見方や考え方の育成をねらいとし、調査研究及び実践研究を行ったことにより、次の成果を得るとともに、課題が明らかになった。

1 研究の成果

(1) 数学的に説明し伝え合う活動を行う際の指導の在り方

数学的に説明し伝え合う活動を行う際の順序を示したことで、生徒が考えを発表し放しにするのではなく、生徒同士が学級全体で出された考えを共有し合うことができ、個々の生徒の考えを高めさせることができた。

(2) 生徒が自分の考えを説明することができるようにするための指導の工夫

生徒が自分の考えを説明することができるようにするために、実践研究において「習熟の程度が遅い生徒であっても取り組めるような課題の工夫」や「個々の生徒の考えを発表し合い、他者の考えとの比較・検討をさせる場面設定」を行ったことで、多くの生徒は自分の考えをよりよい考えへと発展させることができた。また、十分に自分の考えを発展させることができない生徒に対する指導の在り方を明確にすることができた。

2 今後の課題

(1) 全ての単元における数学的に説明し伝え合う活動の充実

中学校において重視する数学的活動のうち、「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」を充実することで、生徒は自分の考えを整理し、他者の考えと比較できるようになり、さらにより数学的な考えを発見できることにつながる。今後は、今回の実践研究において授業を行った「文字と式」及び「一次関数」以外の単元において、数学的に説明し伝え合う活動の指導事例を作成するとともに、このような活動を積極的に取り入れ、生徒の思考力・判断力・表現力を育成することが求められる。

(2) 数学的活動「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」、「イ 数学を利用する活動」を通して生徒の数学的な見方や考え方を育む指導の在り方の追究

学習指導要領 中学校数学には、数学的活動として、「ウ 数学的に説明し伝え合う活動」以外にも「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」、「イ 数学を利用する活動」といった活動が示されている。これらの活動において、主に習得した知識・技能を活用して、思考力・判断力・表現力を育成する指導の在り方を追究することで、生徒の数学的な見方や考え方をより一層育むことができると考える。

平成26年度 教育研究員名簿

中 学 校 ・ 数 学

地 区	学 校 名	職 名	氏 名
文京区	第三中学校	主任教諭	五十嵐 友紀子
墨田区	錦糸中学校	主任教諭	柴田 勇介
世田谷区	駒沢中学校	教 諭	西川 慶介
板橋区	板橋第三中学校	主任教諭	高良 洋一
板橋区	上板橋第三中学校	教 諭	松浦 友貴
八王子市	館中学校	主任教諭	田中 幸弘
昭島市	昭和中学校	主任教諭	加藤 崇博
調布市	神代中学校	主任教諭	沼本 邦広
東久留米市	久留米中学校	主任教諭	竹澤 大樹
檜原村	檜原中学校	主任教諭	◎ 堀田 寛道

◎ 世話人

〔担当〕 東京都教育庁指導部義務教育特別支援教育指導課
指導主事 齋 藤 圭 祐

平成26年度
教育研究員研究報告書

中学校・数学

東京都教育委員会印刷物登録

〔平成26年度第186号〕

平成27年3月

編集・発行 東京都教育庁指導部指導企画課
所在地 東京都新宿区西新宿二丁目8番1号
電話番号 (03) 5320-6849
印刷会社 正和商事株式会社