

高等学校

平成 11 年 度

教育研究員研究報告書

数 学

東京都教育委員会

**主題 事象を数学的に考察し処理する能力を高め、創造性の基礎を培う
教材や指導方法の工夫**

主題設定の理由

新しい高等学校学習指導要領・数学科の目標には、新たに「数学的活動を通して創造性の基礎を培う」ことが加えられた。「数学的活動」を通して、論理的思考力、創造力及び直観力などの創造性の基礎を培い、自ら課題を見付け主体的に問題解決をするなどの「生きる力」を育成することが重視されている。

数学の学習では、数学的な知識の習得や技能の習熟にとどまるのではなく、学習の必要性に気付かせるとともに、情意面を重視した指導によって内容をより深く理解させることが大切である。

本研究では、基礎的・基本的な知識・技能の習得を図るとともに、多面的にもものを見る力や論理的に考える力をはぐくむ教材の開発と指導方法の工夫に焦点を当て、上記の主題を設定し、実践授業を通して分析を行った。

平成11年度教育研究員（数学）名簿

班	研 究 テ ー マ	学 校 名	氏 名
I	具体的な作業を通して加法定理の理解を深める指導と教材の工夫	都立園芸高等学校 都立芸術高等学校 都立蔵前工業高等学校 都立両国高等学校 都立清瀬高等学校	岡 村 ひろみ 福 原 利 信 齐 藤 康 二 清 水 政 一 中 川 徹
II	具体的な作業を通して、生徒自らが納得できるベクトルの指導	都立大学附属高等学校 都立足立東高等学校 都立砂川高等学校 都立五日市高等学校 都立南野高等学校	杉 本 悦 郎 大 石 徹 赤 岩 辰 巳 浅 田 慶 一 加 藤 昌 子
III	「身近な統計に興味を持たせる学習」の工夫 ーグラフを見ることにより考える意欲を芽生えさせるー	都立一橋高等学校 都立代々木高等学校 都立南平高等学校 都立第五商業高等学校	八百板 勝 紀 落 合 秀 好 栗 原 幸 一 霧 生 智 信

担当 教育庁指導部高等学校教育指導課指導主事 酒 井 千 春

目 次

I 具体的な作業を通して加法定理の理解を深める指導と教材の工夫

1. 研究のねらい	2
2. 指導方法の工夫	2
3. 指導計画	3
4. 学習指導案	4
5. 教材・教具の工夫	6
6. 研究授業の考察と分析	7
7. まとめ	9

II 具体的な作業を通して、生徒自らが納得できるベクトルの指導

1. 研究のねらい	10
2. 研究の内容・方法	10
3. 教材と指導方法の工夫	11
4. 指導計画	11
5. 授業記録	12
6. 分析と考察	15
7. まとめ	16

III 「身近な統計に興味を持たせる学習」の工夫

— グラフを見ることにより考える意欲を芽生えさせる —

1. 研究のねらい	17
2. 研究の内容・方法	17
3. 授業実践（A校）	18
4. 授業実践（B校）	20
5. 分析と考察	24
6. まとめと今後の課題	24

I 具体的な作業を通して加法定理の理解を深める指導と教材の工夫

概要

数学Ⅱで学習する三角関数の加法定理の導入方法は教科書によって様々である。しかし、現行の教科書の多くはうまく証明することに重点が置かれているようであり、その後の定理の定着が難しいようである。そこで数学Ⅰですでに学習していることを活用して、生徒自らの作業によって定理を導き出せるような指導方法を考え実践することにした。定理を理解し、その後の定着を図れるように、生徒への課題の与え方やワークシートなどを工夫した。その結果、多くの生徒は加法定理を自ら導き出したという達成感をもち、その後の学習にも積極的に取り組むようになった。

1. 研究のねらい

加法定理の指導においては、単位円周上の2点間の距離を計算することにより定理を証明する方法が一般的である。しかし、生徒たちには「なぜ回転をさせて証明をするのか」が理解できず学習の妨げになっていたようである。定理の証明に重点が置かれ生徒への定着率も低く、公式の利用のみになっているように思われる。また、この説明では中学校での図形の学習や、数学Ⅰでの三角比などで学んだことが生かされていない。

そこで、新学習指導要領の目標にもあるように、数学的な見方や考え方のよさを認識させ積極的に活用できるような教材の工夫を行っていきたいと考え、この研究のねらいとした。

本研究では具体的に、 30° 、 45° 、 60° を含む直角三角形の辺の比などを用いて、 75° のサイン、コサイン、タンジェントの値を図形的に求めさせる。さらに一般的な角 α 、角 β の2つの直角三角形を組み合わせた図形から、同じように角 $(\alpha + \beta)$ の三角関数の値を角 α 、角 β のサイン、コサインで表して加法定理を導き出す過程を取り上げる。測量から発展した内容として三角比・三角関数をとらえ、学習の流れが自然なものとなるよう教材および指導方法を工夫した。

2. 指導方法の工夫

加法定理の導入では以下のような方法が多く用いられてきた。

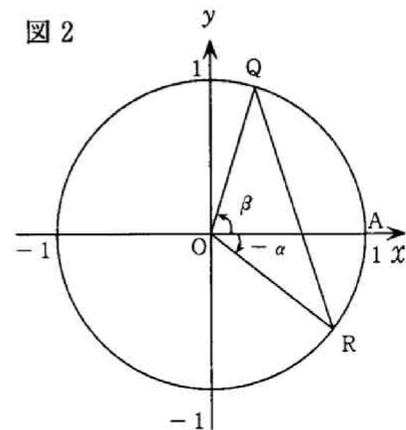
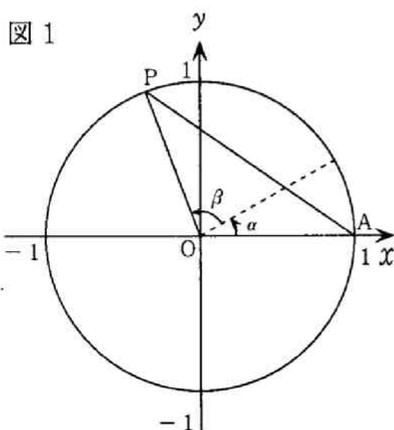


図1、2のように点をとると、

$P(\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$ 、 $Q(\cos \beta, \sin \beta)$ 、 $R(\cos \alpha, -\sin \alpha)$ となり

$$AP^2 = |\cos(\alpha + \beta) - 1|^2 + \sin^2(\alpha + \beta) = 2 - 2\cos(\alpha + \beta) \dots\dots ①$$

また、

$$QR^2 = (\cos \beta - \cos \alpha)^2 + (\sin \beta + \sin \alpha)^2 = 2 - 2(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \dots\dots ②$$

①、②より

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

このように式を変形することによって加法定理を導き出す方法は、加法定理の証明としては一般的だが、生徒がこれまで学んできたことを活用していないように思われる。そこで、三角比や図形を用いた指導法を考えてみた。すでに学んだことを活用して生徒自ら加法定理を導き出すことができる図形を用意することにした。

図3

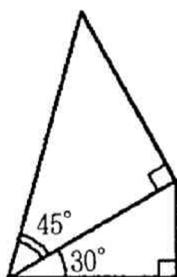


図4

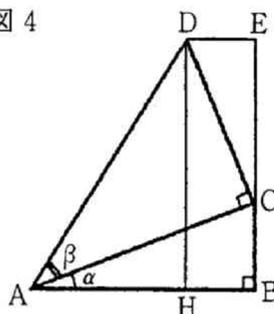


図3は30°、45°を含む直角三角形の組み合わせにより75°の角度を作り出している。そして、それぞれの辺の長さを求めることにより、 $\sin(30^\circ + 45^\circ)$ 、 $\cos(30^\circ + 45^\circ)$ 、 $\tan(30^\circ + 45^\circ)$ を求めさせる。

図4は図3を一般に拡張したものである。

図3、4を基に生徒の実態に応じて作成したワークシートを準備する。生徒がこれまでに学んだことを利用してワークシートに補助線や数値などを書き込み、加法定理を視覚的にとらえられるように配慮して授業展開した。

3. 指導計画

第1時間目 「三角比の復習と図形を用いた加法定理の導入」

図3を用いて $\sin(30^\circ + 45^\circ)$ 、 $\cos(30^\circ + 45^\circ)$ を求める。

図4を用いて $\alpha + \beta < 90^\circ$ の場合 $\sin(\alpha + \beta)$ 、 $\cos(\alpha + \beta)$ を求める。

第2時間目 「加法定理の発展」

図4を用いて $\tan(\alpha + \beta)$ を $\frac{DH}{AH}$ で考えさせ、それを $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$ で表せることを説明する。一般的な角でも成立することを説明して $\sin(-\alpha) = \sin \alpha$ 、 $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ の関係を利用して $\sin(\alpha - \beta)$ 、 $\cos(\alpha - \beta)$ 、 $\tan(\alpha - \beta)$ を求める。

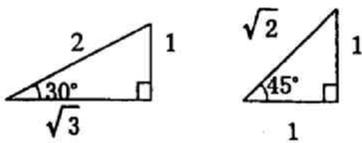
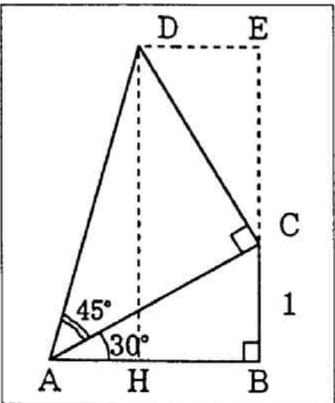
第3時間目 「加法定理の定着」

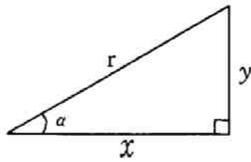
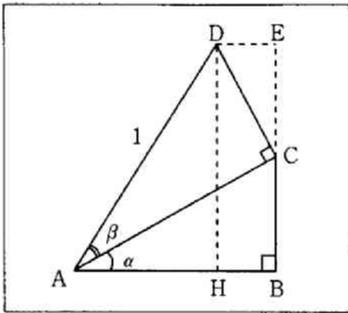
1、2時間目で学んだことを確認し問題演習する。

4. 学習指導案

< 本時の目標 >

- ・ $\sin 75^\circ$ の値を求めることから $\sin(\alpha + \beta)$ の加法定理を導く。
- ・ 作業を通して加法定理を導くことができた達成感を味わわせる。

時間	指導内容	学習活動	指導上の留意点
導入 5分	2つの角の和または差の三角関数の値は、それぞれの角の三角関数の値で表すことができる。		
展開1 15分	$75^\circ = 30^\circ + 45^\circ$ より $\sin 75^\circ = \sin 30^\circ + \sin 45^\circ$ となるか？ $\sin 75^\circ \neq \sin 30^\circ + \sin 45^\circ$ となることの確認	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7071$ $\sin 30^\circ + \sin 45^\circ \approx 1.2071 > 1$ だから $\sin 75^\circ \neq \sin 30^\circ + \sin 45^\circ$	生徒に応じて三角関数表で確認させてもよい。 $\sin 30^\circ = 0.5000$ $\sin 45^\circ = 0.7071$ $\sin 75^\circ = 0.9659$
	$\sin(30^\circ + 45^\circ)$ $= \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ$ $\cos(30^\circ + 45^\circ)$ $= \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ$ を図形的に示してみる。 30°、45°、60°の直角三角形の辺の比を確認させる。 右の図から辺の長さ等を求め $\sin 75^\circ$ を計算させる。 (ワークシート配布) ワークシートの空欄に数値を記入させる。	 ワークシート [1] の活用  補助線DHを考えさせる。	補助線DHをうまく引けない生徒には「75°を含む三角形を考えよ。」と指示する。 辺の長さが求められているか生徒の様子を見て発問する。 $\sin 75^\circ$ の値が求められている生徒には、 $\cos 75^\circ$ の値を考えさせる。
展開2 25分	同様に一般の角の α 、 β の直角三角形を使って $\sin(\alpha + \beta)$ 、 $\cos(\alpha + \beta)$ を図形を用いて求める。	$\sin 75^\circ = \frac{DH}{AD} = \frac{EB}{AD} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \dots \textcircled{1}$	

時間	指導内容	学習活動	指導上の留意点
	<p>右図の x, y を r, α で表す。</p> <p>$\triangle ACD$ において AC, CD を求めさせる。 $\triangle CED$ において $\angle DCE$ を求めさせて CE, DE を求めさせる。 $\triangle ABC$ において AB, BC を求めさせる。</p>	 <p>$\sin \alpha = \frac{y}{r}$, $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ より</p> <p>$x = r \cos \alpha$, $y = r \sin \alpha$ を確認する。</p> <p>ワークシート [2] の活用</p>  <p>$AC = \cos \beta$, $DC = \sin \beta$ $AB = AC \cos \alpha = \cos \beta \cos \alpha$ $BC = AC \sin \alpha = \cos \beta \sin \alpha$ $CE = DC \cos \alpha = \sin \beta \cos \alpha$ $DE = DC \sin \alpha = \sin \beta \sin \alpha$ から</p> <p>$\sin(\alpha + \beta) = \frac{DH}{AD} = BC + CE$</p> <p>$= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$</p> <p>$\cos(\alpha + \beta) = \frac{AH}{AD} = AB - DE$</p> <p>$= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ となる。</p>	<p>生徒に $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ の値を、辺の比で答えさせる。</p> <p>$AD = 1$ とすると計算が簡単になることを指示する。</p> <p>求める辺を含む三角形を抜き出して考えさせる。</p> <p>CE の長さが求められない生徒に $\angle DCE = \alpha$ となることを確認させるとよい。</p> <p>生徒に考える時間を与えて、自分で導くようにする。</p> <p>生徒の様子を見て、生徒に発問・誘導する。</p> <p>AH の長さが、どの2つの線分の差になるか答えさせる。</p> <p>$AH = AB - HB$ $= AB - DE$</p>
<p>まとめ 5分</p>	<p>求めた式に $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$ を代入して①の結果と比較させる。</p>	<p>$\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ)$ $= \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ$</p> <p>$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$</p>	<p>公式を利用した場合の答えと図形的に処理して求めた答えが一致することを確認する。</p>

にあるように、辺ADの長さは1とした。

多くの生徒はすぐ三角形ACDの辺AC、辺CDの長さがそれぞれ $\cos\beta$ 、 $\sin\beta$ と分かるが、辺BCや辺CEの長さがどうなるかはすぐには気がつかないようであった。

そこで、写真1のように
三角形ACDを模造紙で作
り、マグネットで自由に
黒板に掲示できるもの
を作成した。授業で説
明する際に、三角形
ACDを脇に取り出し、
そこで辺AC、辺CDを
求め、その値を写真2

写真1

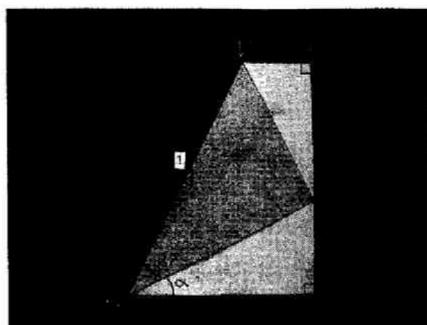
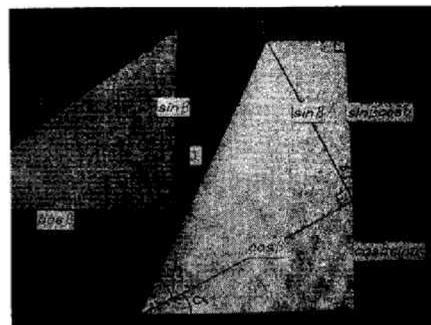


写真2



に元の図に書き込みながら、三角形ABCと三角形CDEの高さと底辺を求めた。このように三角形を取り出すことで説明の図が整然とし、生徒にとって分かりやすいものとなった。

6. 研究授業の考察と分析

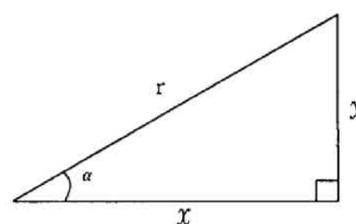
(1) 研究授業

前述の学習指導案に従って、授業実践を行った。

まず、ワークシート【図8】[1]を使って、具体的な値 $\sin 75^\circ$ を求めるものでは、基準となる辺の長さ1があることによってほとんどの生徒が図形的に求めることができた。このことは1年生の三角比の学習の発展において 30° と 45° の直角三角形を用いて $\sin 75^\circ$ の三角比を求めさせていたので、ある程度解くことができると予想できた。

次に、一般化されたワークシート【図8】[2]では準備として、図10の $x = r \cos \alpha$ 、 $y = r \sin \alpha$ を解説した。さらに、直角三角形を抜き出して解説する教具を利用すると、多くの生徒が自ら空欄に数式を記入することができ、加法定理を導くことができた。

図10



研究授業を行ったクラスの中には、回転で加法定理を導く方法も説明したクラスがあり、比較のためアンケートを実施した。

アンケート結果

ワークシートの〔1〕を理解できたと答えた生徒 74%

ワークシートの〔2〕を理解できたと答えた生徒 69%

①図形的に求める方法についての生徒の感想

- ・自分で作業をしながら導いたのでよく理解できた。
- ・図形で求めると納得できる。
- ・自分で穴埋めをしたりする方が分かりやすいし覚えていられる気がする。
- ・図形でやったほうが分かりやすい。
- ・考えを整理しやすく、複雑な式を使わずにすむので楽しかった。

- ・塾で同じことを一度習ったときは、あまりよく分からなかった。しかし、このワークシートで図形を見ながら自分で考えてみると、とても理解できた。
- ・具体例や図形を使うと、とてもよく分かった。
- ・公式は覚えるだけでなく、理解することが重要だと思った。
- ・このことを考え出した人は、なんてすごいのだろう。
- ・内容はそれほど難しくはなかったが、サイン、コサイン、タンジェントなどを式に当てはめるのが、難しかった。
- ・サイン、コサイン、タンジェントを利用して辺の長さを表す部分が、複雑に思えた。

②回転で求める方法についての生徒の感想

- ・式が複雑で、式も多く分かりにくい。
- ・何をやっているのか、よく分からない。
- ・なぜ回転させるのか、今ひとつ分からない。



(2) 分析と考察

第1回目の研究授業で用いたワークシートには、補助線や基準となる辺の長さ1を記入していなかった。そのため、どこから手をつけてよいか分からない生徒や、補助線をワークシートからはみ出して描く生徒がいた。そこで、第2回目の研究授業ではワークシートに補助線やヒントとなる線分の長さ、また、どの辺の長さを求めればよいかを分かりやすくするための穴埋め式にすることによって、多くの生徒が自ら考え、数値や文字式を記入していくことができた。また、生徒の学習状況に応じて写真1、2で示したような補助教具を用いて解説を行うことにより、数学Iですでに学んだ三角比の学習の復習もできたと思う。

一般的に定理の証明は一方的な説明に終始し、生徒は板書を書き写すことで終わってしまうことが多い。今回の研究では、ワークシートを用い、具体的な図形を利用して生徒の視覚に訴え、自らが作業を通して証明することで、生徒に興味、関心を持たせることができたと思う。生徒がすでに学んでいる、 30° 、 45° を含む直角三角形の組み合わせから、 75° を作り出し、図形や具体的な数値を使い、ワークシートを完成させていく作業により、理解しやすくなったようである。アンケート結果を見ると、回転で求める方法では計算量が多く計算の苦手な生徒に

は難解であったようである。その点、今回のワークシートを用いた加法定理の説明は、生徒にとって具体的で分かりやすかったと思われる。また、加法定理を導きだしてみると、複雑な式であったため、余計に感動していたようである。生徒にとって加法定理という理解しにくい内容だけに、このような作業を通した授業は充実感があり、生徒への理解と定着も期待できると思う。

7. まとめ

数学の授業では、学習する内容をどのように生徒に提示するかによって、生徒の興味、理解度などは変わってくると考えられる。今回の研究では、ワークシートや教具を利用することにより、生徒の授業中における活動をより活性化させることをねらいとした。生徒の実態に応じてワークシートやヒントの出し方の工夫をすることによって、様々な生徒へも対応できると考える。

しかし、2つの角の和が 90° 以上の場合には、同様に成り立つとして説明を省くか、さらに図11を用いて同様な説明を実際に行っていくかが課題である。また作業を通して証明をすると、時間がかかることが考えられるが、生徒たちには、自分で数値を入れて、導いたという実感を十分に与えられると考える。

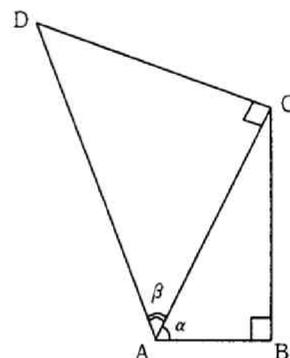
回転を用いた証明方法はあまり時間もかからず、一般的に証明することができるが、生徒にとってはアンケートの結果からも図形から求めていった方が分かりやすいという結果となった。

授業においては生徒一人一人に適切なヒントを与えたり、ワークシートを用意したりしていくことが大切である。そのために、教師が一方的に教えこむのではなく、生徒が意欲的に学習できるような教材・教具を工夫し、数学に興味、関心を持つ生徒が一人でも多くなるよう、今後とも指導法の研究をしていきたいと考えている。

【参考文献など】

1. 「You Can Enjoy Math!」 白坂 繁著 [金苑書房] 平成9年
2. 「数学科での教材開発」 仲田紀夫・吉村啓 [共立出版] (1982年)
3. インターネットホームページ
 - ・「水の流れ」 数学HP アドレス <http://ww.nttl-net.ne.jp/mizuryu/suugaku.html>
 - ・「数学のいずみ」 数学HP アドレス <http://www.nikonet.or.jp/spring/index.htm>

図11



Ⅱ 具体的な作業を通して、生徒自らが納得できるベクトルの指導

概要

平面上の任意のベクトル \vec{p} が、一次独立な2つのベクトル \vec{a} 、 \vec{b} を用いて、 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ と一意的に表せることを、「斜交座標」を使って、直感的に理解できるようにした。

次に、線分ABの内分点・外分点の位置ベクトルを、単に公式を使用して求めさせるのではなく、 \vec{a} 、 \vec{b} に平行な補助線を加える作図によって求めさせ、活用できるようにした。

このようなベクトルを視覚的に認識する学習活動によって、ベクトルについての理解も深まり、内分・外分の公式の定着を図ることができた。

1. 研究のねらい

平面上のベクトルの学習内容は、前半のベクトルの成分表示、内積と、後半の位置ベクトルと図形への応用に分けられる。ベクトルの指導を進めていく中で、生徒が不得意とする部分の一つとして、位置ベクトルがある。

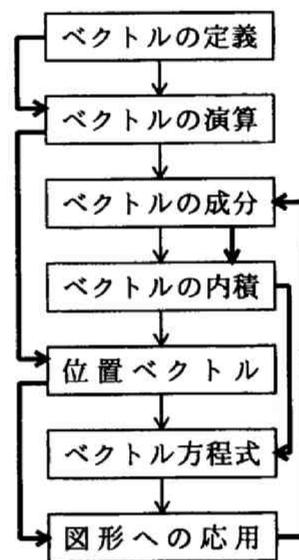
ベクトルの内容の前半では、理科における力や速度のように、大きさと向きという2つの要素をもつ量としてベクトルを定義し、有向線分は平行同値によって類別される自由ベクトルを中心に扱っている。後半では、「位置ベクトルの考え方」を導入するにあたって、任意の点Oを固定し、ベクトル \vec{OA} に点Aを1対1に対応させる束縛ベクトルを用いて平面図形のいろいろな性質を調べている。これらのベクトルの取り扱いの違いから、位置ベクトルが不得意な生徒が多いと思われる。

そこで、ベクトルの成分表示が必要とされない内容を先に取り上げ、右図のような順番で学習させることにした。ベクトルの線形表示の一意性を利用し、ベクトルを用いて図形の問題を解くことができるような指導方法を研究した。

2. 研究の内容・方法

上記のねらいに基づき、ベクトルの定義、演算を学習した後に研究授業を実施するものとして、以下のような手順で研究を進めた。

- (1) 生徒の不得手とする内容について、問題点を分析する。
- (2) 授業中の作業が効率よく行えるように、ワークシートを作成する。
- (3) ワークシートを用いて、研究授業を行う。
- (4) 研究授業の最後に練習問題を行い、学習内容の理解度について調べる。
- (5) 研究授業後の定期考査において、学習内容の定着率について調べ、分析・考察を行う。



→ 教科書での学習順序

→ 本研究での学習順序

3. 教材と指導方法の工夫

分点の位置ベクトルを視覚的に認識させるために、次のような工夫を行った。

(1) 「斜交座標」の利用

平面上の平行でない2つのベクトル \vec{a} 、 \vec{b} を用いて、平面上の任意のベクトル \vec{p} が $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ と一意的に表せることを、作業を通して直感的に理解できるようにした。

この際に、直交座標ではなく斜交座標を導入した理由としては、一般的な線形性の理解を深めることができ、また、右図のように互いに直交する単位ベクトル \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 を基本ベクトルとすれば、

$\vec{p} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 = (x, y)$ から、ベクトルの成分表示への移行も容易にできると考えたからである。

(2) 作図を利用した分点の位置ベクトルの求め方

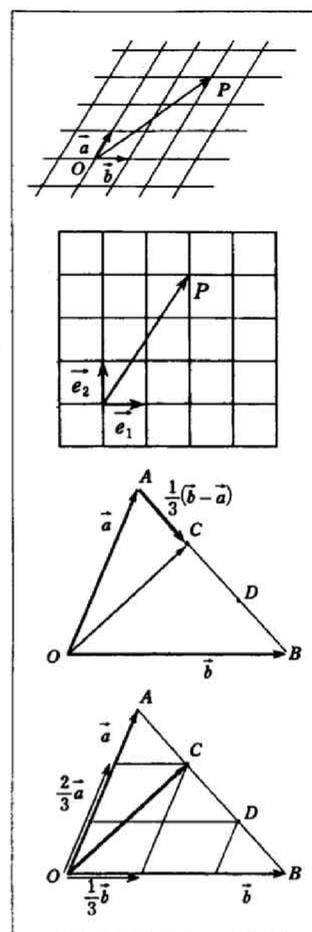
分点の位置ベクトルは一般に、 $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC} = \vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} - \vec{a})$ という方法で求めるが、本研究では、 \vec{a} 、 \vec{b} に平行な補助線を引くことによって視覚的に $\vec{OC} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ のように求める方法をとった。

(3) 位置ベクトルの始点の任意性

作図を用いて、分点の位置ベクトルを求める作業を通して、始点Oの位置が任意であり、どこにあっても同じ答えになることを生徒同士で確認できるようにした。

(4) 教具とワークシートの工夫

作業が円滑に進むように、生徒にはワークシートを用意し、黒板には拡大した図(模造紙)を掲示し、一端に矢印をつけた、1 cm幅の3色のマグネットシートを数枚用意した。 s 、 t が整数の場合は、 \vec{a} 、 \vec{b} を基本とするベクトルのマグネットシートを利用し、 s 、 t が有理数の場合は、 $\frac{1}{2}\vec{a}$ 、 $\frac{1}{3}\vec{b}$ を基本とするベクトルのマグネットシートを利用して、分数計算が苦手な生徒にも抵抗感のないように工夫した。



4. 指導計画

学習項目	学習内容	配当時間
ベクトルの定義	ベクトルの意味、相等	0.5
ベクトルの演算	ベクトルの和・差・実数倍、計算法則、平行条件、分解	1.5
位置ベクトル	位置ベクトルの定義、分点の位置ベクトル	2
図形への応用	ベクトルの図形への応用	1
ベクトルの成分	ベクトルの成分表示、和・差・実数倍の成分	1
ベクトルの内積	内積の定義、内積と成分、内積の計算法則	2.5
ベクトル方程式	直線のベクトル方程式、円のベクトル方程式	1.5

5. 授業記録

ワークシートNo.1

① 平面上に、同一直線上にない3点 O, A, B が与えられている。
 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とするとき、次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(1) $\vec{OC} =$ (2) $\vec{OD} =$
 (3) $\vec{OE} =$ (4) $\vec{OF} =$

② 下の図において、次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} で表せ。

(1) $\vec{OC} =$ (2) $\vec{OD} =$
 (3) $\vec{OE} =$ (4) $\vec{OF} =$

③ 線分 AB を 1:2 に内分する点を C 、2:1 に内分する点を D とする。
 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とするとき、次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(1) $\vec{OC} =$
 (2) $\vec{OD} =$

④ 線分 AB を 4等分した点を C, D, E とする。
 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とするとき、次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(1) $\vec{OC} =$
 (2) $\vec{OD} =$
 (3) $\vec{OE} =$

⑤ 線分 AB を 3:2 に内分する点を P とする。
 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とするとき、次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
 (点 O は自分で適当に定めよ。)

$\vec{OP} =$

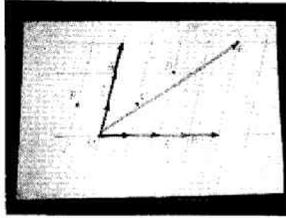
指導案① (研究授業)

指導計画の3時間目

本時の目標：内分点の位置ベクトルの表し方を視覚的に理解させる。

時間	指導内容	学習活動	指導上の留意点
導入 5分	ベクトルの和、実数倍の復習		<ul style="list-style-type: none"> 平行四辺形の対角線によってベクトルの和が求められることを確認する。
展開 40分	斜交座標を用いて、与えられたベクトルを $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ の形に書かせる。 (係数が整数の場合) ワークシート①	<p> $\vec{OC} = \vec{a} + 3\vec{b}$ $\vec{OE} = -\vec{a} + 2\vec{b}$ $\vec{OD} = 2\vec{a}$ $\vec{OF} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$ </p>	<ul style="list-style-type: none"> 求めるベクトルが、対角線になる平行四辺形を見つけさせる。 任意のベクトルが $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ で表せることを確認させる。

(係数が有理数の場合)
ワークシート ②



(黒板に掲示する模造紙)

斜交座標の作図方法を理解させる。

ワークシート ③

内分点の問題を解かせる。

ワークシート ④

各自に点Oを定めさせ、斜交座標を作図してから

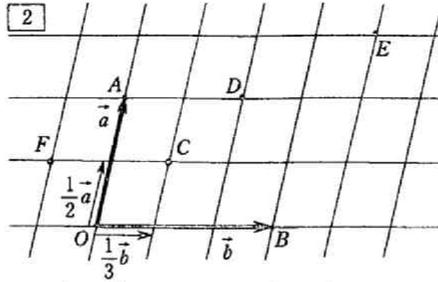
$\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$
の形に書かせる。

ワークシート ⑤

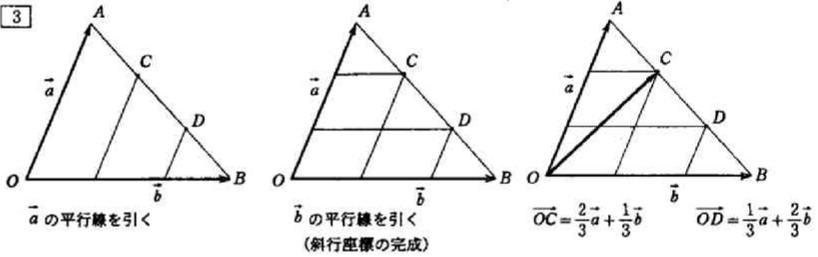
点Oをどこにとっても、答えは同じ式で表されることを確認させる。

まとめ5分

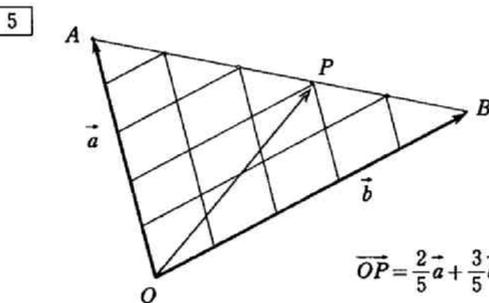
内分点の位置ベクトルの求め方について確認する。



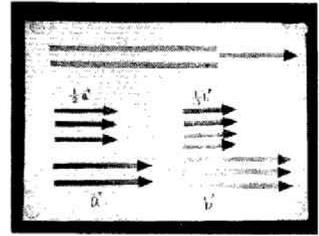
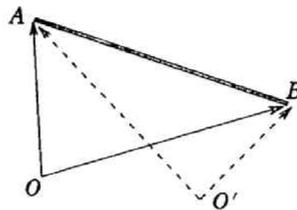
$$\begin{aligned}\vec{OC} &= \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} & \vec{OE} &= \frac{3}{2}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b} \\ \vec{OD} &= \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} & \vec{OF} &= \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}(1) \vec{OC} &= \frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} \\ (2) \vec{OD} &= \frac{2}{4}\vec{a} + \frac{2}{4}\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} \\ (3) \vec{OE} &= \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}\end{aligned}$$



$$\vec{OP} = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$$



(矢印付マグネットシート)

・結果から、何か規則性があることを考えさせる。
(係数の和が1になる等)
次回の授業(公式を導く)で扱うことを予告する。

・点Oのとり方についての注意

- ① 直線 AB 上にはとらない。
- ② 平行でない2つのベクトルが、見やすくなるような位置にとる。

・前後の生徒同士でプリントを重ねてみる。

・位置ベクトルについて説明する。

6 線分 AB を $m:n$ に内分する点を P とする。

\vec{p} を、 \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。

8 線分 AB を5:2に外分する点を P とする。
点 P の位置ベクトル \vec{p} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。

7 線分 AB を4:5に内分する点を P 、7:3に内分する点を Q とするとき、公式を用いて、 P, Q の位置ベクトル \vec{p}, \vec{q} を、 \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。

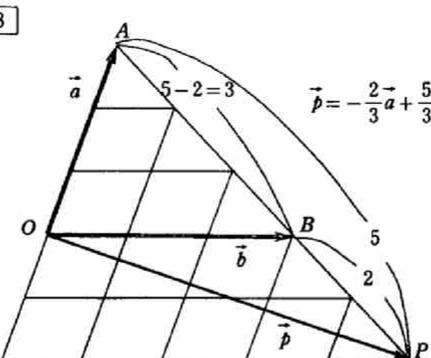
9 線分 AB を2:1に内分する点を P 、
線分 BC を3:1に外分する点を Q とする。
点 P, Q の位置ベクトル \vec{p}, \vec{q} を、 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

指導案②

指導計画の4時間目

本時の目標：分点の公式を用いて、内分点、外分点の位置ベクトルを求めさせる。

時間	指導内容	学習活動	指導上の注意点
導入 5分	前時の復習 ワークシートNo.1の 4	ワークシートNo.1 4 線分 AB を1:3に内分 (1) $\vec{OC} = \frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$ 線分 AB を2:2に内分 (2) $\vec{OD} = \frac{2}{4}\vec{a} + \frac{2}{4}\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ 線分 AB を3:1に内分 (3) $\vec{OE} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$	<ul style="list-style-type: none"> 求め方を復習させる。 各ベクトルに平行線を入れることを確認する。 任意の点が、平行でない2つのベクトルを使って $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ の形に表せることを確認する。
展開 35分	復習問題の結果から規則性を発見させる。 気付いたことを発言させる。 公式を導かせる。 ワークシート 6	<ul style="list-style-type: none"> 何人かの生徒に発言をさせる。 ①比を表す数の並びと、分子の数は順序が逆 ②比を表す数の和が分母 ③2つのベクトルの係数の和が1 <p>6 $\vec{p} = \frac{n}{m+n}\vec{a} + \frac{m}{m+n}\vec{b}$</p> <ul style="list-style-type: none"> ①$m:n$に内分するとき、分子は逆のn, mの順 ②分母は$m+n$ ③$\frac{n}{m+n} + \frac{m}{m+n} = 1$ 	<ul style="list-style-type: none"> 意見が出ないとき、次のようなヒントを与える。 分子に着目 分母に着目 共通点 比を表す数に注目 ①～③が全て一般的にいえることを確認する。

<p>公式を用いて内分点の位置ベクトルを求めさせる。 ワークシート 7</p> <p>外分点の位置ベクトルを、図から求めさせる。 ワークシート 8</p> <p>外分点の公式を理解させる。</p>	$\vec{p} = \frac{5}{4+5}\vec{a} + \frac{4}{4+5}\vec{b} = \frac{5}{9}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b}$ $\vec{q} = \frac{3}{7+3}\vec{a} + \frac{7}{7+3}\vec{b} = \frac{3}{10}\vec{a} + \frac{7}{10}\vec{b}$  <p>$\vec{p} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{3}\vec{b}$</p> <p>5:2の5と2の差3</p> <ul style="list-style-type: none"> ・線分ABを3つに分ける。 ・\vec{a}については向きが逆。 $\vec{p} = \frac{-2}{5-2}\vec{a} + \frac{5}{5-2}\vec{b}$ <p>m:nに外分の場合</p> $\vec{p} = \frac{-n}{m-n}\vec{a} + \frac{m}{m-n}\vec{b}$	<p>・机間巡視により、生徒の理解度を確認する。</p>
<p>まとめ 10分</p> <p>公式を用いて、内分点、外分点の位置ベクトルを求めさせる。 ワークシート 9</p>	$\vec{p} = \frac{1}{2+1}\vec{a} + \frac{2}{2+1}\vec{b} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ $\vec{q} = \frac{(-1)}{3+(-1)}\vec{b} + \frac{3}{3+(-1)}\vec{c} = -\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c}$	<p>・線分の両端に注目して、「どの2つのベクトルを用いるか」を確認する。</p> <p>○公式を正しく用いることができるか。</p>

6. 分析と考察

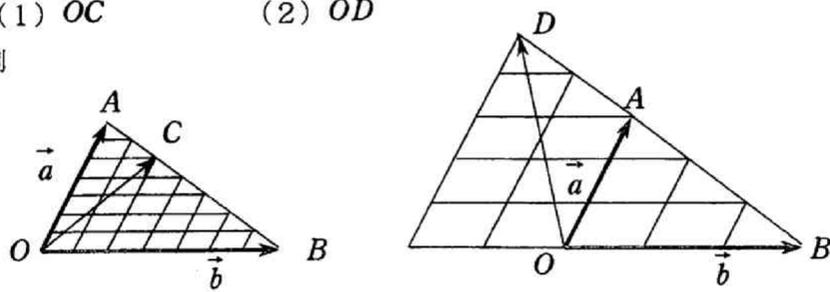
(1) 学習内容の理解度について

2時間の研究授業後の理解度を測るため、10分間で、次のような内分点と外分点の位置ベクトルを求める練習問題を行った。

問題) 線分ABを2:5に内分する点をC、2:5に外分する点をDとする。
 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とするとき、次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(1) \vec{OC} (2) \vec{OD}

解答例



$$\vec{OC} = \frac{5}{7}\vec{a} + \frac{2}{7}\vec{b}$$

$$\vec{OD} = \frac{5}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$$

作図・公式の利用状況と正答率は次頁の通りである。研究授業ではワークシートにおける作業を通して、分点の位置ベクトルの公式を導き、活用することを中心に取り扱ったが、生徒は数学Ⅱ「図形と式」において内分点と外分点の座標をすでに学習していたため、 $\vec{p} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$ の公式を直接用いて解答した者も多く見られた。

特に、外分点Dの問題では作図による解法で行った生徒が少なかったが、これは、外分という概念自体が日常生活の中にはなく、比に分けるといえば内分を連想し、点Dを図示できないことや、 \vec{a} 、 \vec{b} を延長してから補助線を引くという作図ができないことに起因している。この点については、丁寧な解説と具体的な問題演習によって、補うことが可能であると思われる。

また、 $\vec{p} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$ の公式のみを利用した生徒の誤答例として、 $\vec{OC} = \frac{2\vec{a} + 5\vec{b}}{2+5}$ というものがあつたが、作図を利用して、 $\vec{OC} = \frac{5}{2+5}\vec{a} + \frac{2}{2+5}\vec{b}$ と考えた生徒にはこのような誤答は見られなかつた。これは単に公式のみを丸暗記している生徒は、 m と n を混同することもあるが、作図を利用する生徒は、公式を忘れた場合でも自ら作図し、正しく解答できることを示している。

(2) 学習内容の定着率について

中間テストで位置ベクトルを求める問題を出題し、その正答率は右のようになった。

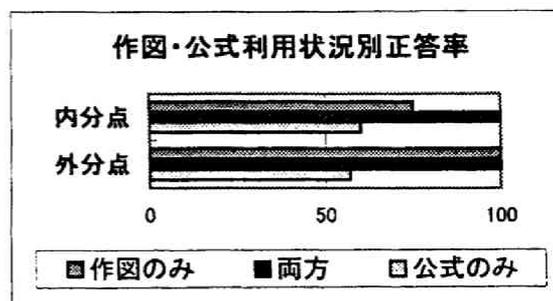
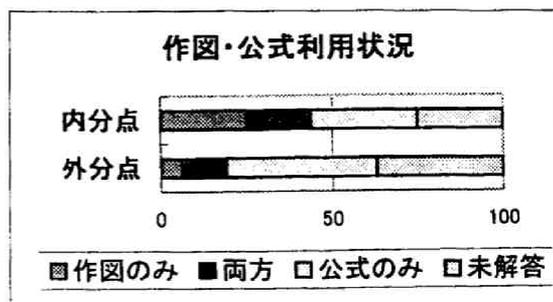
この結果から、(iv)のように図を与えた内分点の問題では正答率が最も高く、作図によって求める方法が定着し、よく理解していると判断できる。誤答例としては、内分点の位置を3:2ではなく2:3としたものと、補助線を線分ABに対して平行に引いてしまったものがあつた。この点については、今後の指導において留意する必要がある。

上記(1)、(2)の分析から、内分点・外分点の位置ベクトルを作図によって求める解法は、生徒の理解度や、定着率から見て、十分有効であつたと考えられる。

7. まとめ

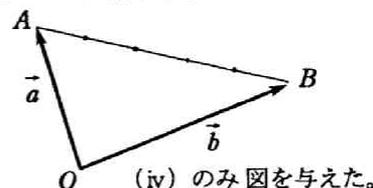
今回の研究は、創造性を培う指導方法を実践するという目的から、「具体的な作業を通して、生徒自らが納得できるベクトルの指導」と題して行った。内分点・外分点の位置ベクトルを、公式の丸暗記ではなく、具体的な作業を通して視覚的に理解させる方法を工夫し実践した。図形的な意味・式の意味を視覚的に正しく認識し、自ら公式を作り出させるこの指導方法は非常に効果的であつたと思う。

今後の課題として、生徒の理解度の低かつた外分点の指導のために教材・教具の工夫を行うことが挙げられる。引き続き、生徒の理解を深められる指導法に工夫していきたい。



2点 $A(\vec{a})$ 、 $B(\vec{b})$ を結ぶ線分ABに対して、次のような位置ベクトルを求めよ。(正答率)

- (i) 5:2に内分する点 $C(\vec{c})$ 65%
- (ii) 7:3に外分する点 $D(\vec{d})$ 55%
- (iii) 中点 $E(\vec{e})$ 75%
- (iv) 3:2に内分する点 $F(\vec{f})$ 85%



Ⅲ 「身近な統計に興味をもたせる学習」の工夫

ーグラフを見ることにより考える意欲を芽生えさせるー

概要

私たちの身近なところで様々な統計データが収集され活用されている。そこで、高校生が興味・関心を持つ統計データをグラフ化し、見たまま感じとることを通して、データの概要をつかみ、その傾向について考え、統計への興味・関心を引き出すことを目標とする学習を工夫した。さらに、現在までのデータから将来を予測することを体験する学習を通して、統計の楽しさを味わわせ、統計を学ぶ意欲を育てることができた。

1. 研究のねらい

目前に迫った21世紀は、コンピュータを中心とした高度情報化社会となることを多くの人々が認めている。そのような時代にもかかわらず生徒の理科・数学離れが深刻な問題となっている。

そこで数学教育の原点に戻り、生徒達に数学的なものの見方や考え方のすばらしさを体験させるとともに、数学を学習することの喜びや感動を与えたいと考えた。

生徒にとって分かりにくい数学用語や数式を多用することなく、生徒の興味・関心に沿った学習や将来の発展につながるような学習展開を追究するため、本研究に取り組んだ。

本研究は、社会における統計の役割を表やグラフを用いて学習し、数学的な考え方のよさを認識し、更に興味・関心を持たせ、学習意欲を育てることをねらいとしている。そして、新高等学校学習指導要領において新設された数学基礎「身近な統計」の学習内容を視野に入れたものとした。

2. 研究の内容・方法

統計表の数字を見ても、すぐにはその概要が分からないが、グラフ化することにより無味乾燥な数値データが具体的な分かりやすいものへと変容し、数式を使わずとも概略が分かっていくこともある。

ここでは、「ハイテク犯罪の検挙件数」や「覚せい剤乱用中学・高校生の補導状況」を教材として、①データのグラフ化、②グラフ化したデータから感じる事、③将来の予測の3本柱で生徒の興味・関心を引き出していく指導方法を模索した。

さらに、A校（コンピュータを使い慣れていない生徒）とB校（使い慣れている生徒）を対象として授業を実践し、それぞれの教材の工夫や学習の進め方の違いを通して、様々な生徒への応用方法も検討した。

高校への進学率が95%を超えている現状では、学習への興味・関心を高める工夫が以前より一層求められ、生徒になるほどと思わせる学習への動機付けなくして学習展開は困難である。

そのため、数学用語や数式を多用しない学習を心がけ、興味・関心、動機付け、コンピュータを用いた体験学習というキーワードを念頭において授業を実践した。

3. 授業実践 (A校)

(1) 指導計画 (①が本時)

- ① 基本操作の指導、データ入力と表の作成、棒グラフ・折れ線グラフ・円グラフ等の作成
- ② 資料の分析
- ③ まとめ

(2) 研究授業 (指導案は次頁)

本時の目標：コンピュータの基本操作に慣れるとともに、資料をグラフ化しグラフの特徴をつかむ

(3) 本時について

① 授業準備の工夫

生徒にとって、コンピュータを初めて操作する授業であった。そのため、次のような準備を行った。

ア) 時間短縮のため、事前にExcelで作成したワークシートをフロッピーディスクに入れておき、生徒に配布した。

イ) ワークシートの立ち上げも、フロッピーディスクにある「ハイテク犯罪」のアイコンをクリックすることで行わせた。

ウ) 入力についてはほとんど知識がないため、あらかじめ作成された表に数値のみを入力すればよいようにした。

② 本時について生徒の様子

ア) 「ハイテク犯罪」のファイルの立ち上げ

コンピュータ操作が初めての生徒もいるため、コンピュータとモニターのスイッチが分からず、全員の機械を立ち上げるまでかなりの時間を費やした。



イ) 数値入力

今回は数値の入力だけであったため、特に説明しなくてもテンキーからデータを入力することは容易であった。ただの数値の入力ではあるが、徐々に見本と同じような表が完成していくと、生徒は一種の達成感を味わうことができたようである。

ウ) データのグラフ化

1回の説明ではグラフ化の操作が分からない生徒が多くいた。作業を終えた生徒が遅れている生徒に教える姿も見られた。これは、普段の教室の授業ではなかなか見られない光景であり、教えることを生徒自身が楽しんでいるようであった。

エ) グラフの指導

予想以上に生徒の作業時間に差があり、棒グラフ、折れ線グラフ、円グラフの性質について、全員に十分説明することができなかった。

	学 習 活 動	主な発問と生徒の反応	指導上の留意点														
導入 5分	○「身近な統計」について、学習内容の説明をする																
展 開 35分	<p>○「基本操作」と数値の入力作業 →スイッチを入れる →FDのアイコンをクリック →「ハイテク犯罪の検挙件数」のアイコンをクリック</p> <p>○表の完成</p> <p>ハイテク犯罪の検挙件数 単位(件)</p> <table border="1" data-bbox="300 705 951 779"> <thead> <tr> <th>年</th> <th>1993年</th> <th>1994年</th> <th>1995年</th> <th>1996年</th> <th>1997年</th> <th>1998年</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>件数</td> <td>32</td> <td>63</td> <td>110</td> <td>176</td> <td>262</td> <td>415</td> </tr> </tbody> </table>	年	1993年	1994年	1995年	1996年	1997年	1998年	件数	32	63	110	176	262	415	<ul style="list-style-type: none"> ・スイッチの位置を説明する ・「ハイテク犯罪」という言葉について説明する 	<ul style="list-style-type: none"> ・操作が遅れた生徒に対し巡回し個別に対応 ・生徒のファイルには数値の入っていない表を入れておく ・数値の入力ミスや欄外に入力した生徒へ操作を指導する
年	1993年	1994年	1995年	1996年	1997年	1998年											
件数	32	63	110	176	262	415											
	<p>○上の資料をもとにExcelを使用し棒グラフの作成</p> <div data-bbox="300 913 951 1335" data-label="Figure"> <p>棒グラフのタイトル: ハイテク犯罪の検挙件数</p> </div> <p>○さらに折れ線グラフ、円グラフの作成をする</p> <div data-bbox="300 1451 804 1783" data-label="Figure"> <p>折れ線グラフのタイトル: ハイテク犯罪の検挙件数</p> </div> <div data-bbox="847 1451 1361 1783" data-label="Figure"> <p>円グラフのタイトル: ハイテク犯罪の検挙件数</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・マウスで範囲指定をする ・教員機を使っての説明に対し操作の遅れた生徒を巡回して指導する ・マウスの操作に不慣れな生徒には個別に指導する ・「ハイテク犯罪」のデータが円グラフにすることに適していないことに気付かせる 															
まとめ 5分	○棒グラフ、折れ線グラフ、円グラフそれぞれの特徴と性質についての説明		<ul style="list-style-type: none"> ・データをグラフ化するとき、どのグラフが適しているか気付かせる 														

4. 授業実践 (B校)

(1) 指導計画 (③が本時)

- ① アンケートの実施 (生徒がどのような統計資料に興味をもっているかの調査)
- ② 統計資料のグラフ化 (棒グラフ、円グラフ)、グラフのもつ役割と性質、資料およびグラフの見方、統計資料が身近に存在することの理解、数値予測の指導
- ③ 実際の資料をもとに、②について総合的に学習する
- ④ まとめ

(2) 研究授業

本時の目標：覚せい剤乱用中学・高校生の補導状況の資料から様々なことを考察する

(本時は2時間続きの2時間目)

	学 習 活 動	主な発問と生徒の反応	指導上の留意点																																																																																																
導入 5分	<p style="text-align: center;">覚せい剤乱用中学・高校生の補導状況(全国) 単位(人)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>77年</th><th>78年</th><th>79年</th><th>80年</th><th>81年</th><th>82年</th><th>83年</th><th>84年</th><th>85年</th><th>86年</th><th>87年</th><th>88年</th><th>89年</th><th>90年</th><th>91年</th><th>92年</th><th>93年</th><th>94年</th><th>95年</th><th>96年</th><th>97年</th><th>98年</th><th>99年</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>高校生</td> <td>61</td><td>83</td><td>104</td><td>98</td><td>133</td><td>143</td><td>99</td><td>80</td><td>54</td><td>42</td><td>35</td><td>42</td><td>28</td><td>29</td><td>42</td><td>42</td><td>40</td><td>42</td><td>93</td><td>220</td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>中学生</td> <td>20</td><td>41</td><td>42</td><td>55</td><td>56</td><td>67</td><td>83</td><td>60</td><td>58</td><td>50</td><td>38</td><td>29</td><td>16</td><td>9</td><td>15</td><td>17</td><td>17</td><td>13</td><td>19</td><td>21</td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>合計</td> <td>81</td><td>124</td><td>146</td><td>153</td><td>189</td><td>210</td><td>182</td><td>140</td><td>112</td><td>92</td><td>73</td><td>71</td><td>42</td><td>38</td><td>57</td><td>59</td><td>57</td><td>55</td><td>112</td><td>241</td><td></td><td></td><td></td> </tr> </tbody> </table> <p>○覚せい剤乱用中学・高校生の補導状況について考察する</p>				77年	78年	79年	80年	81年	82年	83年	84年	85年	86年	87年	88年	89年	90年	91年	92年	93年	94年	95年	96年	97年	98年	99年	高校生	61	83	104	98	133	143	99	80	54	42	35	42	28	29	42	42	40	42	93	220				中学生	20	41	42	55	56	67	83	60	58	50	38	29	16	9	15	17	17	13	19	21				合計	81	124	146	153	189	210	182	140	112	92	73	71	42	38	57	59	57	55	112	241			
	77年	78年	79年	80年	81年	82年	83年	84年	85年	86年	87年	88年	89年	90年	91年	92年	93年	94年	95年	96年	97年	98年	99年																																																																												
高校生	61	83	104	98	133	143	99	80	54	42	35	42	28	29	42	42	40	42	93	220																																																																															
中学生	20	41	42	55	56	67	83	60	58	50	38	29	16	9	15	17	17	13	19	21																																																																															
合計	81	124	146	153	189	210	182	140	112	92	73	71	42	38	57	59	57	55	112	241																																																																															
展 開 40分	<p>○学習活動(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1977年から1996年までの数値について棒グラフを作成する (ソフトはExcelを使用) ・資料を基に2種類の棒グラフを作成する (高校生・中学生がそれぞれ別の柱になっているものと積み上げたもの) <p>○学習活動(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表と作成したグラフを基に1997年の中学・高校生の補導人数を予測する <p>・前時に学習したことを基に、様々な要素を考慮しながら数値予測を行う</p> <p>○学習活動(3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実際の1997年の数値は中学生43人、高校生219人であり、この数値と(2)で予測した数値と比較し、さらに1997年までのグラフを作成する 	<p>1997年の予測 実際は 高校生…219 中学生…43</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>高校生</td> <td>減少 10</td> <td>増加 24</td> </tr> <tr> <td>予測範囲</td> <td>150~200</td><td>201~220</td><td>221~250</td><td>251~300</td><td>301~350</td><td>350以上</td> </tr> <tr> <td>予測した生徒人数</td> <td>7</td><td>3</td><td>9</td><td>10</td><td>3</td><td>2</td> </tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>中学生</td> <td>減少 3</td> <td>増加 31</td> </tr> <tr> <td>予測範囲</td> <td>10以下</td><td>10~20</td><td>21~30</td><td>31~40</td><td>41~50</td><td>50以上</td> </tr> <tr> <td>予測した生徒人数</td> <td>0</td><td>3</td><td>15</td><td>7</td><td>7</td><td>2</td> </tr> </table>	高校生	減少 10	増加 24	予測範囲	150~200	201~220	221~250	251~300	301~350	350以上	予測した生徒人数	7	3	9	10	3	2	中学生	減少 3	増加 31	予測範囲	10以下	10~20	21~30	31~40	41~50	50以上	予測した生徒人数	0	3	15	7	7	2	<ul style="list-style-type: none"> ・この処理については慣れているが、作業が正しく行われているか確認する <p>予測した結果を発表させる。</p> <p>(1)で行った作業を1997年までのデータで行うよう指示する</p> <ul style="list-style-type: none"> ・根拠を説明させるようにする。 																																																														
高校生	減少 10	増加 24																																																																																																	
予測範囲	150~200	201~220	221~250	251~300	301~350	350以上																																																																																													
予測した生徒人数	7	3	9	10	3	2																																																																																													
中学生	減少 3	増加 31																																																																																																	
予測範囲	10以下	10~20	21~30	31~40	41~50	50以上																																																																																													
予測した生徒人数	0	3	15	7	7	2																																																																																													

○学習活動(4)

・ここまでのデータを見て感じることをワークシートに書かせる

・感じるまま表現するように促す

1997年までのデータから感じること

- ・増加の割合の多さに驚いた・国際化が原因なのでは？
- ・96～97年の増加がすぎすぎる・薬物が簡単に入手できるようになったから
- ・よくこのようなことが出来ると思う・学校と警察がもっと頑張らなければいけない
- ・仕事がなかったり、目標がなかったりするため、こういったことに手をだすのでは？
- ・グラフを見ると波の様に増えたり減ったりしている・このままでは日本が危ない
- ・中学生はどのような経路で入手しているのか？お金はどうしているのか？
- ・思ったより多い数で、最近やっているCMを思い出した
- ・やはり一度手を出してしまうとやめられないのだろうか？これからも増える気がする
- ・中学生が増えているが、この世代が高校生になったらまた増えていくのでは？

○学習活動(5)

・1998年の補導者数を予測する

1998年の予測 実際は 高校生…98 中学生…39

高校生	減少 29(4)					増加 6
予測範囲	100以下	101～150	151～200	201～219	220～250	251～300
予測した生徒人数	6	0	6	13	5	1

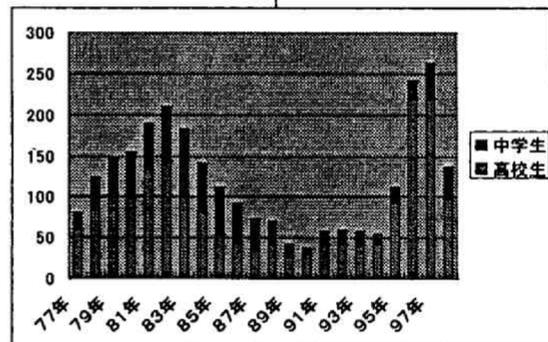
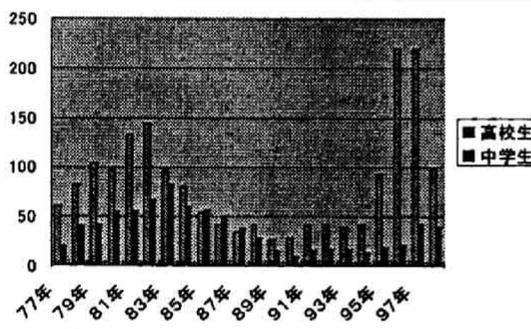
中学生	減少 6(3)		増加 25(1)			
予測範囲	30以下	31～43	44～50	51～60	61～70	71以上
予測した生徒人数	2	4	7	11	1	6

()内の数字は単に減少または増加と予測した生徒の数

○学習活動(6)

・実際の1998年の数値は中学生39人、高校生98人であり、この数値と(5)で予測した数値と比較し、さらに1998年までのグラフを作成する

・(1)(3)で行った作業を行うよう指示する



○学習活動(7)

・ここまでのデータを見て感じることをワークシートに書かせる

・感じるまま表現するように促す

1998年までのデータから感じること

- ・警察が頑張った結果なのか・もっともっと指導をして減らしてほしい。
- ・もっと覚せい剤に対する意識を高めていくことが必要
- ・思ったより意外と少なかった・このまま減っていったらいい
- ・このまま減ってくれば良いが、また増えるかもしれない
- ・予測と全然違った。びっくりした・ただ捕まっていなかったかもしれない
- ・どんどん増えていくと思っていたが、一体どうやって減らしたのだろうか？
- ・学校などでも取り上げられて、危険さがわかってきたのだろうか？
- ・中、高校生の数は減ったが、少年全体から見れば数が多い、それも減ってほしい

○学習活動(8) ・1999年の補導者数を予測する 1999年の予測 実際は 高校生…? 中学生…?						
高校生	減少 23(1)					増加 3
予測範囲	40以下	41~60	61~80	81~98	99~120	120以上
予測した生徒人数	1	7	6	8	3	0
中学生	減少 19(1)					増加 6
予測範囲	10以下	11~20	21~30	31~39	40~60	61以上
予測した生徒人数	0	4	8	6	6	0
()内の数字は単に減少または増加と予測した生徒の数						
まとめ 5分	・1999年についてどのように考えたかを発表させる	・実際の数は2000年になってから、調べて知らせることを伝える	・考えが全員に理解できるように支援する			

(3) 研究授業および前後の授業

① 授業前のアンケート

授業の前に、右のようなアンケートを実施した。最初に「統計と聞いてまず思いつくこと(考えること)は何ですか。」という質問項目を設けたが、生徒は「統計って何ですか。聞いたことありません。」という答えがほとんどであった。そこで、進路別人数、検定合格率など統計資料は身の回りに数多く存在することを伝えたが、生徒はよく理解できなかつたようだった。

アンケート
(ア) 統計と聞いてまず最初に思いつくこと(考えること)は何ですか
(イ) 統計は何のためにあると考えますか
(ウ) 統計は社会の中でどのように利用されていると思いますか (どのように役に立っているか)
(エ) あなたが考えられる統計資料を何項目か書いて下さい
(オ) (エ)の中で、あなたが最も興味のある項目は何ですか

② 指導計画作成上の留意点

ア) データの収集について

アンケートを基に生徒が興味をもつ統計資料について、インターネットなどからデータを収集するよう心掛けた。さらに、今回の研究授業で使用した資料は警察に問い合わせをし、最新のデータを入手した。

イ) グラフ化について

コンピュータ室において授業を行った。生徒は情報処理の授業で、すでにグラフ化については慣れているので説明を簡単に済ますこととした。しかし、資料を指示どおりに整理することはできていても、その意味が何なのかを考えながら処理している生徒は少ないので、統計資料が何を目的として作成されているのかを考えさせることが大切である。実際、A校で行った「ハイテク犯罪」についてのグラフ化も行ったが、「『ハイテク犯罪』とは何だろう』と考えながら作業をしていた生徒は一人だけであった。

ウ) 統計が身近にあることの理解について

生徒が興味を抱くように、例にあげる資料は行事のアンケートや携帯電話の所持率などの生徒が普段から身近に感じているものを扱うようにした。

エ) 数値の予測の指導について

等差数列的考え方や等比数列的に増加率から予測する方法、また、増加率を考える場合、その基準となる数値を前年だけでみる方法、何年前までの平均をとってみる方法等を紹

介することとした。さらに、どの方法をとるかについては、そのデータに関する様々な要素を考慮しながら決定していくことも指導することとした。

③ 本時の授業について

ア) 数値の予測について

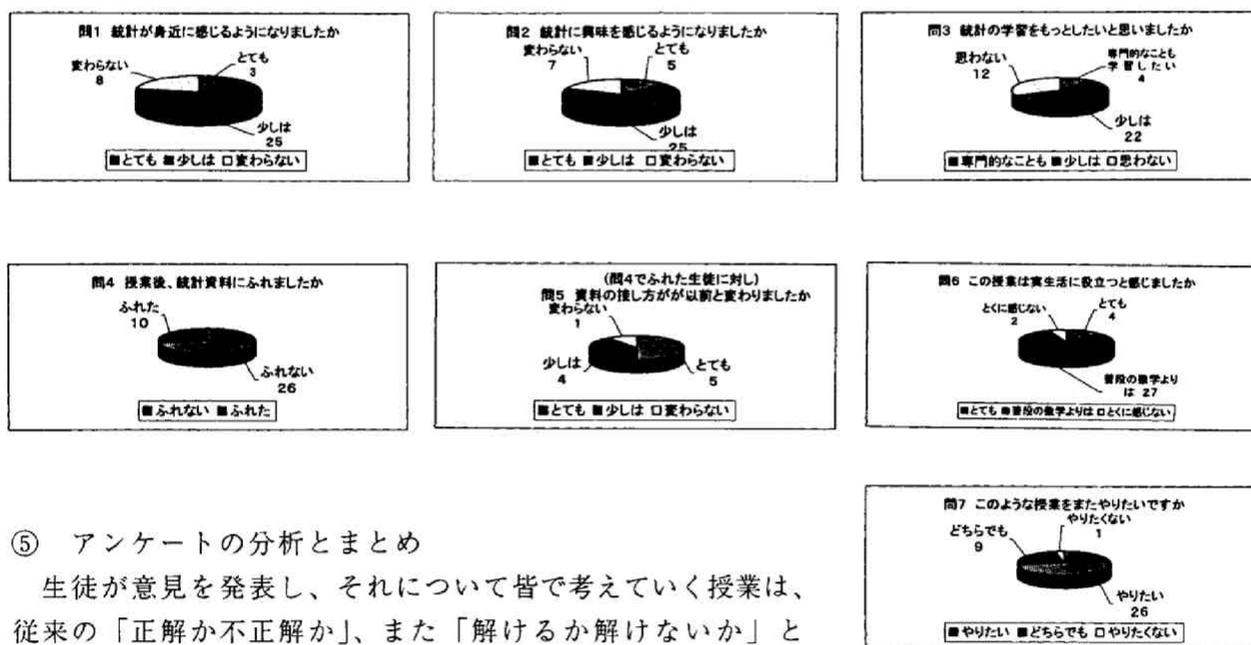
実際の統計資料を使用し、資料をある年度まで示しておき、生徒に予測させて、実際の数値と比べさせた。それぞれの予測について根拠も書かせたが、数式等を使って数値を導き出した生徒は少なかった。しかし、その数値のほとんどが概数ではなく、〇〇〇人と下一けたまでしっかりと値を出していたことを考えると、過去の状況から増加の割合など何らかの数学的考え方のもとに予測値を導き出すことができたのではないかと考えられる。

イ) 発表について

データやグラフから感じたことを発表させたが、様々な意見が出ていた。発表を行うという形態は従来の数学の授業ではあまり見られなかったことであり、生徒から意見を引き出し、それについて皆で考えるという雰囲気作りに配慮した。また、それぞれの考え方を受容的に聞くように指導し、自分の意見を堂々と発表できるようにした。

資料収集の際、警察からもこの資料データに対する見解や分析、また今後の展望なども聞いておき、生徒との意見交換の中で生徒に伝えるようにした。

④ 授業後のアンケート結果



⑤ アンケートの分析とまとめ

生徒が意見を発表し、それについて皆で考えていく授業は、従来の「正解か不正解か」、また「解けるか解けないか」という基準の中で進むことの多い授業とは異なり、生徒にとってはとても新鮮だったようである。しかしながら、教える側にとっては、生徒の反応、発言によって授業の指導計画変更を行う必要があり、事前にデータに関する幅広い知識を得ることが大切である。

アンケートの結果を見ても分かりますとおり、大部分の生徒が今回の授業によって統計を身近なものと感じ、「もっと学習したい」「また違ったデータを分析したい」と統計に対する興味・関心が持てるようになったことは、この授業の当初の目的を達成したことと思われる。さらに、授業後の感想の中で楽しかったと答える生徒が多かったことにより、「生徒の身近にあるものを題材とした実生活に結びつく授業」を生徒は渴望していることを実感した。

5. 分析と考察

(1) コンピュータの使用に関して

前述のとおり、コンピュータを全く扱ったことがない生徒と、ある程度使いこなせる生徒に対して研究授業を行ったが、どちらの生徒も数学の学習でコンピュータを使用することについては、高い関心を示している。授業後の感想の中にも、またこのような授業をやってほしいという意見が多かった。これは、とかく受身になりがちな普通の授業と違って、コンピュータを操作することの楽しさと、自分で何かを作りあげていくという喜びが得られるためであろう。

(2) 統計に対する生徒の認識について

生徒に対して事前に行ったアンケートで分かったことであるが、多くの生徒が『統計』がどんなものか、その言葉の意味もよく理解していなかった。我々の身の回りには、様々な統計資料（データ）があふれているが、それに対する生徒の認識の薄さを実感することとなった。

6. まとめと今後の課題

今回の研究で行った授業は、どのような学校においても実施が可能である。最近のコンピュータソフトの発達により、以前よりデータをグラフ化するのも容易になり、全くコンピュータを扱ったことがない生徒でも、簡単にグラフを作成することができるようになった。しかし、その反面、少し操作を誤っただけでうまくいかないこともあり、授業では、生徒のトラブルに対応する補助の役割を担当する教員がいると指導がしやすくなる。また、生徒によって作業速度に差が生じるので、早く済んだ生徒を退屈させないような工夫（例えば、予備の題材を用意しておく等）が必要である。その一方で、データの入力などの作業に没頭し、グラフを完成させることを目標にしてしまい、その先にあるデータの予測まで到達しない生徒もいたので、学習の目標をはっきりさせてから、学習を進めることが重要であると思う。

また、自分で興味をもった内容に対して、統計資料を集め、グラフ化などの作業をさせてみたいと思ったが、実際にいろいろなデータを集めてみて、生徒が興味をもつようなデータ（例えば、ゲームの売り上げなど）がなかなか手に入らないということも分かった。このことについては、あらかじめその入手方法などを調べておくことが必要である。

本研究では、統計の内容を扱っているにもかかわらず、平均や分散などの統計的な計算などが入っていないが、この学習の目的は、身近な統計資料を使って、生徒の創造性の基礎を培うことであり、これにより生徒に統計に対する興味・関心をもたせ、さらに統計的な内容を発展させていくことができると考えている。

[参考文献・資料]

- ・文部省、高等学校学習指導要領（平成11年3月版）
- ・総務庁統計局・統計センターのホームページ（<http://www.stat.go.jp/>）
- ・警視庁のホームページ（http://www.npa.go.jp/police_i.htm）
- ・厚生省のホームページ（<http://www.mhw.go.jp/toukei/>）