

高等学校

平成 5 年 度

教育 研究 員 研究 報告 書

数 学

東京都教育委員会

平成 5 年度教育研究員（数学）名簿

班	研究テーマ	学 校 名	氏 名
I	身近な事象についての確率的な解釈を通して、数学的な考え方を育てる指導	都立台東商業高等学校 都立葛西南高等学校 都立篠崎高等学校 都立片倉高等学校	逸見幸弘 山下康弘 小澤 彰 中間 均
II	動的な視点から直観力を高め、論理的な力を養う平面幾何の指導－合同変換（回転移動）を通して－	都立井草高等学校 都立北高等学校 都立志村高等学校 都立東高等学校 都立小平西高等学校	佐々木雅人 荻野大吾 栗原卯田子 滝沢 勝 太田重臣
III	パソコンを活用した関数のグラフの指導－パラメータ変化によるグラフの変化・平行移動－	都立練馬高等学校 都立田柄高等学校 都立北豊島工業高等学校 都立拜島高等学校	上内 進 成田宏明 鈴木公平 中村和喜

担当 教育庁指導部高等学校教育指導課指導主事 吉野恒夫

# 主題 学習意欲を高め、数学を活用する態度を 育てる教材の開発及び指導法の工夫

## 目 次

I	身近な事象についての確率的な解釈を通して、数学的な考え方を育てる指導	
1.	はじめに、 2. 研究のねらい	2
3.	研究内容・方法	2
4.	イラスト教材と小テスト	3
5.	小テストに基づいた授業	7
6.	研究の成果	9
7.	まとめと今後の課題	9
II	動的な視点から直観力を高め、論理的な力を養う平面幾何の指導	
	—合同変換（回転移動）を通して—	
1.	はじめに、 2. 研究のねらい	10
3.	研究の方法	11
4.	事前アンケート調査	12
5.	授業実践	14
6.	事後アンケート調査	16
7.	まとめと今後の課題	17
III	パソコンを活用した関数のグラフの指導	
	—パラメータ変化によるグラフの変化・平行移動—	
1.	はじめに、 2. 研究のねらい	18
3.	研究内容・方法	19
4.	指導計画	19
5.	学習指導案	20
6.	パソコンを活用したグラフの授業に関するアンケート調査	22
7.	分析及び考察	23
8.	まとめ	23

# 1 身近な事象についての確率的な解釈を通して、 数学的な考え方を育てる指導

## 1. はじめに

社会の変化に伴って、学校教育においては、生徒一人一人の興味・関心を生かし、個性に応じた教育を推進することが強く求められている。しかしながら、教科学習、とりわけ数学の学習においては、数学的な考え方やそれを活用することのよさに気づく前に、数学の学習をあきらめてしまう生徒が少なくないのが現状である。

本研究ではそのような生徒を対象とし、新教育課程の「数学Ⅰ」の内容の中から「確率」をテーマとして取り上げ、身近な題材を一つの物語にすることを通して、生徒の興味・関心を高め、数学的な考え方やそれを活用することのよさに気付かせる指導法を試みた。

## 2. 研究のねらい

天気予報の降水確率などのように、「～確率」という言葉を耳にすることは多い。また、確率についての詳しい知識をもっていなくても、私たちは「～確率」を身近なものとして感じ、日常の行動を決める際の判断材料としている。このように、確率は日常のいろいろな事象に適用されており、数学の領域の中でも、私達の生活に密接に関連する内容の一つである。そこで、本研究では、新教育課程における「確率」の内容を、身近な学校生活を題材として一つの物語にまとめ、以下のようなねらいを定めて研究した。

- (1) 中学校で学んだ確率の知識をもとに、確率における用語や確率の意味を正しく理解しているかどうかを調査するとともに、確率の用語や意味について正しい理解を図る。
- (2) 「順列」や「組合せ」の知識を用いない説明を試みる。
- (3) イラスト入りの教材を作成し、平易な解説を工夫して「確率の基本性質」、「和事象」、「余事象」、「積事象」及び「期待値」まで無理なく発展させる。

## 3. 研究内容・方法

- (1) 確率の内容を、学校生活を題材として一つの物語にする。
- (2) 物語を、イラスト入りの教材に編集し、生徒が受け入れやすいように工夫する。
- (3) イラスト入りの教材を使用して内容を把握させ、小テストを実施して誤答を分析する。
- (4) 小テストの結果をもとに、物語に沿って平易な解説をつける。

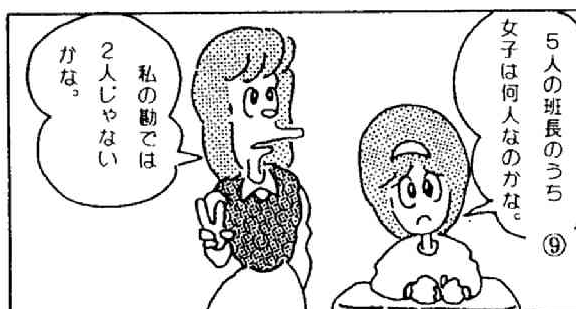
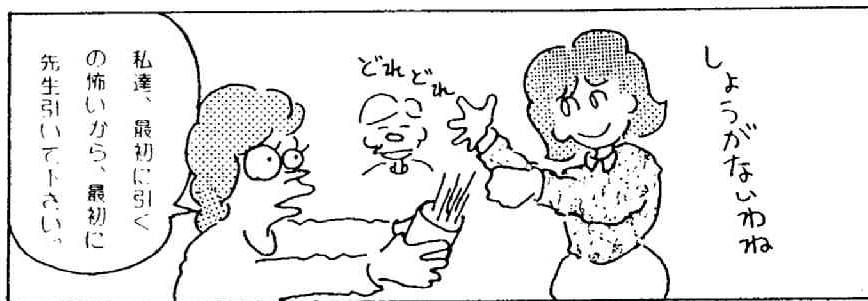
4. イラスト教材と小テスト



	男子	女子
1班	6人	0人
2班	4人	2人
3班	3人	3人
4班	3人	3人
5班	2人	4人
計	18人	12人

班分けは、このように決まったから、各班それぞれ班長1人、副班長2人を決めてね。





<小テスト>

イラストを読んで次の設問に答えて下さい。

- 問題1 (1) ①の彼の言っていることは、正しいと思いますか。どちらかに○を付けて下さい。  
正しい・正しくない (理由 )
- (2) ②の彼の言っていることは、正しいと思いますか。どちらかに○を付けて下さい。  
正しい・正しくない (理由 )
- 問題2 (1) ③のコマの3人の決め方は公平な決め方であると思いますか。どちらかに○を付けて下さい。  
・アミダクジ 公平・公平でない (理由 )  
・クジ引き 公平・公平でない (理由 )  
・サイコロ 公平・公平でない (理由 )
- (2) あなたは、クジを引くとき何番目が有利だと思いますか。○を付けて下さい。  
1番目・2番目・3番目・4番目・5番目・6番目・何番目でも同じ
- (3) あなたは、漫画のようにサイコロで決めるとき何番目が有利だと思いますか。○を付けて下さい。  
1番目・2番目・3番目・4番目・5番目・6番目・何番目でも同じ
- 問題3 ④で先生が班長か副班長を引く確率を求めて下さい。( )
- 問題4 ⑤で1班の班長が男子である確率を求めて下さい。( )
- 問題5 ⑥で1班の班長が女子である確率を求めて下さい。( )
- 問題6 ⑦で班長が全員男子になる確率に最も近いのは、次のうちどれですか。○を付けて下さい。  
5%・25%・50%・75%・95%
- 問題7 ⑧で少なくとも1人の女子が班長になる確率に最も近いのは、次のうちどれですか。○を付けて下さい。  
5%・25%・50%・75%・95%
- 問題8 ⑨で5人の班長の中で、女子は何人位になるとと思いますか。○を付けてください。  
0人・1人・2人・3人・4人・5人

小テストの正答率・誤答分析（K高校、S高校）

問題	領域	正答	正答率	誤答例
1	(1) 確率の意味	正しくない	42%	100%中50%は半分だからどちらともいえない。 51%なら分かる。 曇りとか雨がある。 天気予報でしか分からない。
	(2) 確率の定義	正しい	100%	
2	(あみだくじ)	公平	82%	引く人によって確率が違う。 線の書き方によって違う。
	(1) (くじびき)	公平	76%	最初の3人で当たってしまうことがあるから。 後の方が不利だから。 引く人によって確率が違うから。 最後が自動的に決ってしまうから。 絶対に1回で決まるから最初に引いてしまえば不利。 最後の方が人が確率が高くなる。
	(サイコロ)	不公平	31%	
	(2) くじを引く確率	何番でも同じ	60%	1番、6番、3番、4番 (多い順に)
	(3) くじを引く確率	6番目	24%	何番でも同じ、3番、1番、2番
3	和事象	$\frac{1}{2}$	59%	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$ % $\frac{2}{5}$
4	基本性質	1	82%	$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ 6
5	基本性質	0	82%	$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{6}$
6	独立試行と確率	5%	8%	25%、75%、50%
7	余事象と確率	95%	2%	25%、75%、50%、5%
8	期待値	2人	57%	3人、1人、4人、0人



## 5. 小テストに基づいた授業

### 1. 確率の定義

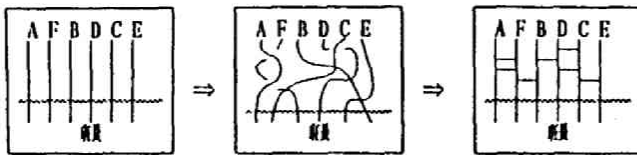
(1) 確率を考える時、大事なことは、それぞれの事柄が「同じ程度に起こりやすいかどうか」の判断である。その判断がまちがっていれば、得られる数値は何の意味ももたない。  
 この場合、天候には様々な要素（例として、気圧配置、気温etc.）があり、単純に晴れるか、晴れないかのどちらかとは言えない。（同じ程度に起こらない。）  
 よって「50%の確率で晴れ」は「正しくない」。

(2) G人のうち、必ず誰かが班長になる。その確率は  $\frac{1人}{班全員} = \frac{1}{G}$  となるので「正しい」。

n種類の事柄のうち、特定のk個の事柄が起こる確率は  $\frac{k}{n}$  と定義される。

### 2. 公平な決め方

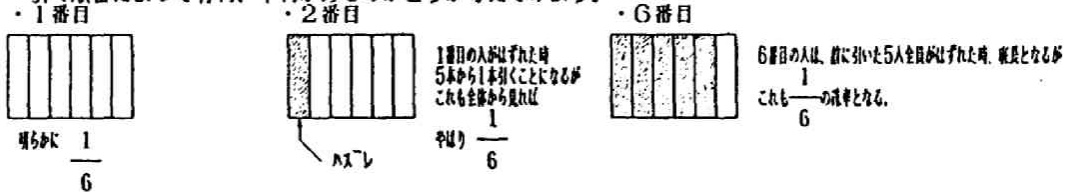
<アマダクジ>  
 G人がそれぞれ1ヶ所を選び、ある場所が班長となるのだから確率は  $\frac{1}{G}$  で公平である。



アマダクジは、ひものクジを何回も交差させて作ったクジと同じである。

<クジ引き>

引く順番によって有利、不利があるのかどうか考えてみよう。



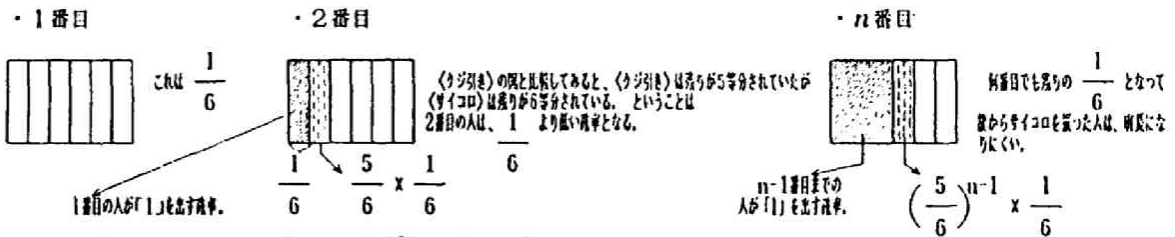
何番に引いても、班長となる確率は全く同じであり、公平な決め方である。よく考えてみれば、クジ引きも1人1人がすぐ結果を見ないで、G人同時に結果を見れば「アマダクジ」と同じ。

<サイコロ>

この場合の条件は、「最初に1の目を出した人が班長」になること。結論は、この条件のもとでは公平でなく、先にサイコロを振った人が班長になりやすい方法である。

なぜそうなるのか考えて見よう。

この方法は誰かが「1の目」を出したら決定。G人全員が「1の目」を出さなければ、2巡目となりいつ決定されるかわからない。



この方法は公平ではない方法。ただしサイコロが公平でないのではなく、この条件では公平でないということである。

### 3. 班長または副班長になる確率

G本のくじのうち、班長が1本、副班長が2本入っている。G本のうちから3本当たりとなるので  $\frac{3}{G} = \frac{1}{2}$  となる。

又、班長、副班長になる確率はそれぞれ  $\frac{1}{G}$ 、 $\frac{2}{G}$  である。G人が1本ずつくじを引くので、当然どちらかにしかなく、

班長または副班長になる確率は

$$\frac{1}{G} + \frac{2}{G} = \frac{3}{G} = \frac{1}{2} \text{ とも考えることができる。}$$

[ A, B 2つの事柄が、同時に起こりえない時(排反という。)  
 「AまたはB」の起こる確率 = 「A」の起こる確率 + 「B」の起こる確率  
 が成り立つ。 ]

#### 4. 1班の班長が男子である確率

6人全員が男子なのだから、班長が男子となるのは、 $\frac{6}{6} = 1$  となる。

このように「必ず起こる確率は1」である。ということは、確率が1を超えることはない。この「1」は「100%」, 「10割」等の表し方もある。必ず起こる事を強調して「120%確実に起こる。」という表現は数学的にはまちがいである。

#### 5. 1班の班長が女子である確率

1班には女子が1人もいないのだから  $\frac{0}{6} = 0$  となる。

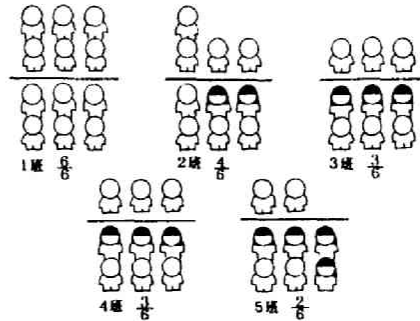
このように、「絶対起こらない確率は0」である。よって、確率が0より小さくなることもない。

4と5から、どのような事柄の確率も 0以上1以下となる。(0 ≤ 確率 ≤ 1)

$$\left[ \begin{array}{l} P\{U\} = 1 \\ P\{\varnothing\} = 0 \end{array} \quad 0 \leq P(A) \leq 1 \right]$$

#### 6. 全ての班長が男子

各班ごとに班長を決め、5人を選ぶ。それぞれの確率は、各班の男子の人数が異なるので、その結果は右の図の通り。それぞれの班の確率は、他の班とは全く関係がなく、独自に決められる…「独立な事象」という。よって、全ての班長が男子となるのは、各班の確率をかけたものである。



$$\text{式} \quad \frac{6}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{18}$$

班長全員が男子となるのは約5.6%であり、確率的には約18回に1回程度起こることである。

#### 7. 女子の班長が少なくとも1人選ばれる

6の問題で「班長5人全員が男子」ということは、「女子の班長が1人もいない(0人)」と同じことである。右図で表してみると、



「女子が少なくとも1人」ということは、この場合「女子が1人でも、2人でも、3人でも、4人でもよい。」と同じ意味である。

図より、この確率は右の部分である。そして、「女子0人の確率」+「女子が1人でも2人でも3人でも4人でもよい確率」=1より、「全体」から「全ての班長が男子(女子0人)の確率」を引いたものが「少なくとも1人、女子の班長となる確率」となる。

$$\text{式} \quad 1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18} \quad (\text{約}94.4\%)$$

女子の班長が選ばれるのは約94.4%であり、ほとんどの場合女子が1人以上選出される。

$$\left[ \begin{array}{l} A \text{の余事象} \cdots A \text{でない事象} (\bar{A}) \\ \text{余事象を利用する確率} \\ P(\bar{A}) = 1 - P(A) \end{array} \right]$$

#### 8. 期待値

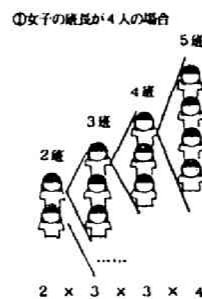
女子の班長は、何人位であることが期待されるのかを考えてみよう。1班に女子はいないので最大1人である。その方法は右の図の通り。

1296通りの内、4人となるのは72通り。最も多いのは2人で504通りである。(計算は略) それぞれの確率は 何通り

で計算することができる。「女子の班長」の期待値は、それぞれの「人数×確率」の和である。

$$\text{式} \quad 1 \times \frac{1}{18} + 3 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{7}{18} + 1 \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{1}{18} = 2$$

平均すると、2人程度 女子の班長がいることが期待される。



判別に

- ①女子の班長が4人の場合
  - ②女子の班長が3人の場合
  - ③女子の班長が2人の場合
  - ④女子の班長が1人の場合
  - ⑤女子の班長が0人の場合
- ①~⑤の合計は1296通り

## 6. 研究の成果

以下の成果を得た。

- (1) 学校生活という身近な題材から物語を作り、一つの流れの中で確率を大局的に説明することができた。
- (2) イラスト化した教材は、生徒の興味・関心をひき、確率の内容を把握させる上で有効であった。
- (3) 生徒は、学校生活という身近なところにも数学の題材があることを発見した。
- (4) 「場合の数」に触れずに確率を指導したため、前段階の知識が不十分な生徒でも取り組むことができた。
- (5) 教材を読んだ後で内容の説明をせずに小テストを行ったが、生徒は、解答を自ら考え、予測するなど積極的に取り組んでいた。

## 7. まとめと今後の課題

- (1) 今回の研究は、「数学の学習をあきらめてしまう」生徒に対し、どのようにアプローチすればよいのか、という問いに対する一つの解答である。
- (2) 「身近な題材」、「教材のイラスト化」、「平易な解説」をねらいの3本の柱として研究に取り組んだが、当初の目的はある程度達成できたと考えている。
- (3) 今回の研究では、「場合の数」には触れずに授業実践を行ったが、年間の指導計画を立案する際には、このような指導の流れも一つの案として考えられる。
- (4) 一つの題材をもとにした確率の学習は、確率的な考え方を大局的に理解するためには有効であるが、個々の単元の応用力を育成する上では不十分な点もある。他の題材の問題演習を行うなどの補充指導が必要である。
- (5) 今回は、実験を取り入れることができなかったが、生徒が自ら考え、実験し、解決していく過程が大切であり、実験は、確率の意味を理解する上で重要である。
- (6) 今回の研究の成果を他の領域の指導にも生かし、生徒の数学に対する苦手意識を少しでもやわらげていくことが今後の課題である。

## II 動的な視点から直観力を高め、論理的な力を養う 平面幾何の指導 — 合同変換（回転移動）を通して —

### 1. はじめに

中学校までの図形の学習を通して、図形が嫌いになる生徒が多数見受けられる。一方、計算や関数は苦手であるが、図形なら得意であるという生徒もいる。このような状況の中で、平成6年度から実施される新学習指導要領では、「数学A」で新たに「平面幾何」が取り上げられており、この機会に、図形指導の在り方を改めて考える必要がある。本研究では、図形の学習が、直観力を高め、論理的および創造的な思考を育てる上で有益である点に着目し、高等学校における図形指導について新しい見方を通して考察する。

### 2. 研究のねらい

1つの問題を視点を変えて解くことにより、いろいろな見方や考え方が身に付き数学に対する理解が深まるとともに、興味・関心や学習意欲が高まると考えている。このような観点に立って、本研究では、合同変換、特に、図形の回転移動を取り上げ、授業実践を試みることにした。この学習を通して、生徒が、いままでのように図形を「静的に見る」だけでなく「動的に見る」ことが可能になり、直観を働かせやすくなるとともに、論理的に考えることが容易になるのではないかと考えたからである。しかしながら、図形の性質は、回転移動だけですべてが説明できるものではない。本研究では、図形の回転移動による「動的な見方」の指導に限定したが、ここでの研究をもとに、生徒が図形を動的に見ることのよさを味わい、自ら進んで図形の性質を考察し、数学を活用する態度を養う上で必要な指導内容・方法についてさらに研究し、授業の中で実践していきたいと考えている。

本研究では以下に示す4つのことを具体的なねらいとした。

- (1) 1年生を対象に、中学校で学習した図形の基本的な知識、特に、回転移動に関する知識及び図形に関する意識を調査し、実態を把握する。
- (2) 新学習指導要領の「数学A」で新しく取り上げられる平面幾何のねらい及び中学校では取り扱わない図形の見方とそのよさについて考察する。
- (3) 回転移動によって図形の性質が見いだせる証明問題を分析し、あらかじめ必要な学習内容を調べ、指導過程を示す。
- (4) (3)に基づいて指導するとき、それによって生じる学習効果を調べる。

### 3. 研究の方法

まず、中学校の新教育課程における平面幾何がどのように取り扱われているかを調べ、その上で次のように研究を進めた。

#### (1) 事前アンケート調査（予備テスト）

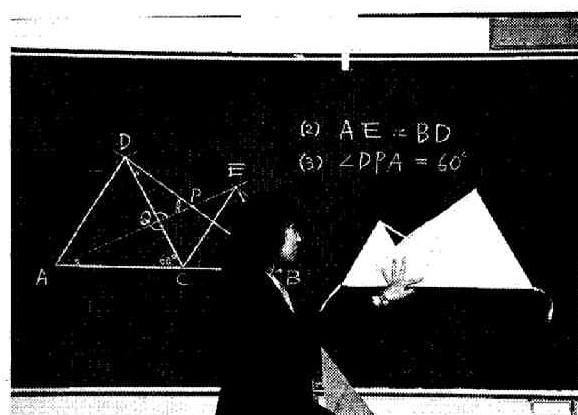
都立高校5校の1年生313名を対象に、事前アンケート調査を実施した。アンケート調査の問題は、平成3年度の開発委員会の資料を参考にして作成した。開発委員会の資料では、生徒が理解の度合いを5段階で評価するものであったが、今回の研究では生徒に問題を解かせ、正解、誤答、無答の3つの区分で集計を行った。特に、今回のテーマである合同変換については、問題を精選し出題した。

指導計画	
平面上の変換	
1 合同変換	
(1) 平行移動	1時間
(2) 対称移動	1時間
(3) 回転移動及び	
合同変換のまとめ	2時間
	(本時)
2 相似変換	2時間

#### (2) 授業実践

平面上の変換は、新学習指導要領の「数学A」で新しく取り上げられた領域なので、学習指導要領及び「数学A」の教科書を参考にして指導計画を立案した。

指導に当たっては、授業用プリントを作成し、指導案に基づいて5校で授業実践を行った。マグネット付きのカラーの板目紙を用いて実際に回転させ、生徒の注目を引くよう教具を工夫した。作図、合同条件を用いた証明、回転移動の性質、回転移動を用いた証明、問題演習、生徒による問題作りの順で指導を展開した。


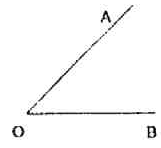
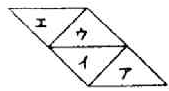
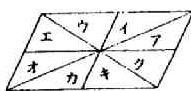
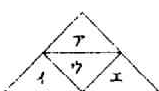
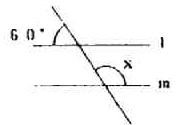
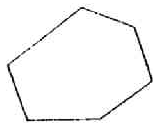
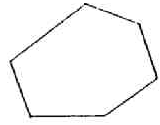
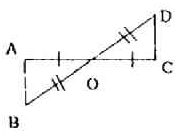
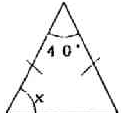
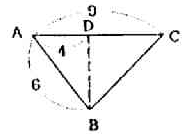
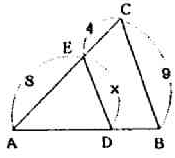
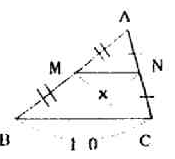
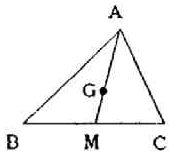
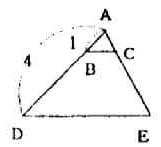
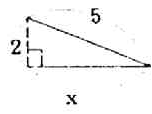
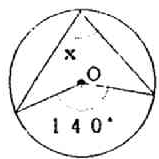
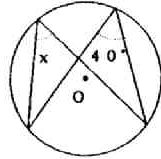
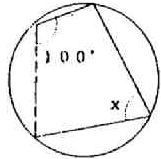
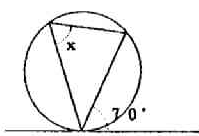


#### (3) 事後アンケート

- ① 回転移動について理解できたかどうかを、具体的な問題を解かせることにより確認した。
- ② 回転移動についての興味・関心、理解に関するアンケートをとり、分析するとともに今後の研究に生かすことにした。

#### 4. 事前アンケート調査 (予備テスト)

この予備テストは、みなさんが中学校で学習してきたことを、どの程度理解しているのかを知り、これから平面図形の学習を進めていく上で参考にするために作られたものです。

<p>① 定規とコンパスを用いて、線分ABの垂直二等分線を作図せよ</p> 	<p>② 定規とコンパスを用いて、<math>\angle AOB</math>の二等分線を作図せよ</p> 	<p>③ 次の図は同じ大きさの直角二等辺三角形を4つならべたものである。平行移動するとAに重なることができる三角形はどれか</p> 	<p>④ 次の図は平行四辺形の対辺の中点どうしを結び、対角線をひいたものである。回転移動するとAに重なることができる三角形はどれか</p> 
<p>⑤ 次の図は同じ大きさの直角二等辺三角形を4つならべたものである。対称移動するとAに重なることができる三角形はどれか</p> 	<p>⑥ 直線 <math>l</math> と <math>m</math> が平行であるとき、<math>\angle x</math> の大きさを求めよ</p> 	<p>⑦ 六角形の内角の和を求めよ</p> 	<p>⑧ 六角形の外角の和を求めよ</p> 
<p>⑨ <math>\triangle OAB</math> と <math>\triangle OCD</math> が合同であることを証明するのに必要な条件を書け</p> 	<p>⑩ 次の二等辺三角形の <math>\angle x</math> の大きさを求めよ</p> 	<p>⑪ <math>\triangle ABD</math> と <math>\triangle ACB</math> が相似であることを証明するのに用いる条件を答えよ</p> 	<p>⑫ <math>BC \parallel DE</math> のとき <math>x</math> の値を求めよ</p> 
<p>⑬ AB, AC の中点をそれぞれ M, N とすると、<math>x</math> の値を求めよ</p> 	<p>⑭ <math>\triangle ABC</math> の重心を G とするとき <math>BM:MC = ( ):( )</math></p> 	<p>⑮ <math>\triangle ABC \sim \triangle ADE</math> で、<math>\triangle ABC</math> の面積が 2 であるとき、<math>\triangle ADE</math> の面積を求めよ</p> 	<p>⑯ 次の図で <math>x</math> の値を求めよ</p> 
<p>⑰ 次の図で <math>\angle x</math> の値を求めよ</p> 	<p>⑱ 次の図で <math>\angle x</math> の値を求めよ</p> 	<p>⑲ 次の図で <math>\angle x</math> の値を求めよ</p> 	<p>⑳ 次の図で <math>\angle x</math> の値を求めよ</p> 

21. 右の図は、同じ大きさの直角二等辺三角形を6つならべたものである。次の問いに答えよ

- ① 平行移動するとAに重なることができる三角形はどれか
- ② 回転移動するとウに重なることができる三角形はどれか
- ③ 対称移動するとエに重なることができる三角形はどれか



【事前アンケート調査についての考察】

平成3年度の開発委員会の資料によると、証明問題については苦手意識を持つ生徒が比較的多いとなっているが、ここでは、設問の仕方を多少変えたために、①～⑳については次のような結果を得た。

- (1) 正解の多かったもの
  - ⑥平行線と角 ⑩二等辺三角形の底角
  - ⑬中点連結定理
- (2) 正解の少なかったもの
  - ⑧多角形の外角の和 ⑪相似条件
  - ⑮相似比と面積比
- (3) 誤答の多かったもの
  - ⑮相似比と面積比 ⑧多角形の外角の和
  - ⑭重心の性質
- (4) 誤答の少なかったもの
  - ⑥平行線と角 ⑬中点連結定理
  - ⑳接弦定理
- (5) 無答の多かったもの
  - ⑪相似条件 ⑧多角形の外角の和
  - ②角の二等分線の作図
- (6) 予想に反してよくできたもの
  - ⑫相似な図形の対応する辺の長さ
- (7) 予想に反してできなかったもの
  - ⑧多角形の外角の和 ⑭重心の性質 ⑮相似比と面積比 ⑩三平方の定理
- (8) 21について

事前アンケート集計結果

番号	正解	誤答	無答
①	229人 (73.2%)	43人 (13.7%)	41人 (13.1%)
②	224人 (71.6%)	34人 (10.9%)	55人 (17.6%)
③	266人 (85.5%)	32人 (10.3%)	13人 (4.2%)
④	255人 (81.5%)	43人 (13.7%)	15人 (4.8%)
⑤	249人 (79.6%)	34人 (10.9%)	30人 (9.6%)
⑥	301人 (96.2%)	10人 (3.2%)	2人 (0.6%)
⑦	238人 (76.0%)	46人 (14.7%)	29人 (9.3%)
⑧	110人 (35.1%)	123人 (39.3%)	80人 (25.6%)
⑨	231人 (73.8%)	35人 (11.2%)	47人 (15.0%)
⑩	279人 (89.1%)	27人 (8.6%)	7人 (2.2%)
⑪	111人 (35.5%)	65人 (20.8%)	137人 (43.8%)
⑫	262人 (83.7%)	32人 (10.2%)	19人 (6.1%)
⑬	277人 (88.5%)	13人 (4.2%)	23人 (7.3%)
⑭	202人 (64.5%)	68人 (21.7%)	43人 (13.7%)
⑮	113人 (36.1%)	156人 (49.8%)	44人 (14.1%)
⑯	204人 (65.2%)	63人 (20.1%)	46人 (14.7%)
⑰	257人 (82.1%)	33人 (10.5%)	23人 (7.3%)
⑱	224人 (71.6%)	50人 (16.0%)	39人 (12.5%)
⑲	253人 (80.8%)	24人 (7.7%)	36人 (11.5%)
⑳	237人 (76.0%)	23人 (7.4%)	52人 (16.7%)

番号	正解	その他
21①	145人 (46.3%)	168人 (53.7%)
21②	18人 (5.8%)	295人 (94.2%)
21③	88人 (28.1%)	225人 (71.9%)

平行移動：横方向の移動は見つけやすいが、斜め方向の移動は見つけにくい。

回転移動：回転の中心が共有する頂点になっているものは見つけやすいが、回転の中心が2つの図形から離れていたり、共有する辺上にあるものは見つけにくい。

対称移動：左右の移動は見つけやすいが、上下の移動は見つけにくい。

5. 授業実践

学習指導案

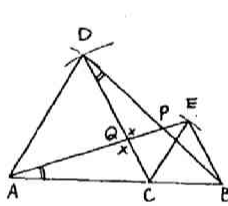
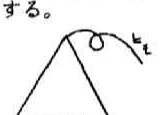
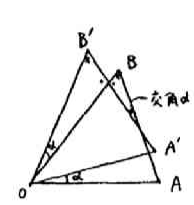
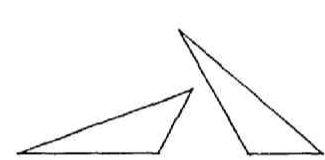
実施科目：数学A（新教育課程・選択科目）

NO. 1

単元：平面幾何・平面上の変換（合同変換）

平行移動→1時間，対称移動→1時間，回転移動→2時間（本時はその1時間目）

本時の目標：中学校で学習した図形の静的な見方に対して、図形を動的にみる見方があることを学習する。動的な見方の1例として回転移動をとりあげ、回転移動の性質を理解する。

項目	時間	内容	学習活動	評価の観点及び留意点
導入	30分	<p>プリント&lt;その1&gt; 線分AB上の1点をCとし、辺AC、CBをそれぞれ1辺とする正三角形ACDと正三角形CBEを同じ側に作り、点DとB、点EとAをそれぞれ直線で結ぶ。</p> 	<p>(1) 作図する。 (2) 辺DBとAEの長さの計量とその関係を考える。 (3) 辺DBとAEのなす角の計量とその関係を考える。 (4) 合同条件を用いた(2)の証明  <math display="block">\begin{aligned} &amp;\triangle DCB \text{ と } \triangle ACE \text{ について} \\ &amp;DC = AC \text{ (正三角形の辺)} \\ &amp;CB = CE \text{ (〃)} \\ &amp;\angle DCB = 60^\circ + \angle DCE = \angle ACE \\ &amp;\therefore \triangle DCB \cong \triangle ACE \\ &amp;\therefore DB = AE \end{aligned}</math>  (5) 三角形の内角の和を用いた(3)の証明  <math display="block">\begin{aligned} &amp;AE \text{ と } DC \text{ の交点を } Q \text{ とし、} \\ &amp;\triangle DQP \text{ と } \triangle AQC \text{ の内角について考える。} \\ &amp;\angle PDQ = \angle CAQ \text{ (合同)} \\ &amp;\angle PQD = \angle CQA \text{ (対頂角)} \\ &amp;\therefore \angle DPQ = \angle ACQ = 60^\circ \end{aligned}</math> </p>	<p>(1) 条件にあった作図を定規とコンパスを用いて正しく書くことができる。(数学的な表現・処理) (2), (3) できあがった図に興味をもって観察し、一定の関係があることを見つけようとする。(数学への関心・意欲・態度) (4) 合同な三角形を見つけ、正しい証明ができる。(数学的な表現・処理) (5) 三角形の内角の和に着目し正しい証明ができる。(数学的な表現・処理) ・着目する三角形を発見できない生徒には、ヒントを与える。</p>
展開I	15分	<p>紐をつけた2つの正三角形(マフネ付き板目紙)を提示する。</p>  <p>証明のもとになった2つの合同な三角形に別に用意した色付き板目紙をあて、どのように移動したら重なるか、これら2つの三角形の位置関係を考える。</p> <p>対応点を表す記号の導入</p> <p>性質をまとめる。</p> 	<p>回転する板目紙をみながら、 ・回転の中心はどこか。 ・回転角が何度か。 ・どの点がどの点に対応するか。をとらえる。</p> <p>記号A→D, E→B</p> <p>点Oを中心とする回転角αの回転でA→Aとする。 ①OA=OA, ②∠AOA=α さらに、B→B'すると ③AB=AB', ④ABとAB'の作る角(交角)はαに等しい。 まとめると、 【1】線分の長さは変わらないことを理解する。 【2】交角は回転角に等しいことを理解する。</p>	 <p>・合同な三角形△ACEと△DCBに、ピンク色の板目紙と、青色の板目紙をあてる。 「合同な三角形」という静的な見方から「回転して重なる三角形」という、動的な見方へ視点を変えてとらえることができる。(数学的な考え方)  (数学Aで実施の場合は既習)  回転移動の性質を予想し、発見しようとする。(数学への関心・意欲・態度)</p>
まとめ	5分	本時のまとめ	<p>図形の動的な見方の1つとして、回転移動があること。 回転移動の性質として、【1】と【2】が重要であること。</p>	<p>回転移動の性質の意味が分かる。(図形についての知識・理解)</p>



## 学習指導案

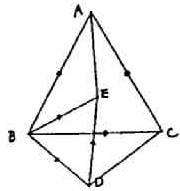
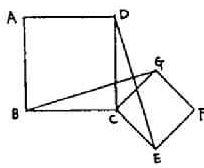
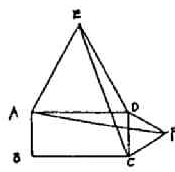
実施科目：数学A（新教育課程・選択科目）

NO. 2

単元：平面幾何・平面上の変換（合同変換）

平行移動→1時間，対称移動→1時間，回転移動→2時間（本時はその2時間目）

本時の目標：回転移動の考え方をを用いて、図形を動的に見ることのよさを味わい、見方を活用できるようにする。

項目	時間	内 容	学 習 活 動	評 価 の 観 点 及 び 留 意 点
導 入	5分	前時の復習	前時に学習した「回転移動」について、【1】線分の長さは変わらないこと、【2】交角は回転角に等しいこと、を確認する。	回転移動の性質の意味が分かる。（図形についての知識・理解）
展 開Ⅱ	8分	プリント<その1>の問題を「回転移動の性質」を用いて証明する。	回転移動の性質を用いた証明： Cを中心とする $60^\circ$ の回転を考える。B→E，D→AよりBDはEAに移る。回転移動の性質よりBD=EA，かつ，BDとEAは $60^\circ$ の角をつくる。	・回転移動の性質を用いた証明を理解させるとともに、この証明法のよさを確認する。  回転移動の性質を整理し、体系的に考えることができる。（数学的な考え方）
展 開Ⅲ	8分	プリント活動 タイプ【1】： 与えられた図形の中で、回転して重なる図形を見つけ、図形の動的な見方に慣れる。 	【1】（1）回転して重なる図形は何と何かを考える。 （2）回転の中心は何か。 （3）回転の角度は。 （4）対応する点はどれとどれか。 	・プリントは生徒の様子に合わせてながら進めていく。  図形の性質や関係を予想し、発見しようとする。（数学への関心・意欲・態度）
	8分	タイプ【2】： 与えられた図形のもつ性質を、図形を動的にみることによってとらえ、それらを証明する。 	AF=CEを証明し、AFとCEのなす角を求める。	簡単な推論について表現することができる。（数学的な表現・処理）
	8分	タイプ【3】： 与えられた図をもとに、問題を作りそれを証明する。	与えられた図形をながめ、その図形のもつ性質をとらえる。それをもとにして、証明問題を作り、それを証明する。	証明や定理の意味が分かる。（理解） 回転の性質と図形の動的な見方を積極的に用いて作問できる。（興味・関心・意欲・知識・理解） 結果を演繹的に確かめることができる。（数学的な考え方）
	8分	タイプ【4】： 回転の考えを用いて、問題を作り、それを解く。	回転の考えを用いた問題を作る。それを解く。	・問題の説明をして、十分な時間を与えるために宿題にする。できた時点で提出するように指示する。
ま と め	5分	合同変換としてのまとめ	回転移動の考え方をを用いて図形を動的に見る見方を学習したこと。形や大きさを変えない図形の移動を合同変換といい、合同変換には他に①平行移動，②対称移動があること。これらを通して見方を変えて図形を調べることができる。	・合同変換のまとめは、具体的なものを通して行う。その際、生徒に例を発表させ、活用する。

## 【授業実践についての考察】

- (1) 作図については、定規やコンパスを用いた作図が中学1年以来的ため、時間のかかる生徒がいた。
- (2) 合同条件を用いた証明は、「合同な三角形の対応する辺の長さは等しい」という条件を用いるものはよくできていたが、交角は生徒にとって難しかったようである。生徒の中には、別証明を考えるなど意欲的に取り組んでいる者が多数いた。
- (3) 回転移動の性質は、直観的にとらえやすくよく理解できていた。また、回転移動を用いた証明では、最初のうちは戸惑いを隠しきれない生徒もいたが、授業を進めていくうちに、回転移動の方が合同条件を用いた証明よりやさしいということをおよ半の生徒は理解したようである。
- (4) 問題演習は、タイプ[1]からタイプ[4]まで問題の意図を明確にして作成し、生徒の理解が深まるように配慮した。タイプ[4]の生徒の問題作りでは、生徒が一生懸命に取り組んだ結果、面白い問題が多数できた。さらに、発展した問題作りに励む者もいた。
- (5) 現行の「数学I」の授業で2時間の授業実践を行ったため、生徒にとってはやや唐突な面もあったようであるが、図形の見方の転換に関しては、十分浸透したと思われる。授業実践後の生徒の感想には、「今までの証明とは違い、回転を考えることにより分かりやすくなった。」とか「見方を変えることによって簡単に解けたことが嬉しかった。」という予想を裏付けるものが数多くあった。その一方で、「どのような時に使えばよいのか分からなかった。」というものもあり、指導の難しさを改めて痛感した。

## 6. 事後アンケート調査（評価テスト）

### 【事後アンケート調査についての考察】

- (1) 授業実践後、回転移動の具体的な問題①～⑤を解かせた。表1はその結果である。この結果、回転移動の基本的な性質は、ほとんどの生徒が理解できたと考えられる。しかし、これらの性質を使って証明する問題は、手がつかない生徒やまちがえた生徒が多かった。
- (2) 「回転移動を用いた証明」についてのアンケート調査では表2のような結果がでた。(ア)

アンケート  
1年( )組( )番氏名

1. 右の図において次の質問に答えなさい。
  - (1) 回転して重なる図形は何と何ですか。
  - (2) 図形の回転の中心はどこですか。
  - (3) 回転の角度は何度ですか。
  - (4) 対応する点は何ですか。  
 →      →
2. 右の図で△ABC、△ECDはいずれも正三角形である。このときAD=BEであることを証明しなさい。
3.

(1) 中学校での図形の証明は好きでしたか。好きな理由、嫌いな理由を書いてください。

(2) 今回の回転移動の考えを用いた証明の学習についてあてはまる項目にいくつでも良いですから○をつけて下さい。  
 (ア) よく理解できた。 (イ) 理解できた。 (ウ) よく理解できなかった。  
 (エ) 理解できなかった。 (オ) 興味ももてた。 (カ) 興味ももてなかった。

(3) 今回の授業の感想があったらどんなことでも良いですから書いてください。

が(イ)の2倍以上いたことは、回転移動を用いた証明が今までの証明に比べて視覚的にとらえやすく、理解しやすかったことを示している。ただし、理解した割に興味をもてなかったという生徒が多かったのは残念であり、この点については、今後も研究を続ける必要がある。

(3) 視覚に訴えるための教材として色画用紙、テープ等を活用したことは、生徒の声にもあったように、理解を助ける上で大いに役だったようである。これをさらに発展させ、コンピュータグラフィック等を用いて、回転移動の様子を実際に確認しながら学習できれば、図形に対する興味をさらに高めることになり理解も深まるであろうと考えられる。

## 7. まとめと今後の課題

実生活において、仮定—論証—結論という流れは至るところで見ることができる。数学においてもこの流れは変わらない。与えられた条件から問題の本質をつかみ結論に達するためには、推論し論証することが必要であり、そのためには洞察力を養う事が大切である。

今回取り上げた変換の考えは、複雑な図形を単純化し、図形の性質を把握する上で有効な方法であり、直観力や洞察力を養う上でも適切な教材である。このことは、事後の評価テストの結果にも現れており、評価テストでは学校間の差があるものの平均して75%の生徒が図形に関する証明をすることができた。生徒の感想にも、視点を変えて考えることの大切さについて述べたものが多かった。

また、今回の研究では、生徒が図形の性質をとらえ、それをを用いて問題を作成するという試みを行ったが、予想以上の成果を得ることができた。このことは、生徒一人一人の興味・関心や能力を生かすとともに、数学を活用する態度を育成する指導を行う上で、大きな示唆を与えている。しかしながら、今回の研究では時間等の制約もあり、生徒の興味・関心を高める指導は十分できたとは考えておらず、このことについて、教材の開発や指導の工夫をしていくことが今後の課題である。

表 1

	正答	誤答	無答
①回転して重なる図形が分かるか	209人 (92.1%)	10人 (4.4%)	8人 (3.5%)
②回転の中心が分かるか	219人 (96.5%)	3人 (1.3%)	5人 (2.2%)
③回転角の大きさが分かるか	208人 (91.6%)	11人 (4.9%)	8人 (3.5%)
④対応する点が分かるか	201人 (88.5%)	15人 (6.6%)	11人 (4.9%)
⑤回転移動をつかった証明ができるか	171人 (75.3%)	33人 (14.6%)	23人 (10.1%)

表 2

(f)よく理解できた	147人 (64.8%)
(i)よく理解できなかった	70人 (30.8%)
(g)興味をもてた	64人 (28.2%)
(r)興味をもてなかった	53人 (23.3%)

人数合計 227名  
表2は複数解答  
下段 (%)

### Ⅲ パソコンを活用した関数のグラフの指導

#### ーパラメータ変化によるグラフの変化・平行移動ー

##### 1. はじめに

近年のコンピュータのハードウェアの発展・低価格化は目を見張るものがある。また、小型コンピュータの高機能化によるダウンサイジングにより、有用なパソコンが、家庭や学校などにも急速に普及してきている。都立高校におけるパソコン教室の設置も、平成4年度で完了した。こうした中で、新学習指導要領においても「生徒の多様化対応」と並ぶ大きな柱として「情報化対応」が打ち出され、教育におけるコンピュータの使用が求められている。数学教育においても、教科書の単元としてコンピュータを扱う他、高校数学全般にわたってコンピュータを積極的に活用することとされている。

そこで、本研究では、コンピュータを数学の授業で活用することを目指し、関数のグラフの指導に視点を当てて、動機付け、展開、まとめという一連の流れの中で、生徒の主体的な思考過程を尊重しながら興味・関心を高め、発見的に学習を引き出していく指導法を研究し、実践した。

##### 2. 研究のねらい

関数の指導は、一般に、定義と基本的性質をおさえた上で、パラメータ変化や平行移動によるグラフの変化へと展開されており、グラフをパソコンで表示することは、関数を視覚的にとらえ、興味・関心を持たせ、楽しさを味合わせる上で有効である。しかしながら、各学校においては、コンピュータが十分活用されていない状況があり、その背景としては、ソフト開発の時間的労力、教員の意識、授業の進度等の問題があげられている。本研究ではこれらの点に着目し、問題点を積極的に克服することを目指した。

具体的な関数の平行移動の指導に当たっては、平行移動の概念を教師からの一方通行ではなく、生徒の発見という形でまとめていくことにし、事例として「2次関数」「三角関数」を扱った。また、他の関数「分数関数」や「整関数」などにも応用できることを念頭において研究を進めた。

### 3. 研究内容・方法

<準備> プリント、パソコン (1人1台)

- (1) 関数の定義と基本形 ( $y = ax^2$ 、 $y = \sin x$ 、 $y = \cos x$ )を確実に理解させる。  
aの値の変化とグラフの関係 (コンピュータ利用)
- (2) 放物線の平行移動については、関数の式を通してグラフを分類させることにより、主体的に学習する態度を持たせる。三角関数については、パラメータとグラフの関係を正しくとらえるためにコンピュータを活用する。
- (3) コンピュータによりスムーズにグラフを表示し、プリントに写させる。
- (4) 生徒一人一人の考えを取り上げることにより、発見・考察の視点を身に付け、数学的思考力を向上させることを目指す。
- (5) 平方完成の式変形の必然性を認識する糸口とし、次節につなげる。
- (6) ソフトウェアの選定には、特に留意する。

今回は4社と自作を合わせ、6種類のグラフ表示用ソフトウェアを比較検討した。

【留意点】 コンピュータを初めて扱う生徒でも十分使用でき、操作が簡単であること。

- ①簡単な入力方法    ②少ない使用キー    ③式の表示    ④手頃な価格

以上の観点から検討した結果、自作ソフト2種を使用することにした。

### 4. 指導計画

(1) 2次関数のグラフ	(4時間)	
① 2次関数とは	(0.5時間)	
② $y = ax^2$ のグラフ	(0.5時間)	
③ 2次関数のグラフ	(2時間)	(指導案)
④ 演習及び確認テスト	(1時間)	
(2) 三角関数のグラフ	(4時間)	
① 三角関数とは	(0.5時間)	
② $y = \sin x$ $y = \cos x$ のグラフ	(0.5時間)	
③ 三角関数のグラフ	(2時間)	(指導案)
④ 演習及び確認テスト	(1時間)	

## 5. 学習指導案

### 1. 指導単元「二次関数のグラフ」

(1) 2時限目 パソコンを用いていろいろな二次関数のグラフをかき、特徴を発見させる。

	指導内容	指導上の留意点	評価の観点
導入	パソコンの操作方法を説明する。 例として、 $y=x^2$ 、 $y=2x^2$ のグラフをパソコンで描いて示し、前時に学んだグラフと一致することを確認させる。	$y=x^2$ ……㉓、 $y=2x^2$ ……㉔を基本のグラフとし、後述のグラフとの比較に用いる。	
展開	2次関数の式を10例示し、パソコンを用いてグラフを描かせる。描いたグラフをプリントのグラフ用紙に写し取らせる。  5問目以降のグラフをプリントで配布し、パソコンで描いたグラフと一致する事を確認させる。	軸、頂点、y切片等を考えて書き写すことを注意させる。 初めの4問は全員が書き写す時間をとり、5問目以降は生徒の進度に合わせて作業をさせる。	進んでパソコンを用いて作業をする。  軸、頂点を理解し正確にグラフを写し取ることができる。
閉	描いたグラフに共通点を持つものがないか考えさせ、グループ分けをさせる。  どのように分類したか発表させる。  同一グループのグラフを、パソコンを用いて重ね書きさせ、共通点を確認させる。	グループ分けの基準、共通点を明確にさせる。 グループの数は指定しない。  発表された答を説明し、他の生徒にも理解させる。また、他の分類はできないか考えさせる。  進度の早い生徒には、グラフと式の関係についても考えさせる。	グラフの特徴を発見し、言葉で表現することができる。
まとめ	次回、グラフの特徴が、式にどのように表現されているか考えることを予告する。		

(2) 3時限目 二次関数のグラフと式の関係を発見させる。  
グラフの平行移動について理解させる。

	指導内容	指導上の留意点	評価の観点
導入	前時の生徒の分類の基準、グラフの共通点を確認し式の特徴について考えさせる。	2次の項の係数の違い等、できるだけ簡単な例を扱う。	
展開	y軸が軸となる放物線のグループをパソコンを用いて重ね書きさせ、式の特徴を発見させる。  $y=ax^2+q$ のグラフの特徴を理解させる。 $y=ax^2+q$ のqの値とグラフの関係について理解させる。	発見できない生徒には、 $x^2$ の係数を固定し、重ね書きの画面の式と類似した式のグラフを他に2～3描かせ、発見できるように導く。  初めは、生徒が用いた表現をできるだけ使い、基本とした $y=x^2$ ……㉓、 $y=2x^2$ ……㉔との比較を考えさせるなかで、平行移動を理解させる。	式の規則性を見出すことができる。  グラフと式の間関係を理解することができる。
閉	x軸に接する放物線のグループをパソコンを用いて重ね書きさせ、式の特徴を発見させる。  $y=a(x-p)^2$ のグラフの特徴を理解させる。 $y=a(x-p)^2$ のpの値とグラフの関係について理解させる。	同様に、発見できない生徒には、類似した式のグラフを描かせ発見できるように導く。	
まとめ	2次関数のグラフの平行移動についてまとめ、軸と頂点を考えて $y=a(x-p)^2+q$ のグラフを描くことができることを理解させる。  一般形のままで、軸、頂点が不明であることから、平方完成の必要性に気付かせる。	x軸、y軸両方向の平行移動から、グラフの軸、頂点が定まることを理解させる。	標準形で表すことの意味が分かる。

2. 指導単元「三角関数のグラフ」

(1) 2時限目 パソコンを利用して、 $y = r \sin x$ ,  $y = \sin a x$  のグラフの特徴を発見させ、パラメータ変化によるグラフの変化を理解させる。

	学習内容	指導上の留意点	評価の観点
導入	フロッピー、プリントNO.2を配布しパソコンの操作方法を説明させる。さらに例として $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \tan x$ のグラフをパソコンに表示させる。	前時のプリントNO.1と比較しながら、パソコンによってきれいにグラフが描けることでグラフの概形をより強く印象付ける。	パソコンによって、きれいにグラフが描けることで、興味や関心を持つ。
展開	$y = r \sin x$ , $y = \sin a x$ の形の式を8例示し、それぞれのグラフをパソコンに表示させ、用意したプリントNO.3に描き写させる。  8つのグラフを比較して、いくつかに分類させる。同一グループのグラフをパソコンの画面に重ねて表示し、共通点を確認させる。 生徒が考えた分類を他の生徒に示し基準について考えさせる。	パソコンでは $\pi$ の値は3.14として計算されているので目盛りについては十分注意させる。 生徒の進度に差がでると考えられるので、全員が3問写した時点で、残り5問のグラフのはいったプリントNO.4を配布し、パソコンで表示したグラフと一致していることを確認させる。  分類するとき、グループ数は指定しないが分類の基準を明確にするよう注意する。  異なった分類をなるべく多く取り上げ、式の形とグラフの変化についてその共通性にふれる。	手際よくパソコンを操作でき、グラフを描き写すことのできる処理能力・表現力がある。  グラフの分類をすることによって、式の変化によるグラフの特徴が発見できる。  $y = r \sin x$ , $y = \sin a x$ のグラフの特徴が発見できる。
まとめ	$y = r \sin x$ のグラフは、 $y = \sin x$ のグラフにおいて、各々のxに対応するyの値をr倍したものであることを理解させる。 $y = \sin a x$ のグラフは、 $y = \sin x$ の周期を1/aにしたグラフである。 $\begin{cases} y = r \cos x, y = \cos a x \\ y = r \tan x, y = \tan a x \end{cases}$ についても同様	パソコンの画面に $y = \sin x$ , (1), (4), (7)のグラフを重ねて表示し、yの値が2倍、3倍、4倍になっていることを示す。 $y = \sin x$ , (2), (3), (6)のグラフを重ねて表示し、周期が1/2, 1/3, 1/4になっていることを示す。	r, aの変化によってグラフがどのように変化するかを理解できる。

(2) 3時限目 パソコンを利用して、 $y = \sin(ax + \alpha)$  のグラフの特徴を発見させ、平行移動について理解させる。

	学習内容	指導上の留意点	評価の観点
導入	フロッピー、プリントNO.5を配布しパソコンの操作方法を復習させる。さらに例として $y = \sin x$ , $y = \sin 2x$ , $y = \cos x$ , $y = \cos 2x$ のグラフをパソコンに表示させる。	xが2xに変わることによって周期が1/2になっていることを確認させる	パソコンによって、すぐにきれいなグラフが描け、いくつかのグラフを比較する場合、比較しやすいことで興味・関心を増す。
展開	$y = \sin(x + \alpha)$ , $y = \sin(2x + \alpha)$ の形の式を8例示し、それぞれのグラフをパソコンに表示させ、用意したプリントNO.6に描き写させる。  それぞれのグラフを $y = \sin x$ , $y = \sin 2x$ のグラフと比較させ、どのように変化しているかを考えさせ、その結果をプリントNO.5にかかせる。	パソコンでは $\pi$ の値は3.14として計算されているので、 $\pi/3$ などの入力に注意させる。 全部描き写すには時間がかかりすぎるので、全員が2問写した時点で、残りのグラフのはいったプリントNO.7を配布し、パソコンで表示したグラフと一致していることを確認させる。  $\alpha$ の値によって、横にずれることに注目させ、どちらのグラフをどれだけ平行移動したものであるかを考えさせる。	手際よくパソコンを操作でき、グラフを描き写すことのできる処理能力・表現力がある。  平行移動として、とらえることができる。
まとめ	$y = \sin(x + \alpha)$ のグラフは、 $y = \sin x$ のグラフをx軸方向に $-\alpha$ だけ平行移動したものである。 $y = \sin(ax + \alpha)$ のグラフは、 $y = \sin a x$ のグラフをx軸方向に $-\alpha/a$ だけ平行移動したものであることを理解させる。 $y = \cos(ax + \alpha)$ $y = \tan(ax + \alpha)$ についても同様	パソコンの画面に $y = \sin x$ , (5), (1), (3), (7)のグラフを重ねて表示し、式の形と平行移動の様子を印象付ける。 $y = \sin(2x + \alpha) = \sin 2(x + \alpha/2)$ と変形し、上の場合と同様にグラフを重ねて表示し、平行移動の様子を印象付ける。	平行移動について、理解できる。

6. パソコンを活用したグラフの授業に関するアンケート

項目		A高校 (27人)	B高校 (18人)	C高校 (39人)	D高校 (27人)
1. 以前にコンピュータを操作したことがありますか。ある人は、いつですか。	①ある ②ない	63.0% 37.0%	77.8% 22.2%	100 % 0 %	48.1% 51.9%
2. コンピュータの操作はうまくいきましたか。	①全く問題なくうまくいった ②まあまあうまくいった ③うまくいかなかった	44.4% 48.2% 7.4%	11.1% 66.7% 22.2%	10.5% 71.1% 18.4%	29.6% 63.0% 7.4%
3. コンピュータでの授業と教室での授業では、どちらが理解しやすいですか。	①教室での授業では理解できないところがあるが、コンピュータを使った授業ではほとんど理解できた ②教室での授業よりはコンピュータを使った授業のほうが理解できた ③どちらの授業も変わらない ④教室での授業のほうが理解しやすい	7.4% 29.6% 51.9% 11.1%	16.7% 66.7% 11.1% 5.5%	10.5% 26.4% 52.6% 10.5%	3.7% 33.3% 48.2% 14.8%
4. コンピュータを利用した学習で特に印象に残ったことは何ですか。 (複数解答)	①画面がカラフルで理解しやすかった ②簡単な操作でグラフが描けた ③正確なグラフが描かれ、特徴がよく分かった ④キーの操作が面倒くさい ⑤特にない	22.2% 74.1% 33.3% 3.7% 3.7%	5.5% 55.5% 27.8% 5.5% 0 %	7.9% 39.5% 15.8% 7.9% 28.9%	11.1% 40.7% 33.3% 14.8% 7.4%
5. これからもコンピュータを使用した学習をしたいですか。	①はい ②いいえ ③どちらともいえない	66.7% 7.4% 25.9%	72.2% 5.6% 22.2%	42.1% 7.9% 50.0%	70.4% 0 % 29.6%
6. 画面に表示されたグラフを正確に描写することができましたか。	①正確にできた ②まあまあできた ③あまりできなかった ④できなかった	55.6% 33.3% 7.4% 3.7%	16.7% 50.0% 27.8% 5.5%	15.8% 55.3% 23.7% 5.2%	40.8% 44.4% 7.4% 7.4%
7. グラフをいくつに分類しましたか。 また、分類した基準も具体的に書いてください。	①2種類 ②3種類 ③4種類 ④5種類以上 無解答	14.8% 44.4% 22.2% 14.8% 3.8%	27.8% 38.9% 33.3% 0 % 0 %	23.7% 28.9% 5.3% 23.7% 18.4%	7.4% 48.1% 14.8% 0 % 29.7%
8. グラフの形と関数式の変化を理解できましたか。	①よく分かった ②まあまあ分かった ③あまりよく分からなかった ④よく分からなかった	14.8% 59.3% 14.8% 11.1%	0 % 89.0% 5.5% 5.5%	2.6% 50.0% 42.1% 5.3%	11.1% 51.9% 22.2% 14.8%



## 7. 分析及び考察

- (1) 学校によっては約半数の生徒がいままでパソコンを操作したことがなかったが、自作ソフトを使用したこともあり、指示に従って数字を入力すればよかったので、操作に関して戸惑うことはあまりなかった。生徒は、互いに操作方法や描かれたグラフを確かめながら作業を進め、自主的に取り組んでいた。また、コンピュータを使用することにより、正確できれいな曲線が描かれることに驚き、たいへん印象に残ったようである。
- (2) グラフを比較して分類させる場合、2次関数においては、頂点とx軸の関係で分類する生徒が多かった。しかし、はじめは手のつかなかった生徒も他の生徒の発表を参考にし、共通点を見つけて分類することができ、教員がほとんど誘導することなく、グラフと式の間関係を発見することができた。
- (3) 三角関数においては、共通点（振幅が等しい、周期が等しい）を見つけて式とグラフの間関係を発見する事は難しく、周期について理解することは特に難しかったようである。分類については時間の余裕がなく、生徒の考えた分類を他の生徒に示すことは十分にできなかった。しかし、まとめで、 $r$ 、 $a$ の変化によってグラフがどのように変化するかを順に示して説明することにより、よく理解できたようである。
- (4) 確認テストの結果では、2次関数においては「どのように平行移動したか」「頂点の座標を求めよ」という設問の正答率はまずまずであった。「グラフの概形を描け」という設問では、A校では3年生を対象として実施したこともあり、70%の正答率であったが、B校では文章であらわすことまではできるが、図形としてあらわすことのできない生徒が多く正答率は低かった。基本事項の確認とグラフを描く演習の必要性を感じさせられた。
- (5) 三角関数の正答率では、 $r$ 、 $a$ の変化によるグラフの変化については約70%と高く、平行移動については、横にずれていることは分かるが、どちらにどれだけ平行移動しているのかについてやや不安なところがあり約50%であった。また、タンジェントのグラフについては、今回、基本の $y = \tan \theta$ のグラフを描く時間が十分とれなかったことや、パソコンの操作もタンジェントについては省いてあったので、グラフの概形がよく分からなかった生徒が多く、正答率は30%にも満たなかった。

## 8. まとめ

- (1) ほとんどの生徒が、パソコンを正しく操作し、画面に表示されたグラフを正確に描き出すことができた。分類については分かりにくい点もあったが、生徒の状況に合わせて教員

が適切な助言を与えることや、日常の授業の中で、発見的学習や各自の考えを発表する機会を設けることにより、この点についてもさらに成果が期待できる。

- (2) グラフの授業に関するアンケート調査では、「コンピュータを利用した授業の方が理解できた。」が「教室での授業の方が理解できた。」よりやや多かったが、「まあまあ分かった」と答えている生徒の中には、式とグラフの関係を理解せず、コンピュータを利用してグラフを描くことだけに終わってしまう者もいた。しかしながら、約70%の生徒が「これからもコンピュータを使用した学習をしたい。」と答えており、パソコンを使用する効果は十分にあるものと思われる。

- (3) 関数に関して苦手意識を持っている生徒の中にはコンピュータを使用した授業に興味を持つことができず、「これからもコンピュータを使用した学習をしたいですか。」という問いに対し「いいえ」と答えている。これらの生徒に対しては十分な配慮が必要である。



- (4) 本研究においては、コンピュータを利用して、関数分野の授業展開における発見的学習を試みたが、生徒の興味・関心を高め、主体的学習を引き出すという目的は、一応達成することができたと考えている。また、本研究の指導計画は、従来の講義形式の場合と同じように作成したが、さらに1~2時間を追加すれば、関数の分類や生徒の発表などの面でも十分な指導ができ、一層の成果が期待できる。
- (5) 研究のねらいで設定した目的は、授業の面では概ね達成できたと考えているが、ソフトウェアについては、結局市販のものでは問題が残り自作ソフトに頼らざるを得なかった。問題点の主なものとしては、3. 研究内容・方法の(6)で述べた【留意点】のうち、①簡単な入力方法及び④手頃な価格があげられる。機能性を重視することで、操作性が複雑化する傾向がみられた。このことは、今後、授業におけるコンピュータの活用を図る上で大きな課題である。