

中 学 校

平成 31 年度 (2019 年度)

教育研究員研究報告書

数 学

東京都教育委員会

目 次

I	研究主題設定の理由	1
II	研究主題に関わる用語の定義	2
III	研究仮説	2
IV	研究方法	2
1	基礎研究	2
2	実践研究	2
V	研究内容	3
1	研究構想図	3
2	実践研究	4
	〈検証授業Ⅰ：第1学年〉	4
	〈検証授業Ⅱ：第3学年〉	8
	〈検証授業Ⅲ：第2学年〉	12
VI	研究の成果	16
VII	今後の課題	16

研究主題

数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動の充実 ～生徒が見通しをもつための指導の工夫～

I 研究主題設定の理由

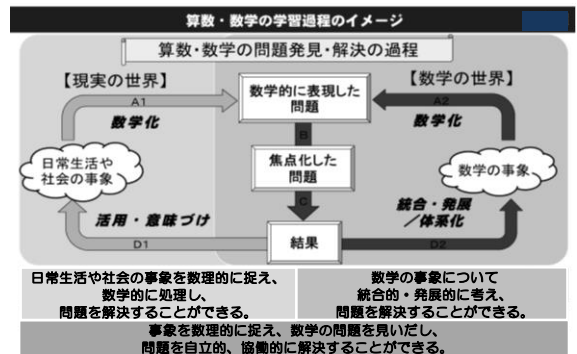
変化の激しい時代を生き抜く生徒には、知識及び技能の習得のみならず、他者と協力・協働しながら課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力等及び主体的に学習に取り組む態度を育む必要がある。生徒にこうした資質・能力を育成していくため、教師には、生徒が主体的・対話的で深い学びを実現できるよう授業改善に取り組み、質の高い授業を展開していくことが求められる。

中学校学習指導要領解説数学編（平成 29 年 7 月）では、数学的活動における問題発見・解決の過程には、主として二つの過程を考えるとある。一つは、日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程であり、もう一つは、数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程である。（図参照）授業者は、これら二つの過程を意識しつつ、生徒が目的意識をもって問題発見・解決が遂行できるように心掛け、各場面で言語活動を充実し、それぞれの過程や結果を振り返り評価・改善できるようにすることが重要である。

さらに、生徒が授業の中で主体的・対話的で深い学びを実現するためには、問題解決に向けて、授業に参加する各々の生徒が、解決の方法を探り、結果を予測する等、「見通し」をもつことが必要不可欠である。この「見通し」をもつためには、

事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉え、既習の知識及び技能を関連付けながら、統合的・発展的に考えることが必要である。これらは日々の授業等を通じて、徐々に培われるものであり、教師は単元を通して、生徒に身に付けさせる力を意識して、意図的・計画的に授業を構成することが求められる。生徒が経験した問題解決の過程や問題解決に用いた考え方をまとめ、系統的に理解させることも、次に直面した問題の解決に向けて、生徒が「見通し」をもつことに、大きな役割をもつ。生徒に「数学の世界において学習したことを現実の世界に生かそうとする意識」や「数学的な表現を用いて理由を説明する知識・技能」を確実に身に付けさせることが必要である。

以上のことから本部会では、研究主題を「数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動の充実～生徒が見通しをもつための指導の工夫～」と設定し、単元や一単位時間の授業において、生徒が見通しをもって主体的に学習に取り組み、数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、自ら課題を発見し、解決する過程を繰り返し経験することによって、自分の考えを数学的に表現できる生徒を育むことができると考えた。



図

II 研究主題に関わる用語の定義

研究主題に関わる用語について、本部会では、次のとおり定義した。

- **数学的な見方・考え方**
事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること。
- **数学的活動**
事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること。
- **見通し**
問題を解決するうえで有効に働きそうな見方、考え方、表し方などの方法を事前に検討すること。また、単元や授業などのめあてを生徒に理解させたり、数学や現実の問題を提示した後でその答えや結論を直感的に予想させたりすること。

III 研究仮説

単元や一単位時間の授業において、生徒が自ら課題を発見し、解決することができ、自分の考えを数学的に表現するためには、授業の中で生徒に解決の見通しをもたせる指導が必要であると考えた。

IV 研究方法

1 基礎研究

以下の各種報告書等の調査結果を分析し、研究の方向性を明確にした。

- ・ 「平成30年度全国学力・学習状況調査」(文部科学省)
- ・ 「平成30年度『児童・生徒の学力向上を図るための調査』」(東京都教育委員会)
- ・ 「国際数学・理科教育動向調査(TIMSS2015)」

2 実践研究

(1) 生徒に見通しをもたせるための具体的な工夫

ア 単元において生徒が見通しをもつための具体的な手だて

単元の導入となる授業やまとめ・発展的な内容を扱う授業において、共通する考え方や類似した性質をもつ教材を意図的に取り上げた。はじめに行う授業で、生徒が経験した問題解決の過程や問題解決に用いた考え方をまとめることにより、より発展的な内容を取り扱う次時の授業において生徒が自ら見通しをもって、問題の解決に取り組めるようにした。

イ 一単位時間の授業において生徒が見通しをもつための具体的な手だて

タブレットや画用紙等を活用して、過去に経験している問題解決の過程における考え方や解決方法等、既習事項の振り返りを行った。また、授業に合わせて、具体物やヒントカードを用いて場面を捉えられるようにすることで、生徒が自ら見通しをもって、問題の解決に取り組めるようにした。

(2) 検証授業の考察の視点

- 生徒に見通しをもたせるための工夫は適切であったか。
- 生徒が自ら課題を発見し、解決しようとしたか。
- 生徒が自分の考えを数学的に表現することができたか。

V 研究内容

1 研究構想図

【東京都教育研究員全体テーマ】

主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善

【数学教育における現状と課題】

〔数学を学ぶ意欲・有用感に関すること〕

- 「数学を勉強すると、日常生活の役に立つ」の質問に対する肯定的な回答は国際平均より 10 ポイント低い。(国際数学・理科教育動向調査 (TIMSS2015))
- 「数学の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考えていますか」の質問に対して肯定的な回答は 37.4% である。(平成 30 年度全国学力・学習状況調査)

〔数学的な表現に関すること〕

- 「最後まで解答を書こうと努力しましたか」の肯定的な回答が 95% にもかかわらず、記述式の問題において無回答率が 30% を超える問題がある。(平成 30 年度全国学力・学習状況調査)
- 発表する機会について肯定的な回答をした生徒ほど正答率が高い。(平成 30 年度児童・生徒の学力向上を図るための調査)

【育てたい生徒像】

- 自ら課題を発見し、解決しようとする生徒
- 自分の考えを数学的に表現できる生徒

【中学校数学部会 研究主題】

数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動の充実 ～生徒が見通しをもつための指導の工夫～

【研究仮説】

単元や一単位時間の授業において、生徒が自ら課題を発見し、解決することができ、自分の考えを数学的に表現するためには、授業の中で生徒に解決の見通しをもたせる指導が必要であると考えた。

【手だて】

単元において生徒が見通しをもつための具体的な手だて

- 単元の導入となる授業やまとめ・発展的な内容を扱う授業において、共通する考え方や類似した性質をもつ教材を意図的に取り上げる。
- 生徒が経験した問題解決の過程や問題解決に用いた考え方をまとめることにより、より発展的な内容を取り扱う次時の授業において生徒が自ら見通しをもって、問題の解決に取り組めるようにする。

一単位時間の授業において生徒が見通しをもつための具体的な手だて

- タブレットや画用紙等を活用して、過去に経験している問題解決の過程における考え方や解決方法等、既習事項の振り返りを行う。
- 授業に合わせて、具体物やヒントカードを用いて場面を捉えられるようにし、生徒が自ら見通しをもって、問題の解決に取り組めるようにする。

【教材を設定する際に考慮すること】

- ・ 既習事項が活用できる
- ・ 日常生活に即している
- ・ 観察や操作、実験を含む
- ・ 既習事項を発展させた内容を含む
- ・ 生徒相互の学び合いがある
- ・ 授業後の発展性がある

2 実践研究

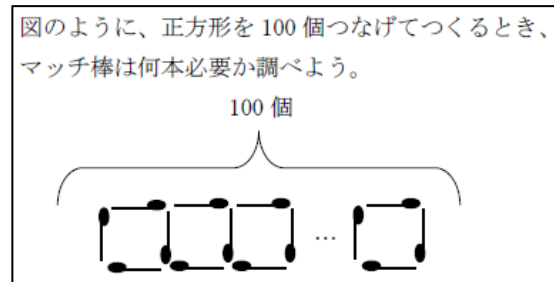
(1) 検証授業 I

ア 単元名 第1学年「文字と式」

イ 単元において生徒に見通しをもたせるための工夫

本教材は、2種類のタイルを規則的に並べ、必要なタイルの枚数を求める際、文字式を使う有用性を実感できるものである。必要なタイルの枚数を求めるにあたり、マッチ棒を使って正方形をつくったときの考え方が活用できる。

本単元の導入では、正方形を並べた図をつくるのに必要なマッチ棒の本数を求めることを扱った(右図)。その際、考え方を図や式と関連付けて表現する過程で、規則性を見付けることが問題解決のための主な手だてであった。

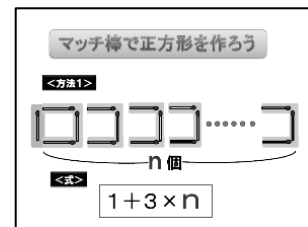


本時では、正方形での考え方を振り返ることにより、既習の考え方をを用いて、生徒が自ら見通しをもって、主体的に取り組み、知識を相互に関連付けて問題解決できると考えた。また、他の並び方や面積を用いた考え方など、既習事項を基に統合的・発展的に考えることができることをねらいとする。

ウ 本時において生徒に見通しをもたせるための工夫

(ア) プレゼンテーションソフトを用いて、視覚的に既習事項の振り返りをする。

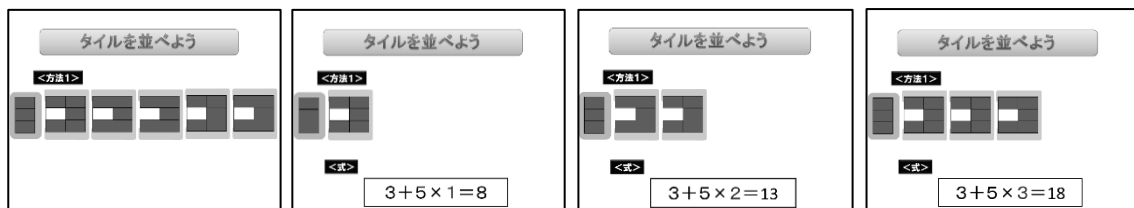
既習事項の振り返りにおいて、電子黒板でプレゼンテーションソフトを提示する。マッチ棒で作る正方形が1個、2個、3個、…、n個と増えるときのマッチ棒の本数を、図や式と関連付けながらどのような規則性があるのか、動的に提示することで、生徒に既習事項をより意識させることができると考えた。



(イ) ヒントカードを用いて、マッチ棒を使って正方形をつくる考え方との関連を意識付ける。

生徒に一人1台タブレットPCを用意し、タブレット内にヒントのファイルを保存しておく。タイルの枚数を求める上で、ヒントとなる考え方を必要ときに必要な部分だけ見て、問題解決に活用できるようにした。このことにより、生徒は問題解決に向けた手だてが明確になり、見通しをもって自力解決を図れるようになると考えた。

(ヒントの例)



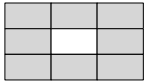
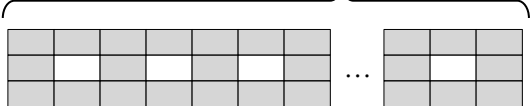
エ 展開

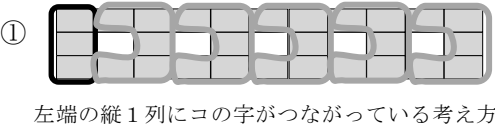
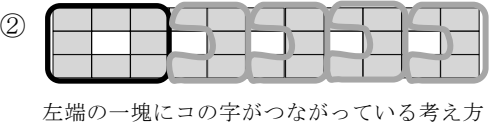




(7) 本時の目標

- ・ 図形の並び方の規則性を見付けて、青いタイルの枚数を式で表すことができる。
- ・ 既習の考え方を基に統合的・発展的に規則性について考察することができる。

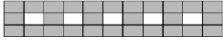

(イ) 本時の展開

(【★】は本時において生徒に見通しをもたせるための工夫)

時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準
<p>導入 5分</p>	<p>T：今日はタイルを使った問題に取り組みます。</p> <p>(問題) 学校の花だんにタイルを貼ることになりました。タイルはすべて長方形で、縦の長さは6cm、横の長さは10cmです。タイルには白いタイルと青いタイルの2種類があります。タイルを貼るときは【図】のように、1枚の白いタイルの周りに、必ず8枚の青いタイルがあるようにします。</p> <p style="text-align: center;">【図】 </p> <p style="text-align: center;">白いタイルを n 枚使うときに必要な青いタイルの枚数は何枚ですか。 文字式で表しなさい。</p> <p style="text-align: center;">白いタイル n 枚</p> <p style="text-align: center;"></p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 具体物を提示する。 ・ プレゼンテーションソフトを用いて、タイルが増えていく様子を提示し生徒にマッチ棒の問題を想起させる。【★】 ・ 白いタイルが1枚、2枚、3枚の場合の青いタイルの枚数を確認させる。 	
<p>展開 ① 25分</p>	<p>【ねらい】 2種類のタイルの貼り方の規則性を見付けて、青いタイルの枚数を式で表そう。</p> <p>T：マッチ棒の問題のときの考え方を振り返りましょう。</p> <p>T：まずは白いタイルが5枚のときの青いタイルの枚数を求めてみましょう。また、一つの考え方ができたら、他の考え方がないか、考えてみましょう。</p> <p>〈自力解決 7分〉</p> <p>〈グループ活動 8分〉</p> <p>T：グループで考えを共有しましょう。また、考えを紙にかき、黒板に貼ってください。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ プレゼンテーションソフトを用いて、正方形をつくるときの考え方を確認させる。【★】 ・ ワークシートを配布する。 ・ 立式できない生徒には、具体物を渡し操作し考えさせたり、図を囲んで考えさせたりする。 ・ ヒントを用意したタブレットを、生徒がいつでも必要なときに活用できるようにする。【★】 ・ 考えをグループ分けする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2種類のタイルの貼り方の規則性を見付けて式で表すことができる。 (数学的な見方や考え方)

	<p>【予想される生徒の考え】</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px;"> <p>① </p> <p>② </p> <p>③ </p> <p>④ </p> <p>⑤ </p> <p>⑥ </p> </div> <p>〈発表 10分〉</p>	<ul style="list-style-type: none"> 生徒の理解を把握しながら発表を進め、考えを共有させる。 必要に応じて、それぞれの考えについて、言葉の式でも確認する。 	
<p>展開② 12分</p>	<p>T：では白いタイルが n 枚のときは、どのような式になるでしょうか。</p> <p>S：①だと、$3 + 5n$ です。</p> <p>S：②だと、$8 + 5(n - 1)$ です。</p> <p>S：③だと、$8n - 3(n - 1)$ です。</p> <p>S：④だと、$2n + 3(n + 1)$ です。</p> <p>S：⑤だと、$2(2n + 1) + (n + 1)$ です。</p> <p>S：⑥だと、$3(2n + 1) - n$ です。</p> <p>T：これらの式は同じものを表しているのに、なぜ違う式に見えるのでしょうか。</p> <p>S：式を簡単にするとどの考え方も $5n + 3$ になります。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ワークシートを配布する。 生徒の理解度によって、白いタイルの枚数を6枚、7枚としたらどうなるのか、具体的に確認する。 式を簡単にすると同じ式になることに気付かせる。 	
<p>まとめ 8分</p>	<p>T：それではまとめをします。今日の授業でどのようなことを学習しましたか。</p> <p>S：青いタイルの枚数を求めました。</p> <p>T：どのように求めましたか。</p> <p>S：図を囲んで式をつくりました。</p> <p>S：どの考え方も式を簡単にすると同じ式になることが分かりました。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ⑥の考え方が出なければ、⑥の考え方にも触れる。 	
<p>【まとめ】</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 2種類のタイルの貼り方の規則性を見付けることによって、マッチ棒の場合と同じように青いタイルの枚数を文字式で表すことができた。 ○ どの考え方も式を簡単にすると $5n + 3$ になった。 			
	<p>T：最後に、授業の振り返りを記入してください。</p>		

(ウ) ワークシート（一部抜粋）

	〈考え①〉	〈考え②〉
白いタイルが5枚のとき		
	式： 枚	式： 枚
言葉の式		

ワークシートでは、一人の生徒が様々な考え方を記入できるようスペースを複数確保した。また、「言葉の式」を書かせることによって、自らの考えを明確にし、他者に説明する際や本当に自分の考えが正しいかを判断する際に役立てられる工夫を行った。



オ 考察

(ア) 生徒に見通しをもたせるための工夫は適切であったか。

導入で正方形の並び方を確認することで、既習の考え方を確認することができた。その際、プレゼンテーションソフトを用いることにより、動的に捉えることができ、並び方の規則性が見付けやすくなった。また、考える上でのヒントを入れたタブレットを活用することで、生徒は理解度に応じて適宜必要なときに必要な情報を得ることができ、問題解決のヒントとして活かすことができた。また数学が苦手な生徒から「この考えはヒントを見た。もう一つは自分で考えようと思っている。」という発言があり、課題に取り組もうとする意欲の向上につながった。



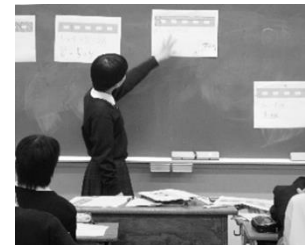
(イ) 生徒が自ら課題を発見し、解決しようとしたか。

 式: $3 + 5 \times 5 = 28$ 28 枚	 式: $8 \times 5 - 3 \times 4 = 28$ 28 枚
最和の3 + 5 × 白いタイル枚数	白いタイル枚数 × 白いタイル枚数 - 重なったタイル × (白いタイル - 1)

自力解決の際に、既習の知識だけで問題に取り組もうとせず、つまづいたときにヒントを見るなど、自らの課題を発見し、解決しようとする姿が見られた。またワークシートからは、「マッチ棒のときを思い出したら、いろいろな考えが出てきた」という記述も見られた。このことから既習事項が使えるという見通しをもつことで、新しい課題に対しても、自ら取り組もうとする姿勢につながったと考えられる。

(ウ) 生徒が自分の考えを数学的に表現することができたか。

問題解決の過程で行ったグループ活動において、説明後に「なぜ?」、「100枚だったら?」と他の生徒から質問を受け、それに言葉や図、式を使いながら答える場面が見られた。ワークシートから「自分が思い付かなかった式がたくさん出てきて驚いた」、「いろいろな考え方があったが、結局は全部同じ式だった」などの記述が見られ、様々な考え方を共有することができた。また「班で意見を出し合うことができたので、自分のためにもなったし、意見を言い合うことが楽しかった」「自分の考えをもっと発言して、周りの意見も取り入れたい」という自分の考えを表現することのよさや必要性を感じた生徒もいた。



(2) 検証授業Ⅱ

ア 単元名 第3学年「関数 $y=ax^2$ 」

イ 単元において生徒に見通しをもたせるための工夫

本時で扱う「二つの図形の重なる部分の面積の問題」は、関数 $y=ax^2$ を学習した後、いろいろな関数の教材として多くの教科書で扱われている。2時間扱いの授業とし、第1時は右の問題を表、式、グラフを用いて、二つの図形の重なる部分の面積の変化の様子を調べ

次の図のように、台形 ABCD と長方形 EFGH が直線 l 上で並んでいま

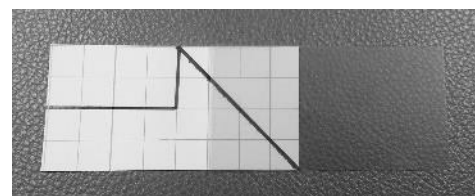
す。長方形を固定し、台形を矢印の方向に辺 AB と辺 EF が重なるまで移動します。FC = x cm のときの 2 つの図形が重なる部分の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、 x と y の関係を式に表しなさい。

る。その活動において、「表、式、グラフを用いる」、「図形を部分で分ける」、「場面を動的に捉える」、「変域を用いて場合分けする」、などを生徒から意図的に引き出したり、教師が提案したりして、見通しをもたせて問題解決できるようにする。

第2時の本時では、前時の問題で移動させた台形と異なる図形を自ら考え、二つの図形の重なる部分の面積の変化の様子を調べる。多様な考えを引き出すとともに、式で表すことが困難な場合であっても、これまで学習してきた表やグラフを用いて変化の様子を調べることができることに気付かせたい。また、この経験により、表やグラフの有用性を実感するとともに、関数の理解をより豊かにすると考えた。前時の一連の数学的活動の経験が本時において、問題を考えるときに見通しをもつ手だてとなる。

ウ 本時において生徒に見通しをもたせるための工夫

- ・ 導入時に既習の考え方を提示し、振り返らせる
- ・ 図形の変化を動的に捉え、考えることができるようにするため教具を利用する
- ・ 問題解決に取り組ませる始めの段階で結果を予想させ、問題解決に必要な手だてを記述させる



エ 展開

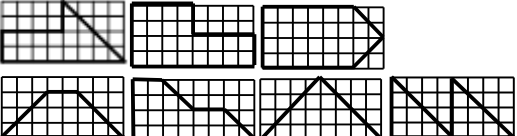
(ア) 本時の目標


- ・ いろいろな事象の中にある関数関係を、表、式、グラフを用いて考察し表現することができる。
- ・ 既習の考え方を基に統合的・発展的に関数関係を考察することができる。

(イ) 本時の展開

(【★】は本時において生徒に見通しをもたせるための工夫)

時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準
導入 5 分	T : 前回の授業では何をしましたか。 S : 二つの図形を重ねてできた部分の面積について考えました。 T : どのように考えましたか。 S : 表、式、グラフを用いて考えました。	<ul style="list-style-type: none"> ・ 指名した生徒の前時の授業ノートを書画カメラで映し、全体で確認する。 ・ 前時の活動で有効な考え方を黒板に提示し、本時の授業でも使うことを促 	

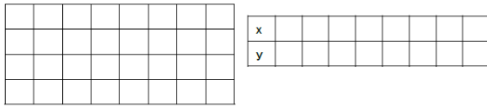
	<p>S：図形を実際に動かして考えました。</p> <p>S：四角形と三角形に分けて考えました。</p> <p>T：今、皆さんが挙げてくれた考え方を今日の授業でも上手にを使って考えよう。</p> <p>T：今日は、長方形と重ねる図形を変えて、重なった部分の面積の変化の様子について調べてみましょう。</p>	<p>し、見通しをもたせる。【★】</p> <ul style="list-style-type: none"> 面積の変化の様子を捉えるのに表、式、グラフのそれぞれのよさについて確認する。 ワークシートを配布する。 	
<p>展開 35分</p>	<p>問題：自分の考えた図形を x cm 移動させたとき、長方形と重なる部分の面積 y cm² の変化の様子について調べ、数学的な表現を用いて説明しよう。ただし、考える図形は直線で囲まれた図形とし、斜めの線はマス目の対角線となるもののみとする。</p> <p><自力解決 15分></p> <p>T：まず自分で図形を考えてください。</p> <ul style="list-style-type: none"> ワークシートに自分で考えた図形をかく。 <p>T：図形ができたなら何を使って考察するか、重なる面積はどのように変化しそうか、見通しを立ててください。考察し、考えがまとまったら、数学的な表現を用いた説明をワークシートに書きましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 見通しを立て、考察し、説明を記入する。 <div style="border: 2px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px;"> <p>【予想される生徒の反応】</p>  <ul style="list-style-type: none"> 教具を使って、具体的に 1cm 移動したときに重なる面積を求め、グラフに座標をとる。 教具を使って 1cm ずつ移動したときに重なる面積を求め、表に表す。 図形を部分的に分けて、それぞれの図形の面積を求め、式に表す。 </div> <p><学習内容を共有し、深める 20分></p> <p>T：皆さんが考えた図形で重なる面積の変化の様子を全体で確認していきましょう。</p> <p>T：皆さんが考えた図形で重なった部分の面積の変化の様子を調べて、どのようなことが分かりましたか。</p> <p>S：いろいろなグラフがくっ付いている。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 直線で囲まれた図形であることと斜めの線の扱いを確認し、問題を提示する。 4cm×8cm の画用紙を配布する。 必要があれば、電卓を使ってもよいことを伝える。 結果を予想させ、問題解決に必要な手だてを記述させる。【★】 前時で用いた教具を配布し、それを用いて考えてもよいことを助言する。【★】 机間指導し、既習の言葉を使い、数学的な表現を用いるように助言する。 小数の座標がグラフ上で正確にとれない場合は、およその値をとるように助言する。 教師が生徒を指名し、発表用の用紙を配る。 六～八つの考えた図形を黒板に提示する。 重なる図形が台形（斜線部分）の場合式に表すことは難しいが三角形と四角形に分けて考えられることに触れ <p>・二つの図形の重なった部分の面積の変化の様子を、表、式、グラフを用いて考察し表現することができ。（数学的な見方や考え方）</p>	

	<p>S : 重なる図形が三角形だと面積がだんだん増えていて、四角形だと一定に増えている。</p> <p>S : 三角形の図形が重なるときはグラフが曲線(放物線)になっている。</p> <p>S : 四角形の図形が重なるときはグラフが直線になっている。</p> <p>T : なぜ重なる図形が三角形のとき放物線で長方形の場合は直線になるのでしょうか。</p> <p>S : 三角形は図形が移動すると、縦の長さも横の長さも変わる。長方形は横の長さだけが変わる。</p> <p>S : 三角形は底辺と高さで変数が二つあって、長方形では変数が底辺の一つだけだ。</p>	<p>る。また、グラフが放物線になることも触れる。</p> <p>例. </p> <ul style="list-style-type: none"> 考えた図形とグラフに着目させ、重なる図形が三角形の場合は放物線、長方形の場合は直線になることに気付かせる。 生徒が分かったことを板書する。 重なる部分の図形の面積を求める式に着目させ、三角形のときは底辺と高さの二つの変数があることに気付かせる。 	
<p>ま と め 10 分</p>	<p>T : 今日の授業で分かったことは何ですか。</p> <p>S : 重なる図形によって変化の様子が違った。</p> <p>S : 式に表せないけどグラフに表すことができた。</p> <p>S : 変数が一つだと直線、変数が二つだと放物線になる。</p> <p>T : それではまとめましょう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 式に表せなくても変化の様子をグラフで表すことができることを確認し、グラフの有用性に気付かせる。 まとめを板書し、ワークシートに書かせる。 	
<p>【まとめ】</p> <ul style="list-style-type: none"> 重なる図形によって、面積の増え方に特徴がある。(三角形なら放物線、平行四辺形なら直線になる。ただし、台形は形によって放物線または直線になる。) 関係を式で表せなくても、表やグラフを用いることで変化の様子を捉えることができる。 			
	<p>T : 今日は見通しをもってから考えを深めてもらいましたが、この“見通しをもつ”ことでどのような効果がありましたか。ワークシートに記入してください。</p> <p>T : 日常の生活の中でも、伴って変わる二つの変数に着目し、いろいろな関数関係にあるものを見付けることができます。そのようなとき、表、式、グラフを使うことで、変化の様子や傾向を読み取ることができることを覚えておきましょう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 見通しをもつという活動について振り返らせ、ワークシートに記入させる。 	

(ウ) ワークシート（一部抜粋）

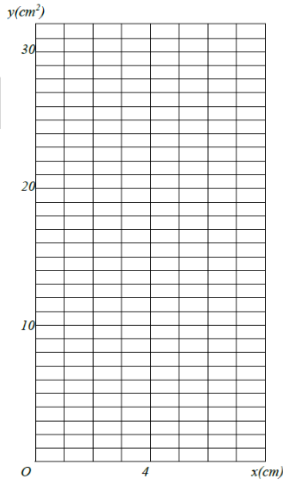
問題 自分の考えた図形を移動させたとき、長方形と重なる部分の面積の変化の様子について調べ、数学的な表現を用いて説明しよう。ただし、考える図形は直線で囲まれた図形とし、斜めの線はマス目の対角線となるもののみとする。

【自分の考えた図形】



見通し（何を使って考察するか、重なる面積はどう変化しそうか）

【説明】



生徒が自ら考えた図形を移動させたとき、長方形と重なる部分の面積が、時間とともにどのように変化するかを調べる方法と結果を予想させ、見通しを記入させた。また、表、式、グラフのどの方法を用いてもよいように、表の枠や座標平面を準備した。

オ 考察

(ア) 生徒に見通しをもたせるための工夫は適切であったか。

本時の導入で「表、式、グラフを用いる」、「図形を部分で分ける」、「動的に捉える」など前時に学習した有効な考え方を提示することで、問題解決の見通しを立てる際に役立てる生徒がいた。また、教具を用いることで、手元で操作しながら変化の様子を動的に捉えるのに適切であった。

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1	4	8	12	16	20	24	28

見通し（何を使って考察するか、重なる面積はどう変化しそうか）
この図形を三角形と長方形に分けて考えたとき、三角形の部分が重なったらそこから4 cm²ずつ増えそう。



(イ) 生徒が自ら課題を発見し、解決しようとしたか。

本時の教材のように生徒が自ら図形を考えることで、自分の問題として捉え、課題に主体的に取り組むことにつながった。

一方で、自由に考えられる分、教師は生徒の習熟度に応じて問題の条件を定めておく必要があった。式化できない図形において、教具を用いて表とグラフに表し、解決しようとする姿が見られた。

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1	4	7	10	13	16	19	20

見通し（何を使って考察するか、重なる面積はどう変化しそうか）
点対称な図形に1つだけあって、 $0 \leq x \leq 4$ については、 x が増加したときの y の増え方を調べれば、 $4 \leq x \leq 8$ については、 y の増え方を反対にすればいい。

(ウ) 生徒が自分の考えを数学的に表現することができたか。

見通しをもつことで、「説明を書くために前もって、情報を整理することによってまとめやすかった。」などの生徒の記述があり、自分の考えを論理的に表現する上で効果的であった。ワークシートに表、式、グラフをかかせるスペースを作ることで、生徒が表、式、グラフを相互に関連させながら数学的に表現することができた。

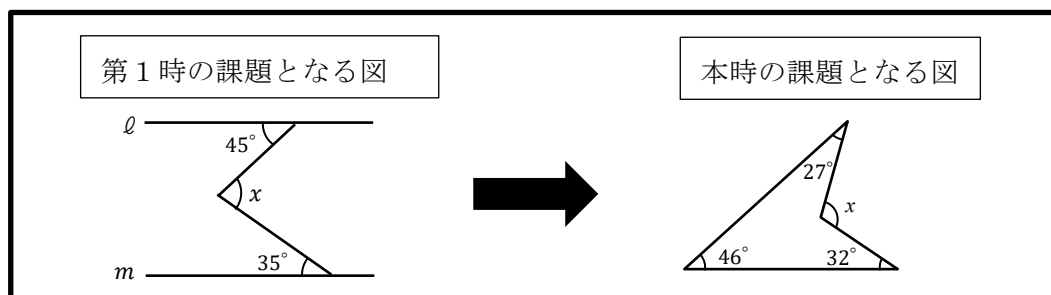
(3) 検証授業Ⅲ

ア 単元名 第2学年「平行と合同」

イ 単元において生徒に見通しをもたせるための工夫

本教材を選んだ理由は主に以下の2点である。

- ・ 解決の方法が多様であるため、生徒が主体的に取り組むことができる。
- ・ 既習事項を問題解決の見通しに利用できるという実感を、生徒がもつことができる。

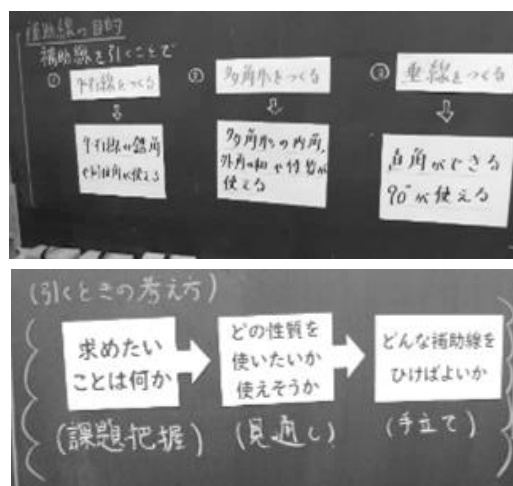


第1時の課題は、様々な補助線によって角度を求めることができるので、生徒が取り組みやすく考え方が多種多様になりやすい。また、見通しをもたずに引いた補助線でも、ほとんどの場合この課題は解決することができるので、多くの生徒が自ら補助線を引き、答えに辿り着くまで取り組むことが期待できる。また、考え方の多様さから、「他の補助線を試してみたい」と主体的な姿勢も期待できる課題である。何のために補助線を引くのか、根拠を明らかにして説明させることで、次時の問題解決のための見通しにつなげることができるよう丁寧に指導する。

本時の課題となる図は、第1時の課題の2直線が平行ではなく、交わるようにしたときにできる図(くさび形)を考える。第1時の図と、第2時の図の関連性をもたせることで、第1時にまとめた補助線を引くための目的や補助線の引き方を使えるかもしれないという見通しを生徒にもたせ、課題に取り組ませる。このことで、見通しをもって課題を解決することができたという実感を生徒にもたせることができると考えた。本時では特に、生徒が見通しをもって補助線を引き、主体的に問題解決に取り組むことができるかに注目し、検証授業を行った。

ウ 本時において生徒に見通しをもたせるための工夫

- ・ 既習事項を画用紙にまとめ、生徒が常に見ることができる状態にする。
- ・ 補助線を引く目的をまとめ、図で表すことにより視覚的に分かりやすく理解させる。
- ・ 第1時でまとめた「○○の性質を使いたいから、□□の補助線を引く」という見通しを意識させた言葉で自分の考えを表現させる。



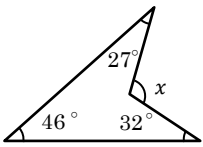
エ 展開

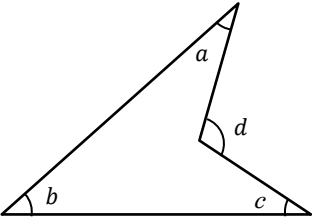
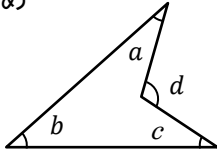
(7) 本時の目標

- ・ くさび形の角の関係を数学的な表現を用いて説明することができる。
- ・ 既習の考え方を基に統合的・発展的に角の関係を考察することができる。

(イ) 本時の展開

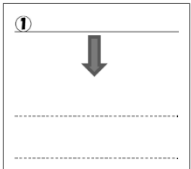
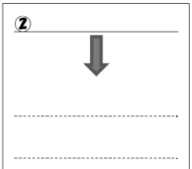
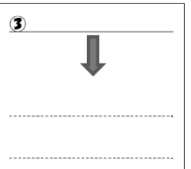
(【★】は本時において生徒に見通しをもたせるための工夫)

時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準
<p>導入 5分</p>	<p>課題の把握</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 既習事項の確認 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p><既習事項></p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 一直線は 180° ・ 三角形の内角の和は 180° ・ 多角形の内角の和は $180^\circ \times (n-2)$ ・ 多角形の外角の和は 360° ・ 三角形の一つの外角は、それととなり合わない二つの内角の和に等しい ・ 対頂角は等しい ・ 2直線が平行ならば同位角・錯角は等しい </div> <p>T：補助線を引くときのポイントは何だったでしょう。</p> <p>S：何のために補助線を引くか、見通しをもって、補助線を引くことです。</p> <p>S：補助線を引く目的と補助線の引き方はどんなものがありましたか。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>[補助線を引く目的] ※第1時の授業のまとめより</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 平行線をつくる ➡ 平行線の同位角や錯角が使える ② 三角形(多角形)をつくる ➡ 三角形(多角形)の内角や外角の性質が使える ③ 垂線をつくる ➡ 直角(90°)が使える <p>「補助線の考え方」※第1時の授業のまとめより</p> <p>求めたいことは何か(課題把握)</p> <ul style="list-style-type: none"> ➡ どの性質を使いたいのか、使えそうか(見通し) ➡ どんな補助線を引けばよいか(手だて) </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0; text-align: center;"> <p>本時の目標：くさび形の角の関係を調べてみよう。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 画用紙に図と言葉と式を書いて、生徒に発言させ、黒板に貼って確認をする。【★】 <ul style="list-style-type: none"> ・ 補助線を引く目的と補助線の引き方について復習する。【★】 	
	<p>課題1) 次の図の $\angle x$ の大きさを求めなさい。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 図の提示 <div style="text-align: center;">  </div>		

<p>展 開 40 分</p>	<p><自力解決 10分><グループ活動 8分> <発表 10分></p> <ul style="list-style-type: none"> ・1班ずつ順番に発表をしていき、前の班と違うものを出すようにする。発表する生徒も毎回違うようにして、全員が発表できる場を作る。 <p>【予想される生徒の考え(一部)】</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・自分の考えを説明するときに、なぜその補助線にしたのか、どの図形の性質を使いたいのかを示すように声をかける。【★】 	<ul style="list-style-type: none"> ・既習の内容に帰着させて考えを深めることができる。(数学的な見方や考え方)
<p>T: 様々な考え方が出ましたが、何か気が付くことはありませんか。</p> <p>S: 内側の三つの角をたしたものが$\angle x$と等しくなります。</p> <p>T: そのようですね。それでは、説明してみましょう。</p>			
<p>課題2) 次の図で$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$ が成り立つことを説明しなさい。</p>			
<p>・図の提示</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center;">  </div> <p><自力解決 5分><ペア学習 2分><全体共有 5分></p> <ul style="list-style-type: none"> ・課題1で出した考え方を黒板に貼っておき、一人で取り組むのが難しい生徒も取り組めるようにする。 			
<p>ま と め 5 分</p>	<p>T: くさび形では、次のような角の関係が成り立つことが分かりましたね。</p> <div style="border: 2px solid black; border-radius: 20px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">まとめ</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  <div style="text-align: center;"> <p>左図で</p> <p>$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$</p> <p>が成り立つ</p> </div> </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・授業の振り返りを記入する。 		


(ウ) ワークシート (一部抜粋)
 <第1時>

補助線の目的
 補助線を引くことで・・・

①  ②  ③ 

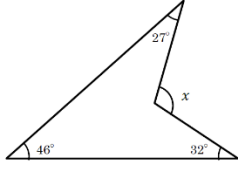
☆そのための補助線の引き方は、
がある。

【補助線を引くときの考え方】



第1時のワークシートにおいて、補助線を引くための目的や補助線の引き方についてまとめ、第2時で見通しをもたせることにつなげた。

<第2時>



.....の性質をつかうために、
となる補助線を引いた。

オ 考察

(ア) 生徒に見通しをもたせるための工夫は適切であったか。

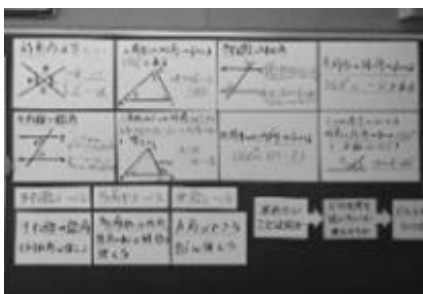
問題解決の際に、既習事項である図形の性質と前時に行った補助線の引き方についてまとめたパネルを見ながら、問題解決に取り組む生徒の姿が見られた。また、問題解決に取り組ませる始めの段階で結果を予想させ、問題解決に必要な手だてを記述させることによって、「三角形の内角・外角の性質を使いたいから、線を延長させる補助線を引いた」など、補助線を引く目的や期待する効果を明確にして、問題解決に取り組んでいる生徒の姿が見られた。

(イ) 生徒が自ら課題を発見し、解決しようとしたか。

見通しをもつことで、新たな図になっても、既習の考え方を利用できることに実感を持ち、生徒が自ら問題解決の手だてを考えることができた。また、その実感が、与えられた課題だけではなく、「他の問題でも解けそうだ」という次の学びに向かう姿にもつながった。ワークシートの記述からは、ただ補助線を引くことで終わらずに、補助線を引くことの有用性について追求している姿も見られた。

(ウ) 生徒が自分の考えを数学的に表現することができたか。

自分の考えを説明する際に、求めるために利用した図形の性質や補助線の説明を、図や式、言葉を用いて、より具体的に表現することができていた。このような姿が見られたのは、第1時にまとめた補助線を引くための目的と補助線の引き方から見通しをもつことができ、問題解決のための手だてが明確になり、自分の考えを表現しやすくなったからであると考えられる。



VI 研究の成果

本研究では、単元や一単位時間の授業において、生徒が自ら課題を発見し、解決することができ、自分の考えを数学的に表現するためには、授業の中で生徒に解決の見通しをもたせる指導が必要であると考え、検証授業を行ってきた。その結果、次のような成果を得た。

1 生徒が自ら課題を発見し、解決するようになった

単元を通して、見通しをもたせるために、問題解決に有効な考え方を取り上げ、整理させることで、新たな課題に取り組むとき、自ら学習内容を振り返りながら問題解決をしようと意欲的に取り組むようになった。また、一単位時間の導入段階で、解決の方法や結果を予想させるなどの見通しをもたせることによって、解決に向けた課題を自ら発見し、解決しようとする姿が見られた。さらに、生徒が経験した問題解決の過程や問題解決に用いた考え方をまとめることにより、より発展的な内容を取り扱う次時の授業において生徒が自ら見通しをもって、問題の解決に取り組めるようになった。

2 生徒が主体的に自分の考えを数学的に表現するようになった

単元や一単位時間の授業において、見通しをもたせる指導をすることによって、目的意識をもって課題の解決に取り組み、主体的に自分の考えを数学的に表現するようになった。また、見通しをもたせることで、生徒が問題解決に必要なことがらを明確にし、課題に取り組むようになった。さらに、生徒が自ら考えた図形を新しい課題として取り上げるなどの工夫で、より一層主体的に取り組む、既習事項を統合的・発展的に考察し、多角的に考え表現しようとする姿が見られた。

VII 今後の課題

本研究で明らかとなった課題は、以下のとおりである。

1 生徒が自ら見通しをもてるようにする指導

本研究では、既習事項を振り返らせるなど、意図的・計画的に見通しをもたせるようにした。このような指導を繰り返し、継続的に行うことによって、どのような場面においても、生徒が自ら意識的に見通しをもつことができるようにする必要がある。

2 生徒を支援するための手だての確立

本研究では、見通しをもたせることに着目して、具体的な手だてを考えた。問題発見・解決の過程でのつまずきは、生徒によって様々である。今後は、生徒がどの段階でつまずいているのかを的確に把握し、つまずきに応じた手だてを確立する必要がある。

3 生徒が主体的に学ぼうとする教材の設定

生徒が数学の学習に主体的に取り組むことができるようになるためには、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することが大切である。本研究では、日常生活や社会の事象及び数学の事象から、既習事項が活用でき、観察や操作・実験を含む教材を選んだ。各単元において、生徒が主体的に学ぶ意欲を喚起させるような教材を今後も追究していく必要がある。

平成 31 年度(2019 年度) 教育研究員名簿

中学校・数学

学 校 名	職 名	氏 名
中 央 区 立 晴 海 中 学 校	主任教諭	中 川 俊 也
台 東 区 立 御 徒 町 台 東 中 学 校	主任教諭	上 田 大 悟
世 田 谷 区 立 梅 丘 中 学 校	主任教諭	◎鈴 木 政 貴
荒 川 区 立 原 中 学 校	主任教諭	幸 花 子
練 馬 区 立 貫 井 中 学 校	主任教諭	山 形 祐 治
足 立 区 立 鹿 浜 菜 の 花 中 学 校	主任教諭	原 靖 之
三 鷹 市 立 第 四 中 学 校	主任教諭	山 口 徹
府 中 市 立 府 中 第 十 中 学 校	主幹教諭	平 田 学
町 田 市 立 小 山 中 学 校	主任教諭	門 長 明
狛 江 市 立 狛 江 第 一 中 学 校	主任教諭	河 埜 亮 一

◎ 世話人

〔担当〕 東京都教育庁指導部指導企画課
指導主事 川村 直也

平成 31 年度 (2019 年度)
教育研究員研究報告書
中学校・数学

令和 2 年 3 月

編 集 東京都教育庁指導部指導企画課
所 在 地 東京都新宿区西新宿二丁目 8 番 1 号
電話番号 (03) 5320-6849