

高等学校

平成 15 年 度

教育研究員研究報告書

数	学
---	---

東京都教職員研修センター

平成15年度

教育研究員（数学）名簿

分科会	研究テーマ	学校名	氏名
	数学的活動を通して、三角比の基本的な考え方の理解を深める指導方法	都立水元高等学校	尾崎 守
		都立南多摩高等学校	原田 柊太
		都立農林高等学校	會田 隆紀
	実生活の中で生きる指数・対数の有効性を実感できる指導方法	都立小山台高等学校	松木 丈浩
		都立紅葉川高等学校	佐藤 東
		都立町田高等学校	村貫 真佐邦
		都立田無工業高等学校	豊山 肇代
	学習意欲と目的意識を高める微分法の指導方法	都立鷺宮高等学校	高木 和美
		都立忠生高等学校	叶多 泰子
		都立保谷高等学校	才郷 博光

世話人

副世話人

（担当） 東京都教職員研修センター 指導主事

江本 敏男

目 次

主題 数学への興味・関心をもたせ、学習への意欲を高める教材・指導方法及び評価の工夫

主題設定の理由	2
数学的活動を通して、三角比の基本的な考え方の理解を深める指導方法	
1 研究のねらい	3
2 研究の方法	3
3 三角比に関する調査の結果と分析	3
4 指導計画	6
5 検証授業のアンケート調査の結果と分析	8
6 まとめと今後の課題	9
実生活の中で生きる指数・対数の有用性を実感できる指導方法	
1 研究のねらい	10
2 研究の内容・方法、教材の工夫	10
3 評価方法の工夫	10
4 事前アンケート結果と分析	11
5 指導計画	11
6 アンケート結果	14
7 検証授業の考察と分析	15
8 まとめと今後の課題	15
学習意欲と目的意識を高める微分法の指導方法	
1 研究のねらい	17
2 興味・関心をさぐるための調査結果	17
3 教材・指導方法の工夫	19
4 評価の工夫	19
5 学習指導計画	20
6 検証授業について	24
7 まとめと今後の課題	24

主題設定の理由

数学の授業内容に対して「日常生活との関連性」や「何に役立つのか」がわからないため、興味・関心がもてなかったり、数学に対して強い苦手意識があって前向きに取り組めない生徒が増えている。いわゆる「数学嫌い」の増加である。

本年度、新学習指導要領が施行された。この学習指導要領が適用される第1学年については、新しい内容とともに、数学的活動を取り入れるなど新しい指導方法が求められている。高等学校学習指導要領数学科の目標設定に際し、「数学を学習する意義、数学的な見方や考え方のよさ、数学の美しさ、文化や社会生活において数学が果たしている役割などを理解させることにより、数学への興味・関心をもたせ、学習への意欲を高めること」が大切にされ、また、「単に内容の習得にとどめるのではなく、人間形成を目指した数学教育を意図し、数学的活動を通して創造性の基礎を培うという視点」が重視された。(高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編 文部省) 実際の授業の中で、この趣旨を活かし数学科の目標を実現するためには、その学校の生徒にあった具体的な内容・方法を構成することが必要である。

生徒の実態に適切に対応せず、抽象的な内容だけで授業を展開すれば、「数学は無味乾燥であり、勉強すればするほど早く数学から逃れたい」という気持ちを高めるだけになるかもしれない。生徒が授業内容に興味・関心をもてるような教材を提供し、生徒に主体的な参加の場があり、様々な「数学的活動」を行い、そのことを通して「創造性の基礎を培う」ことが求められている。このことは、既存の教材や指導方法だけでは実現が難しい。現状の指導の分析を行い、課題意識、改善のための視点を明らかにし、「学習意欲をもたせられるような教材、指導方法」について研究する必要がある。

このような背景の中で、教育研究員数学部会では、生徒の関心・意欲に視点をあて、研究主題を「数学への興味・関心をもたせ、学習への意欲を高める教材・指導方法及び評価の工夫」とした。

また、研究を進めるにあたり以下の点について配慮した。

- (1) 基礎・基本の徹底を図り、生徒が意欲をもてるわかりやすい授業を実施する。
- (2) 身近な事象を題材とすることにより、関心・意欲を喚起し、数学の有用性を感得する。
- (3) 体験的活動を取り入れ、自ら学ぶ意欲を高める。
- (4) 指導の中で評価をどのように活用するか、特に観点別評価についての視点を重視する。

各分科会研究テーマ

第 分科会
数学的活動を通して、三角比の基本的な考え方の理解を深める指導方法

第 分科会
実生活の中で生きる指数・対数の有効性を実感できる指導方法

第 分科会
学習意欲と目的意識を高める微分法の指導方法

数学的活動を通して、三角比の基本的な考え方の理解を深める指導方法

1 研究のねらい

小学校の中・高学年から中学校・高等学校へと進むにつれて抽象的な内容が増え、高等学校では、数学に興味・関心をもてない生徒も少なくない。高等学校の段階においては、新しい概念の導入や理論の拡張がいつも実際的で身近な問題から始まるわけではなく、純粋に数学的な問題から始まることも多い。数学を学ぶことの意義が理解できず、その必要性に気付かないまま興味・関心をもてずに学習を終えてしまう生徒も多い。

数学の三角比については、実際的で身近なものとして感じ、興味・関心をもつことができるのは、直接測ることのできない高さや、2点間の距離を計算で求めることができたときである。三角比を学ぶことの有用性を感じ、角を基に測るという数学的な見方や考え方のよさを認識できるのは学習が進んでからのことである。

三角比の学習の最初の授業では、直角三角形について、正弦、余弦及び正接の定義を理解させることが目標になるが、直角三角形の辺の比と角の関係として理解されずに、「辺の長さで決まる値である。」と理解し角が意識されない傾向が強い。その結果、記号 \sin 、 \cos 、 \tan を使って三角比を表す際に、様々な表記ミスが生じていると考えられる。

そこで、本研究では、導入時に三角比に興味・関心をもたせ学習への意欲を高めるとともに三角比を辺の比と角の関係ととらえ、「角の大きさで決まる値である。」という理解が深められることを目的とした教材や指導方法の工夫を研究のねらいとした。

2 研究の方法

前述のねらいに基づき、以下のような手順で研究を行った。

- (1) 三角比に関する調査を実施し、分析する。
- (2) 学習指導計画、評価規準、学習指導案、ワークシートを作成する。
- (3) 学習指導案、ワークシートに基づき検証授業を行う。
- (4) 検証授業後のアンケート結果を分析し、考察・評価を行う。

3 三角比に関する調査の結果と分析

生徒の三角比についての実態を把握するために、今回の検証授業の前に都立高校全日制普通科7校(2学年7校、3学年1校)、全日制工業科1校(2学年)、全日制農業科1校(2学年)でアンケート調査を実施した。回答数は557名であった。

質問1 数学が好きですか？

どちらかに をつけてください。

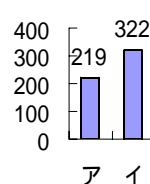
ア 好き イ 嫌い

質問2 三角比に興味・関心がもてましたか？

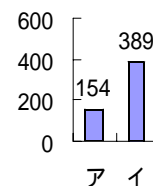
どちらかに をつけてください。

ア もてた イ もてなかった

質問1



質問2



質問3 「三角比」に興味をもてた理由、もてなかった理由を書いてください。

・興味をもてた理由

「なんか不思議だから」「新しい考え方だったから」「角度により辺の比がわかり、いろいろな公式により、いろいろな辺や角の大きさがわかったのが面白かった」「測量など、身近なところで使われていることがわかり興味をもてた」「部活で(グラウンド)に線をかくとき利用できた」「まだ、数学の中では、わかりやすい気がしたから」「解けたときのよこび」

・興味をもてなかった理由

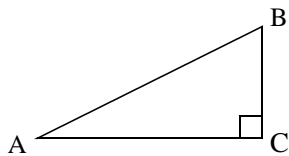
「全然わからなかったから」「何につかえるのかよくわからなかったから」「よくわかんなかった。すぐに公式が出てきてゴチャゴチャしてるところ」「公式が多すぎだった。普通に生活してて使わなそうだと思った」「数学そのものが嫌いだから、興味をもてなかった」「難しすぎて...理解できない 興味をもてなかった」「式の途中の平方根が嫌」

質問4 「三角比」の授業の中で印象に残っているのは、どんな内容ですか？

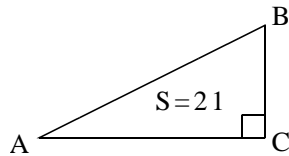
「直接測ることのできない距離を計算で求めたこと」「(図で示し) \sin, \cos, \tan のアルファベットを使ったおぼえ方」「 $\sin^2 + \cos^2 = 1$ 」「辺の長さを 3 : 4 : 5 や 5 : 12 : 13 にすることで直角が得られる」「わからないところでも角度とかで値が求められること」「 $\sin 30^\circ = 1/2$ というように、角度を数字で表せたこと」「頭の中で図形をくるくる回すこと」「計算するときの式が長くて、たくさんあったけど、それを覚えるのに苦労したこと」「ない。毎時間、頭が混乱している」「三角比で使う公式は長く、文字がいっぱい出てくること」「難しかったことしか印象に残っていない」

質問5 次のア～オの直角三角形で、三角比の値が求められるものは()の中に を、求められないものは()の中に x を記入してください。手元に数学 の教科書があつて、使用することができるものとします。

ア.()

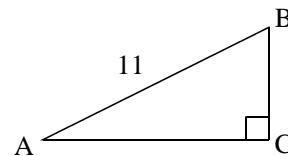


イ.()



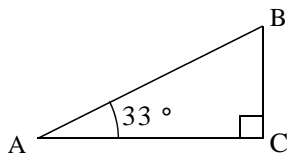
三角形 ABC の面積 $S=21$

ウ.()



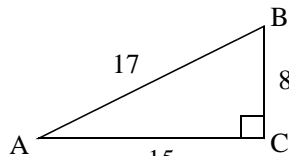
$AB=11$

エ.()

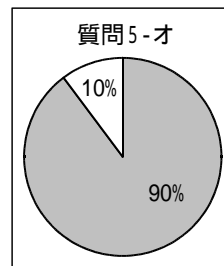
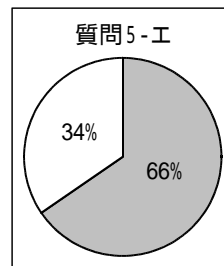
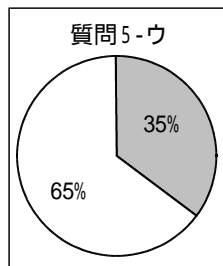
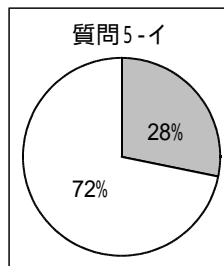
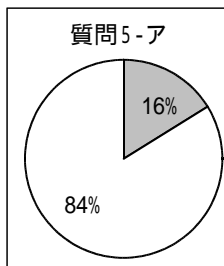


$\angle BAC = 33^\circ$

オ.()



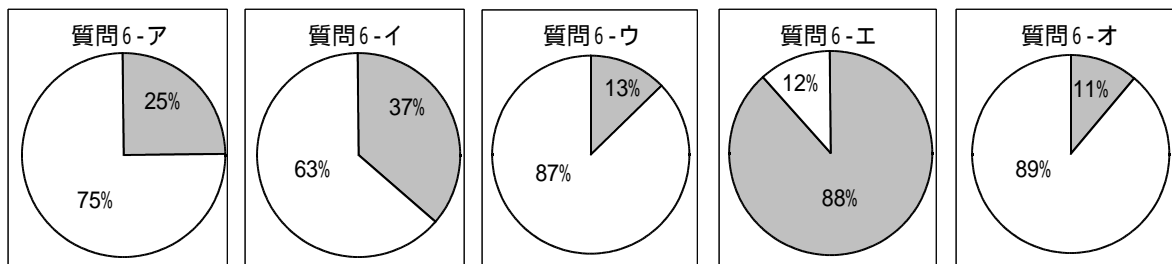
$AB=17, BC=8, AC=15$



(網掛けの部分は、白い部分は x のデータを表す)

質問 6 「30° のサイン(正弦)の値が 0.5 であること」を表すとき、ア～オで正しい表し方は()の中に を、正しくない表し方は()の中に × を記入してください。

- ア $\sin=0.5$ () イ $30^\circ=0.5$ () ウ $\sin A=0.5$ ()
 エ $\sin 30^\circ=0.5$ () オ $\sin 0.5=30^\circ$ ()



(網掛けの部分は、白い部分は×のデータを表す)

結果は、各質問に対する回答を集計したが、コメントについては一部を示した。

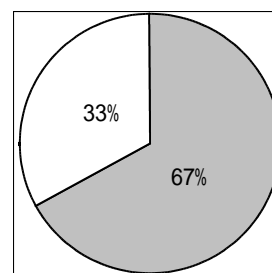
質問 1, 2 についてはあえて二者択一としている。これは恣意的に中間的な回答がでないよう設定したものである。母集団の傾向であるが、質問 1 の結果から「数学が好き」と答えた生徒と「嫌い」と答えた生徒の比率はおよそ 2 : 3 であり、三角比の単元に「興味をもてた」生徒と「興味をもてなかった」生徒の比率はおよそ 1 : 3 であった。

質問 3 については「興味をもてた」生徒は、「角度によって辺の比がわかる」新しい考え方に対してそのよさや有用性を認め、「身近な所でも使えたり、問題が解けて楽しかった。」といったコメントが多い。逆に「興味をもてなかった」生徒は、数学全般に対する抵抗感や苦手意識が強い様子である。ほとんどが「興味をもてた」グループとは正反対のことをコメントしており、「難しくてわからない。」という中に平方根の計算がネックになっていた生徒も見られる。

質問 4 については「印象に残っている」ことで「数学的事実」、「教師の説明方法」、「覚えるのに苦労した」などが混ざっている。一部の肯定的なコメントから感じられることとして、公式の美しさを認識できる生徒がいる。角度と数値(辺の比の値)の対応関係を認識している生徒もいる。「頭の中で図形をくるくる回す」(ある種の数学的活動)に言及している生徒が見られたことである。否定的なコメントとしては、理解できなかつたり、難しかったことに関して書いている生徒が大半である。

設定した設問の中で、特に質問 5 (エ) と質問 5 (オ) についての関係を調べた。その際に質問 1 でア、イと答えたグループ別に集計をしたが、全体で取ったとしてもほぼ同じ結果が出ており、質問 5 (オ) を と答えながら質問 5 (エ) に × を回答する生徒が一定の割合で存在することが確認されている。全体の数値で見ると質問 5 (オ) に をつけた 417 名の中で質問 5 (エ) が 279 名 (67%) : × が 138 名 (33%) であり、質問 5 (オ) で正解している中の 3 分の 1 が、質問 5 (エ) を正確に理解できていないことになる。

質問 5 について、オに○をつけた生徒のエでの回答の状況



4 指導計画

(1) 学習指導計画 (24 時間)

節と時間配分	項目	指導内容
鋭角の三角比 8 時間	・ 正弦、余弦、正接の定義	三角比の発想 三角比の定義 三角比の表 30°, 45°, 60°の三角比
	・ 三角比の応用	三角比の応用
	・ 鋭角の三角比の関係	相互関係 90° - Aの三角比
鈍角の三角比 4 時間	・ 三角比の拡張	鈍角の三角比の定義 0°, 90°, 180°の三角比
	・ 三角比の関係	相互関係 180° - Aの三角比
正弦定理と余弦定理 6 時間	・ 正弦定理とその応用	正弦定理
	・ 余弦定理とその応用	余弦定理
図形の計量 6 時間	・ 三角形の面積	三角形の面積
	・ 球の体積と表面積	球の体積 球の表面積
	・ 相似な図形の計量	相似な図形の面積 相似な図形の体積

(2) 評価規準

評価規準については、評価の4観点(数学への関心・意欲・態度、 数学的な見方や考え方、 数学的な表現・処理、 数量・図形などについての知識・理解)を踏まえて、24時間の学習指導計画中の最初の8時間分「鋭角の三角比」について作成した。

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量・図形などについての知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> ・ 数学的活動に興味・関心をもち主体的に取り組もうとする ・ 三角比の有用性を認識し、三角比を図形の計量に用いようとする ・ 三角比の間に成り立つ関係に関心を持ち、その関係を図や表から見いだそうとする 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 直角三角形の辺の比を角との関係で考えられる ・ 具体的な事象の中から直角三角形を見つけだし、考察することができる ・ 三角比の間に成り立つ関係を、図や表から見いだせる 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 直角三角形の辺の比と角との関係を三角比の記号を用いて表すことができる ・ 三角比を用いて、辺の長さや角の大きさを求めることができる ・ 三角比の間に成り立つ関係を式で表し、与えられた三角比の値から残りの三角比の値を求めることができる 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 直角三角形の辺の比と角の間の関係として三角比を理解する ・ 三角比の値は角の大きさに決まることを理解する ・ 三角比における用語や記号などの基本事項を理解する ・ 三角比の表について理解し、扱うことができる ・ 三角比の間に成り立つ関係を理解する

(3) 指導方法・教材の工夫

授業中やテストの解答の中で、sin、cos、tanの記号を正しく表せていないことがよく目についた。アンケート(質問6)の結果からもそれが見られた。これは、

三角比の値が「角の大きさを定まる」という認識が希薄だからと考えた。そこで、数学の三角比の導入部分に注目した。導入で角の大きさを定まることを十分認識させるために、ワークシートを工夫し、興味・関心を高めることにより、三角比における理解も深められると考えた。

(4) 検証授業の流れ

ア 生徒が角の大きさを決める。

自分たちで角の大きさを決めることによって、これから始まる作業を自発的な活動として意識させる。

イ ワークシート No.1 にアで決めた大きさの角の直角三角形を作図させる。

ワークシートには底辺と底辺の左端に分度器の図を貼り付けたものをあらかじめ印刷してある。ワークシート No.1 はアで決めた角の数に応じた枚数を配布する。事前に直定規を2本用意する。

ウ イで作図した直角三角形の各辺の長さを正確に測らせ、ワークシート No.1 の表に記入する。

測定結果の誤差が後の結果に大きな影響を与えることを伝え、0.1 mmの単位まで正確に測らせる。

エ ウで測った辺の長さを基にワークシート No.1 の表に指定されている3つの辺の比の値」を電卓で計算し、表に記入する。小数第2位まで求める。

事前に電卓を用意する。

オ ウ、エの作業で得られたデータを発表用の模造紙に記入させ、それをワークシート No.2 にも記入させる。

三角形の大きさは生徒それぞれ違うことを指摘するために辺の長さも書く。

カ 3つの「辺の比の値」の結果を比べる。

直角三角形の大きさに関係なく、同じ角度ではほぼ同じ値であることに気付かせる。

キ 教科書にある三角比の表を見させる。

表にも三角形の大きさや辺の長さはなく、角の大きさを数値が書かれていることを強調する。

sin、cos、tan は簡単に触れる程度とする。(詳しい説明は次時)

(5) 学習指導案

ア 指導案

	指導内容	学 習 内 容	評価()、支援()の計画及び指導上の留意点
導入 10分	<ul style="list-style-type: none"> 直角三角形の定義の説明 相似な三角形の説明 本時のねらいの説明 	<ul style="list-style-type: none"> 相似な直角三角形で変わらないものは何か考える。 角以外にも変わらないものがあることを見つけることで、三角比の発想を理解することが本時の目的であることを理解する。 	<p>「相似な三角形では対応する角が等しい」ことが理解できているか確認する。 黒板に相似な直角三角形を提示する。 変わらないものが何であるか、三角比の発想とは何かということに関心を持つか。 (興味・関心・態度)</p>

展開 25分	<ul style="list-style-type: none"> ワークシート、電卓、直定規（2本）を配布し、本時の作業の説明をする。 	<ul style="list-style-type: none"> ワークシートは別紙 〔作業手順〕 角の大きさを決める。 （生徒が決める） 1つの角について、ワークシートに書ける自由な大きさの直角三角形を作図する。 辺の長さを測る。 辺の長さの比の値を電卓で計算する。 （はじめに1つの角度について～を一緒に作業する） 残りの角度について各自で～の作業をする。（各自で作業を行う） 	<p>作業手順を理解し、作業とその結果に興味・関心を持ち、主体的かつ積極的に取り組めるか。 （興味・関心・態度） 互いに近い角度は選ばないようにする。 直定規2本を使用した直角の作図を前で示す。 ミリ以下は目測とする。（誤差の少ないように、目盛りを真上から読むように指示） 比の値は小数第2位まで求めさせる。（小数第3位を四捨五入することにする）</p>
考察及びまとめ 15分	<ul style="list-style-type: none"> 作業の結果からわかったことのまとめをする。 次時の目的である三角比に言及する。 	<ul style="list-style-type: none"> 計算結果を発表する。（1つ1つの角について模造紙に記入する） 結果から何がわかるのかを考察する。 計算結果から、辺の長さの比が、 （1）三角形の大きさに関係なく一定の値になっていること （2）角の大きさによって、一定の値に決まることを確認する。 三角比の発想を理解する。 	<p>誤差（有効数字）ふれる。同じ角度のについては、計算結果がほぼ一定の値になることに気付くか。（見方・考え方）</p> <p>三角比の発想の基となる考え方が理解できたか。（知識・理解）</p>

イ ワークシート

No.1

作業記録

年 組 氏名 _____

角度A = ()°のとき、

AB	AC	BC	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{AC}{AB}$	$\frac{BC}{AC}$

～ は小数第4位まで

No.2

結果のまとめ

氏名 _____ 年 組 番号 _____

A (角度)	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{AC}{AB}$	$\frac{BC}{AC}$

5 検証授業のアンケート調査の結果と分析

この授業実施後に4項目についてのアンケートを行い、生徒がこの授業をどのように受け止めているかを調査した。これらの項目及び結果は以下のとおりである。

質問1 作業のやり方は、よく分かりましたか？

よく分かった	10名	少し分かった	4名
あまり分らなかった	2名	全然分らなかった	0名

質問2 今回の授業に興味・関心がもてましたか？

すごくもてた	2名	少しもてた	11名
あまりもてなかった	2名	全然もてなかった	0名

また、その理由も書いてください。

「わかりやすかった」「ちょっとだけ数学がおもしろかった」「3つの角度でやっていて1つ1つの答えが違うのがおもしろかった」「作業のやり方がが意外に簡単で楽しかった」「数学は嫌いだけどおもしろかった」「計算が嫌いだから計算機が使えたことがよかった」

質問3 授業で印象に残ったことは何ですか？

「でほぼ同じというのは、なんとなく理解できたが、”なぜそうなるのか？”は、分らなかったが、全体的には楽しい授業だった」「先生が分かりやすく教えてくれた」「計算機で計算したこと」

質問4 角度が同じだと計算結果が、ほぼ同じになることは分かりましたか？

よく分かった	4名	少し分かった	9名
あまり分からなかった	1名	全然分からなかった	1名

6 まとめと今後の課題

新学習指導要領では「数学的活動」を重視している。今回検討した指導内容は対象を身近に感じられるように工夫を行い、外的・内的な活動を通して「三角比を辺の比と角の関係であることととらえ、角の大きさで決まる値であること」をよりよく理解できることを目指した。検証授業では、教科書などから与えられた問題を机上で黙々と解くのではなく、自分たちで角の大きさを決め、作図し、電卓を用いて値を求めた。生徒たちは自分で問題を作れたこと、座学の50分間ではなく、日頃する機会のない作図などの作業や、苦手な計算に電卓を利用できたことで充実感を得られたようだった。

検証授業後のアンケート結果から第一に「計算機の使用」があげられている。計算機の使用により、苦手意識の1つを取り除いて授業に取り組むことができた。第二に「作業が簡単で楽しかった」とあげられている。実際に作業することで図形をイメージすることができ、こちらが目指すものを聞いていく姿勢が現れた。大きくこの2点から生徒が三角比に興味・関心をもち始めたと考えられる。興味・関心をもつことで集中し、アンケートの質問4の結果からも「三角比の値は角の大きさで決まる」ということを伝えることができたと考えられる。

しかし、すべてがうまくいったわけではない。この指導案では50分に収まらず時間超過をしている。それでも生徒は最後まで作業を続け、やりとげた。質問4の結果から、よく理解できなかった生徒も少数いたことがわかる。この生徒が作業の楽しさを感じられたとしても、目的の内容を伝えきれなかったことは、今後の課題とすべきことと考える。指導案の内容については精選・改良の余地がある。

平成15年度生以降、中学校での指導事項が学年・校種間で移行している。例えば、従来2年生で扱っていた「図形の相似」は3年生で学習するようになる。また、「相似な図形の面積比、体積比」は中学校から高校の数学に移行する。このような変更に伴う指導内容の変更については、生徒の実態を分析しつつ今後も常に検討して行く必要があると考えている。

実生活の中で生きる指数・対数の有用性を実感させる指導方法

1 研究のねらい

既出の教科書において、各分野の導入では実生活に即した課題を用いて内容を紹介する構成になっている。しかし、対数関数の導入に関しては指数関数の逆演算として扱う紹介が多くみられる。対数が有効となりうる事象は多い。生徒の実態に合わせ、対数が非常に有効で便利と感じさせることを目標に、「対数関数」を研究テーマとして選択した。その際、指数的変化をみせる事象を題材に選び、指数関数として扱うのではなく、対数を利用し大きな数を小さく扱うことで、対数の有用性を感じさせる指導を研究する。

2 研究の内容・方法、教材の工夫

指数関数・対数関数に研究テーマを決定し、生徒の学習意欲が高まり、数学そのものを便利かつ有効であると感じられる指導方法について、以下の手順、方法で研究を進めた。

- (1) 事前にアンケートを実施し、指数・対数関数に対する生徒の意識調査を行う。
- (2) 数学 「指数関数・対数関数」における現行の教科書における指導方法を分析する。
- (3) 指数的変化を見せる事象として、実験的要素を取り入れられる題材を開発する。
- (4) 指導計画、学習指導案、ワークシート、検証授業後のアンケートを作成する。
- (5) 検証授業を行う。
- (6) アンケートに基づき、生徒の理解度、意識変化について考察・評価を行う。

今回、題材に選んだテーマは複利計算である。新課程「数学B」の数列でも扱える題材であり、等比数列の和として解決も可能だが、ここでは大きな数を小さく扱うことで対数の有用性を感じさせるという目標達成に向け、題材として決定した。グラフをかかせるにあたっては、各々目盛りをふったグラフ用紙を用意した。生徒の実態として、関数によって、グラフの値を上手にとることができていないことが多いので、本来の目的以外で混乱しないように注意した。また、常用対数表から値を読み取りプロットするという作業的要素も加えた。

3 評価方法の工夫

評価については4観点（ 数学への関心・意欲・態度、 数学的な見方や考え方、 数学的な表現・処理、 数量・図形などについての知識）を踏まえ、今回行った検証授業についての評価規準を作成した。授業後のアンケートにおいても、検証授業後の生徒の実態を把握する目的で、4観点に基づき項目を作成し実施した。

関心・意欲・態度	見方や考え方	表現・処理	知識・理解
解答を予想することができる	直線化することの論理的意義を考える	データを読みとりグラフ化できる	具体例を通して対数の有用性が理解できる

4 事前アンケート結果と分析

(1) 質問と主な回答

対数関数が難しいと感じる点はどこですか。

- | | |
|---------------------|-------------------|
| ・グラフが複雑で理解しづらい | ・グラフがうまくかけない |
| ・指数関数に加えて学ぶ必要があるのか？ | ・底の変換が面倒だ |
| ・底がそろっていない計算がいやだ | ・真数が整数でないと混乱する |
| ・日常生活で log を見たことがない | ・大きな数が出るとやる気がなくなる |

指数関数と比較しての違い、難しく感じる点はどこですか。

- | |
|----------------------------|
| ・指数、対数と2種類は必要ないと思う |
| ・そんなに変わりはない |
| ・指数が理解できていないと対数も理解できないのが困る |
| ・両方とも難しい |

分野に関係なく、「数学がこういう授業だったら」と思うことは何ですか。

- | |
|--|
| ・日常生活に役立ったらいいのに |
| ・学ぶ内容ごとに、具体的に役立っている例がたくさんほしい |
| ・身近なもので役立っていることを具体的に知ると興味深くなると思う
そうでないと、なぜ学ぶのかがわからない (意見多数) |

(2) 分析

対数自体がどこで利用されるのかわからない、という意見が半数以上の生徒から出てきた。これは他の分野にも言えることであり、数学そのものが日常生活のどこで利用されているか、どこで利用できるかを知ることによって興味深くなるのではないかと考えられる。やはり、より日常生活に近い題材・テーマを用意し、普通の教科書とノート、という授業ではなく、視覚的にも刺激を得られるような授業を展開する必要がある。

また身近な事象の中で、対数を用いると問題解決が簡潔に行える例を授業の題材とすることで、対数の有用性を実感させ、生徒の疑問の声にこたえる授業作りを研究していくことが大切である。

普通の授業で陥りがちな、解法例の提示 演習、という繰り返しにはせず、できるだけ生徒自身の作業が中心となる授業にすることも必要である。

5 指導計画

(1) 学習指導計画

- ・対数の基本性質 (2時間)
- ・対数関数とそのグラフ (2時間)
- ・常用対数 (2時間)
- ・対数の有用性について (1時間) 本時

(2) 学習指導案

時間	指導内容	学 習 内 容	指導上の留意点
導 入	<p>復習と確認</p> <p>本授業の課題紹介</p>	<p>指数関数グラフ、$y = a^x$ の概形を確認 ($a > 1$、$0 < a < 1$)</p> <p>「高利金融の恐ろしさ」～ <u>1週間で1割の利子がつく</u> 1万円を借りた場合半年後にはいくらで返さないといけないか？ 予想を立てさせ、後に正解と比較させる材料とする。</p>	<p>予想金額をメモ。 単純計算は困難。 簡単な方法は？</p>
展 開	<p>《グラフの復習》 すぐかききれなくなることを再確認させる</p> <p>通常のグラフ() より対数利用() のグラフのほうが 先の数を読み取り やすいことを実感 させる</p>	<p>座標平面上に、$y = 2^x$ のグラフをかかせる。・・・</p> <p>また、別のグラフ用紙では、以下の作業を行わせる。 <u>yの値は、常用対数をとった値をとり、グラフをかかせる。</u>・・・</p> <p>つまり、$(x, \log y)$ で点を取っていく。3～4点を取って位置関係を確認。 (常用対数表を利用)</p> <p>半年後の返済金額倍率を、対数を利用したグラフから求める。 1割増であるから、$y = (1.1)^x$ のグラフを の方法でかかせる。 (x : 週、4週で1ヶ月、48週で1年とする) (y : 返済金額の倍率) グラフより、半年後の返済金額がいくらか求めさせる。 直線上の Y の値 = \log (返済金額の倍率) (返済金額) = (返済金額の倍率) \times 10.000</p> <p>最初の予想はどうだったか、結果を比較させる。</p> <p>通常の指数関数グラフよりも、 の方法で描いたグラフのほうが先の予想を立てやすいことを実感させる。</p> <p>かいた直線の方程式をかかせる。 問) 1年後、2年後はいくらになるか？ 対数を利用すると、非常に便利な場面もあることを実感させる。</p>	<p>$a > 1$ では急激に増加することが重要なことを再認識。数の増え方が急激なため、y 座標がとりにくいことを実感させる。</p> <p>グラフが直線になることを確認 作成したグラフの概形が、はじめに作成したものと大きく異なっていることを確認</p> <p>やはり直線になることを確認する</p> <p>直線上の Y の値は倍率ではない</p> <p>対数を利用すると、グラフを有効に活用できることを確認。 指数関数グラフではうまくいかない。</p>
結 論	<p>片対数グラフの性質</p> <p>対数が社会で役立つ例</p> <p>～参考～</p>	<p>作成したグラフから、常用対数をとった値を Y 軸にとると急激な変化をする事柄もグラフに表しやすく、また先の数字を読み取ることが容易になることを実感する。</p> <p>対数は、非常に大きな数を扱うには非常に有効なものであること、身近な出来事をグラフではっきりと読み取ることができたことを認識する。</p> <p>太陽系の惑星について、太陽からの距離と公転の関係を、両対数の値をとったグラフで提示する。</p>	<p>ケプラーの第三法則</p>

《片対数グラフを利用した未来予測》

$y = 2^x$ のグラフを、 の用紙にかきなさい。

～ある日の出来事～

A君はちょっとした興味で、ある金融会社から1万円を借りてしまいました。すぐに返済すればよかったのですが、すっかり忘れていて、気づくと半年が経過していました。契約書をよく見ると、利子は1週間で1割とあります。「そんな金額ではないだろう」と思いながらも慌てて返済に行くA君。要求された金額はいったい……？

ズバリ、あなたの予想金額は

¥

(真剣に予想しなさい)

$y = 2^x$ において、 y の値のみ、常用対数(底が10の対数)をとった値でグラフを作成しなさい。

用紙は を使用すること。このグラフの特徴は
)別紙の常用対数表を用いてよい。

になることである。

x	1	2	3	4
2^x	2	4	8	16

～ある日の出来事～において、経過した週を x 、返済金額の倍率を y とすれば、

成り立つ関係式は

・・・()

と同様にして、()のグラフを、 の用紙にかきなさい。

以下を参考に、半年後の返済金額を求めなさい。4週で1ヶ月としなさい。

・ 直線上の y の値 = \log (倍率) であるから、

・ (倍率) =

・ (返済金額) = ¥10,000 × (倍率)

要求されたのは……

さらに、1年後、2年後になると、返済金額はいくらになるか求めなさい。

の用紙に書いたグラフの方程式は

である。

1年後は……

2年後は……

6 アンケート結果

A : 大変そう思った B : そう思った C : そう思わない D : 全く思わない

項目	A	B	C	D	観 点
授業に積極的に参加できたか？	25.8%	48.5%	25.0%	0.8%	関心・意欲
授業はじめに返済金額を予測できたか？	6.1%	22.0%	42.4%	29.5%	関心・意欲
普通の授業と比較して参加しやすかったか？	20.5%	34.8%	37.1%	7.6%	関心・意欲
興味深いテーマだったか？	15.9%	33.3%	40.9%	9.8%	関心・意欲
太陽系の話に興味をもてたか？	15.2%	34.1%	33.3%	14.4%	関心・意欲
グラフを直線化することの意味を考えたか？	10.6%	28.8%	43.2%	17.4%	見方・考え方
グラフが直線になることに気づいたか？	18.9%	35.6%	34.1%	11.4%	見方・考え方
常用対数をとることができたか？	17.4%	52.3%	26.5%	3.8%	表現・処理
直線にかくことができたか？	43.9%	47.0%	8.3%	0.8%	表現・処理
直線の方程式を求められたか？	25.0%	30.3%	37.1%	7.6%	表現・処理
半年後の返済金額を読み取れたか？	23.5%	36.4%	28.8%	11.4%	表現・処理
計算などの作業はしやすかったか？	13.6%	40.2%	40.9%	6.8%	表現・処理
返済金額を簡単に求められたか？	11.4%	34.8%	40.2%	13.6%	表現・処理
指数関数の概形を覚えていたか？	9.1%	26.5%	53.8%	9.8%	知識・理解
対数が便利だと感じられたか？	17.4%	34.1%	34.1%	14.4%	知識・理解
対数 (log) の有用性が理解できたか？	12.1%	37.9%	42.4%	7.6%	知識・理解

～自由記述項目の主な回答～

『この授業で分かったこと、印象に残ったことは何ですか？』

- ・logの有効性、便利な使い方が分かった
- ・こんな身近なことで使えることがあり驚いた
- ・役に立つ数学があることを知った
- ・グラフが直線化できることに驚いた
- ・自然界と数学がつながるのはおもしろい
- ・今までにないlogの使い方を知っておもしろかった
- ・自然界のことまで両対数グラフが直線になることがすごいと思った
- ・logを使えばグラフや計算が簡単になることがわかった
- ・数学は実用性がないと思っていたが、世の中とのつながりがあることを知った
- ・直線のグラフにするとxの値が大きくなってもyの値を求めることができる。
- ・log自体に慣れなければ、使うのは難しい

『この授業を受け、対数についての興味・関心はどう高まりましたか？』

- ・便利なので、もっと使用法を知りたくなった
- ・多少は必要性のあるものだと思った
- ・今までと違い、利用意義がわかり興味がわいた
- ・日常で使ってみたい
- ・生活に役立ちそう
- ・生活と数学のつながりに気が付ける
- ・対数の具体的な利用方法が分かった
- ・特に変わりはない
- ・対数のすばらしさはわかったが、興味・関心の高まりは少しだけだった
- ・ケプラーの法則が数学で表せることにすごいと思った
- ・公式にあてはめて解くだけでなく、いろいろな使い方・使い道があることが納得できて授業がおもしろくなり今まで以上に数学に興味をもてるようになった

『授業の感想』

- ・数学以外の視点から始まったので参加しやすかったし、分かりやすかった
- ・テーマがおもしろいので答えを求めることも楽しかった・たまにはこういう授業もあると楽しいかもしれない
- ・いつもより積極的に参加でき、自分で考えようとする意欲がでた
- ・実際にあることを問題として出しているのもおもしろい
- ・国語、英語しか実際に使わないと思っていたが、お金のやりとりなど数学も使えるとこたえられる授業だと感じた
- ・logを理解させるための高等技術だと思った！
- ・授業中の時間がいつもより早く感じた
- ・通常の授業よりも内容が無いように感じた。作業が少ないからだろうか？
- ・余計混乱した。logを考え出した人の気がしれないと思った
- ・対数を使うことで、分かりにくい部分が分かりやすくなるのが分かってよかったが、普通の授業の方がいいと思った
- ・深い理解ができなかった
- ・logは難しい

7 検証授業の考察と分析

検証授業は、平成15年11月、都立高校3校で2,3年生134名を対象に実施した。指数関数の概形は、覚えていた生徒のほうが少なかった。しかし、 y の値が急激な増え方をしていくため、すぐに用紙の中にグラフがかききれなくなることについては、イメージが印象深く残っていたようである。また、関数 $y = 2^x$ のグラフを、 y の値を常用対数の値でかく時、常用対数表の値を読み取る作業に苦労していた。これは、これまでの授業で常用対数表を利用する機会が少なかったことが原因である。関数電卓を利用し、簡単に常用対数の値をとることで混乱を起こさないような指導方法も考えられる。片対数をとったグラフが直線になることを発見した生徒からは、驚嘆の声が聞かれたが、この反応は、直線になることを全く予想していなかったことを示している。その理由について自ら考えていた生徒は少なかったが、教師からの発問や、 $y = \log_{10} 2^x$ と板書することで、 $y = \log_{10} 2 \times x$ となることを発見し、この関数のグラフが直線になることに気づいた生徒もいた。

グラフから半年後の返済金額を求めていくわけだが、24週後のY軸の値は、生徒の描いたグラフにより誤差が出るが、これを整数値とすることで計算を簡単にした。この結果、生徒からは返済金額が簡単に求まることに対する感動の声も聞かれ、グラフを直線化することの意義を感じたようであった。しかし、Yの値が整数でないときの計算の困難さを指摘した生徒も現れた。この場合は今回のように簡単な計算で求めることはできない。生徒の要求にこたえ、実践できる準備が必要であると感じた場面であった。半年後の返済金額が求まれば、1年後、2年後の金額も簡単に求めており、生徒は計算が非常に簡単になることを実感していた。最後に紹介したケプラーの第三法則でも両対数グラフが直線となることに驚きを示しており、対数についての興味・関心を深めた。

8 まとめと今後の課題

作成した評価の4観点にしたがって、検証授業の生徒の様子、意識の変化等をまとめる。

興味・関心

生徒は非常に積極的に返済金額を予想し、周りの生徒同士と意見を出し合いながら回答していた。これは、題材が生徒の興味・関心をひくものであることを示している。アンケート結果からは否定的な回答が読み取れるが、これは多くの生徒が正解に近い金額を予想できたかどうかと勘違いをしていたようであり、アンケート項目作成に關しての反省点である。

見方や考え方

対数は指数関数の逆演算としてしか考えていなかった生徒が、今回の授業を通してより具体的な利用方法を知り、数学そのものをより身近なものと感じていた。今回は「式」だけでなく「グラフ」という視覚で変化をとらえることを目標とした。その結果生徒たちは、直線化すれば先の値が読み取りやすいことを実感し、その意義を十分に理解していた。しかし、その値の示す意味についての考察は不十分であり、直線化できることの意味や逆にどのようなものが直線化できるものなのか、自ら考える姿勢を作り出す工夫が必要である。

表現・処理

グラフ化することは容易にでき、グラフから視覚的に値を見つけ出すこともできた。しか

し、その数値から返済金額を求めるための計算でつまづく生徒がいた。これは、対数の性質が十分に定着していない生徒が多数いることを示している。今回は複利計算という、指数関数になる題材をこちらから提供しその対数値を読みとることでグラフをかかせたが、できればデータを生徒自身が探し実際に試行錯誤しながらグラフ化させてみたいところであった。

知識・理解

数学は公式を憶えて使うだけと思っている生徒が多く、特に対数はどのように役に立つかわからないまま単元が過ぎてしまっている傾向がある。今回の事後アンケートからわかるように身近な題材で、またグラフを利用することで、今までの対数（数学）に対する関心・印象が大きく変化したといえる。

教材の工夫については、当初、実験的作業を取り入れる授業計画を立てた。

部屋に放置した熱湯の温度変化をチェックし、時間と温度の関係を調べると指数的変化を示す。しかし実験の結果、その時間帯は非常に狭いこと、また実際に実験を行う教室の気温など、状況によってデータに大きな誤差が生じることが考えられ、採用は見送った。実際に授業で行うのであれば、どのような工夫が考えられるか、今後の課題となった。

アンケート結果からも読み取れるように、今回の検証授業では、お金の話題を取り上げたこともあり、生徒は非常にスムーズに授業へ入っていったようである。数学離れが目立つ中、授業に積極的に参加できた実感した生徒が実に75%を占めた。やはり、現在の生徒の実態に合わせ、できるだけ身近で興味深いと思われるテーマ・題材を用いることがいかに重要かを感じさせる結果となった。

また、事前アンケートでは、ほとんどの生徒は対数が有用なものであるという認識がなかった。しかし授業後のアンケートでは、半数の生徒が有用性を実感し、さらに自由意見欄では、他にも活用できる場面を知りたいという意見を述べた生徒も現れたことを考えれば、期待していた効果は得られたと言ってもよいだろう。

高校で学ぶ数学が将来どのように役に立つのかといった質問はよくあることである。公式を憶え、公式に数値を代入し計算し答を導くだけの勉強のように考えている生徒はとても多い。その中で今回のテーマは数学という「学問」をより身近な「道具」として考えてもらえたのではないだろうか。

1つの問題解決に向け、複数のアプローチができる能力を身につけることも重要である。今回の授業における問題に対する見方は、生徒にとってこれまでにないものであったと感じている様子もうかがえた。数学に限らず、様々な方向からものを見ることは必要なことであり、今回の研究における効果としても期待できる部分と言える。今後、この視点にたって研究を進めてみることも考えていきたい。

《参考文献・引用》

- | | | |
|--------------------|--------|-------|
| ・「指数・対数のし・く・み」 | 江藤邦彦 著 | 三省堂 |
| ・「生き生き数学」 | 何森仁 他著 | 三省堂 |
| ・「数の大航海 対数の誕生と広がり」 | 志賀浩二 著 | 日本評論社 |

学習意欲と目的意識を高める微分法の指導方法

1 研究のねらい

学校週5日制をうけて、数学科の指導内容が精選され、新学習指導要領が実施された。複素数平面等一部の指導内容が削除される中で、微分法・積分法は残されている。これは、微分法・積分法が現代数学において重要な役割をもっていることによるものである。高等学校において、生徒が微分法・積分法の考え方を理解するために、より分かりやすい指導方法の開発が必要になる。

現在の数学の指導において微分法の導入における指導法の多くは、関数のグラフの平均変化率と微分係数の考えを導入し、極限値の考えを合わせて、導関数の概念を導き出す方法と平均の速さから瞬間の速さへ至る方法によるものが一般的である。しかし、時間数の関係から、あまり導入を重要視せず微分計算も形式的な処理をしてしまっていることが多いように思われる。また、導入の際に、具体的な事例を用いずに、導関数の定義を説明するため、生徒が微分とは何かを理解せずに進んでしまっていることが多いように思われる。計算ができて導関数の意味が理解できていなければ、学習する意欲は高まらない。現在受け身の姿勢で授業を受けている生徒に対して、少しでも能動的に学習し、学習していることの意味を理解してもらいたいというのが微分法の指導方法を研究に選んだきっかけの一つである。

そこで、本研究の目的は、数学における微分法の導入にあたり、

平均変化率、微分係数に関連した身近で具体的な例を用いる。

学習活動の中でグループ活動などの活動的な場面を設ける。

細かな自己評価を行う。

この3点から学習意欲と目的意識を高めることを目的とした。これによって、微分の意味を理解し、活用できる生徒を育成するための指導方法を提案する。

2 興味・関心をさぐるための調査結果

「学習意欲と目的意識を高める微分法の指導」を行うために、導入に使える内容及び、どのような授業を行えば学習意欲が高まるか、を検討するための基礎資料を得ることを目的とした、生徒の数学に対する興味・関心の実態の調査を行った。都立高校全日制普通科3校において、数学を受講している第2学年に実施した。有効回答数は424名であった。

【質問1】 次のA, Bに該当する内容を、1～39の中から（執筆者注：数学・数学Aの単元を39項目に分けた）それぞれ3つずつ選んで下さい。

A 興味・関心をもって勉強できた内容

多かった内容（回答数・全回答数に対する割合）

因数分解 120人（28.3%）

正弦・余弦・正接の定義 95人（22.4%）

確率	95人 (22.4%)
三角比の相互関係	51人 (12.0%)
組合せ	45人 (10.6%)

B 興味・関心をもてなかった内容

多かった内容(回答数・全回答数に対する割合)

和の記号	120人 (28.3%)
数学的帰納法	61人 (14.4%)
漸化式	60人 (14.2%)
三角比の相互関係	53人 (12.5%)
対偶による証明・背理法	49人 (11.6%)

【質問2】 質問1で、A・Bに選んだ理由を、それぞれ具体的に書いて下さい。

A 興味・関心をもって勉強できた内容

- ・パズルみたいでおもしろかったから(因数分解)
- ・先生がわかりやすく説明してくれたから(正弦・余弦・正接の定義、因数分解、樹形図)
- ・日常に役立つから。実用性があるから。(順列、組合せ、確率)
- ・意味がわかるから。(確率)
- ・プリントの穴埋めがおもしろかった。(等差数列)
- ・視覚化して目で理解することができたから。(2次関数のグラフ)

B 興味・関心をもてなかった内容

- ・基本的に意味がわからなかった。(2次関数のグラフと x 軸との共有点、2次関数のグラフと2次不等式)
 - ・複雑に感じたから。(等差数列)
 - ・将来、何の役に立つかわからないから。(正弦・余弦・正接の定義)
 - ・どのように使うかわからなかった。(和の記号)
 - ・これを覚えて、どんな意味があるのか、わからなかったから。(共通部分・和集合)
- アンケートより、次の視点があると、興味・関心をもてるととらえているようである。

視覚化できるもの。

学習することに意味を感じるもの。

身近で、日常に役立つと感じるもの。

ゲーム感覚で楽しさを感じるもの。

授業者の説明がわかりやすいもの。

逆に、上記の視点がないと、興味・関心をもてないととらえてしまうようである。

3 教材・指導方法の工夫

(1) 教材を選ぶ観点

前記2 興味・関心をさぐるための調査結果をふまえて、「学習意欲と目的意識を高めるための微分法の導入の指導」にあたっての、教材選びのポイントをまとめた。

学習意欲を高めるもの

視覚化できるもの。身近で日常に役立つもの。ゲーム的要素のあるもの。感動・驚き・知的好奇心を感じるもの。

目的意識を高めるもの。

学習することに意味を感じるもの。身近で日常に役立つもの。

この2点を満たす教材探しを行った。

(2) 教材の工夫

平均変化率・微分係数の意味を理解し、活用できるよう、導入に十分時間をかけて指導する。目的意識を高めるために、身近で具体的な例を用いる。効率よく進めていくために、ワークシートを作成し、授業はそのワークシートを埋めていきながら進めて行く。ワークシートは簡単な例題から始め、易しいところから徐々に難しくなるように配列する。

距離・速度・時間の関係を復習する。

平均速度をとりあげる。

速度の実験を行う。

平均速度を瞬間速度につなげる。

極限値の概念を用いる。

(3) 指導方法の工夫

学習意欲と目的意識を高めるために、その時間で行われる授業の目標を明らかにしておきたい。

一人で学習するよりも、複数で学習する方が、理解の効率のよいときもある。一人の学習で行き詰まった場合、友人同士で教え合ったりすると、見通しがよくなることが多い。

全体への提示は、あらかじめ用意しておいた模造紙などを活用する。

4 評価の工夫

評価方法については、微分法の導入の指導に関して、4観点に分けて、次のように考えた。

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> ・物体の落下に関心をもつ。 ・今までの結果を生かして新たな発見をする。 ・曲線上の1点における接線の傾きの求め方を工夫しようとする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・2点における直線の傾きから、その2点の幅が0に近づく過程を考察できる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・2点間の直線の傾きを表現できる。 ・今までの結果から推測できる。 ・1点における接線の傾きを、極限の記号を用いて表現し、処理することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・極限値の概念が理解できる。 ・瞬間速度の概念が理解できる。

また、生徒による自己評価を行った。

細かな項目ごとに、3段階（分かった、かすかに分かった、分からなかった）で自己評価する。

ワークシートの最後に記述式の自己評価欄を設ける。

そのワークシートを回収して集計することにより、授業者は、生徒の理解度が分かり、その次の授業計画も立てやすくなる。

5 学習指導計画

ア 平均速度（1時間目）

イ 瞬間速度（2時間目）

1時間目授業案

	指導内容	学習活動	指導上の留意点(・) 評価の観点()
導入	<p>「は・じ・き」を利用して速さの求め方を説明する。 平均速度 = 移動距離 / 所要時間 を説明する。</p> <p>ガリレオの発見した次の法則を確認する。 「すべての物体は、その重さに無関係に同様に落下する。」</p> <p>ガリレオの次の発見を説明する。 斜辺を転がるボールの動きを観察したところ、 「ボールの移動距離は、所要時間の2乗に比例する」 ボールの移動距離をy(m)、時間をX(秒)とすると、$y = aX^2$ と表せることを説明する。</p>	<p>(例1)で一定の速さで走るときの速さを求める。 (問1)有料道路を走っている自動車が午後2時の時点で走行距離計が12000kmを指していた。4時にそれは12198kmとなる。 この自動車の平均速度を求めよ。</p> <p>コインの上に紙切れを重ねて落とすと、 コインと紙は一緒に落ちていくことを確認する。</p> <p>$y = aX^2$ の対応表を作成する。</p>	<p>問題をよく読んで解答できるか。 (知識・理解)</p> <p>物体の落下への関心をもつか。 (関心・意欲・態度)</p> <p>移動距離は所要時間の2乗に比例することから表を完成。 (表現・処理)</p>
展開	<p>(例2) 斜面の傾きを適当に固定することで、所要時間 X (秒)における移動距離 y (m)が $y = 3X^2$ で表されたとき、次を求めよ。 Xとyの対応表をつくってみよう。 $X = 2$ と $X = 5$ の間の平均速度を求めよ。 $X = 2$ と $X = 4$ の間の平均速度を求めよ。</p>		<p>・分母に所要時間、分子に移動距離とする分数の形に注目させる。</p>
閉	<p>(まとめ)</p> <p>・$y = f()$ で表される運動の、$X = t_1$ と $X = t_2$ の間の平均速度は次の式で求められる。 $\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$</p>	<p>・X と y の関係に対応表にまとめる。 ・ と について解答する。</p> <p>(問2) 例1において、 $X = 2$ と $X = 2.5$ の間の平均速度を求めよ。</p> <p>(問3) 例1において、 $X = 2$ と $X = 2.1$ の間の平均速度を求めよ。</p>	<p>式から表を完成させる。 (表現・処理)</p> <p>分数の形で考えられるか。 (見方・考え方)</p> <p>正確に答えられるか。 (知識・理解)</p> <p>・分母を1にすることを説明。</p>

考 察	今まで求めてきた平均速度をながめさせる。 t_1 、 t_2 、平均速度、時間の幅を一覧にする。 幅を狭めていくときの、平均速度の変化の様子に着目させる。 わかりにくければ、 $X=2$ と X =各自決めた値 の間の平均速度を求めてみるように勧める。	(問4) 今まで求めてきた平均速度は $X=2$ を固定し、幅を狭めてきた。もっと幅を狭めていくと平均速度はどんな値に近づきだろうか。 また、幅をもっともっと狭めたときの究極の値は一体何を表すことになるか考えよ。	問題の意図を理解し、考えるための工夫をしているか。 (見方・考え方) 今までの結果から推測する力。 (表現・処理) 今までの結果を生かして新たな発見をする。(関心・意欲・態度)
--------	--	---	--

2 時間目授業案

	指導内容	学習活動	指導上の留意点(・) 評価の観点()
導 入	ワークシート の問4の答え合わせをする。	(復習)に取り組むことで問4の確認をする。	前回学習したことが定着しているか。 (知識・理解)
展 開	(問4)を実証する。 (例3) $f(x) = 3x^2$ で表される運動の、時刻2 における瞬間速度を求めてみよう。 (考え方) 時刻2 を固定する。時刻2から h だけ時間が経過したとして、時刻 $2+h$ を考える。 2 から $2+h$ までの時間の間隔を、 $[2, 2+h]$ と書くこととする。 $f(2)$ …時刻2におけるポールの位置 $f(2+h)$ …時刻 $2+h$ におけるポールの位置 $f(2+h)-f(2)$ … $[2, 2+h]$ の間の移動距離 よって、 $[2, 2+h]$ の平均速度は、 $\frac{f(2+h) - f(2)}{(2+h) - 2}$ 変形して $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ この式を とする の h を小さくすればするほど、 は時刻 2 における瞬間速度に近づいていく。 $\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{3(2+h)^2 - 3 \times 2^2}{h}$ $= \frac{12 + 12h + 3h^2 - 12}{h}$ $= \frac{h(12 + 3h)}{h}$ $= 12 + 3h$ したがって $h \rightarrow 0$ としたとき の式の値は 限りなく 12 (m/秒) に近づく。 このことを、 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 12$ と書く。 求めたい瞬間速度は、 12 (m/秒) である。		・ $2.01 = 2 + 0.01$ と表現することで $2+h$ の h の意味を理解させる。 ・ b を a に近づけることが、 $a, a+h$ の幅 h を 0 に近づけることと同値であることを知る。 (見方・考え方) ・ h は 0 でないから約分できることに注意させる。 ・ h を正負両方向から 0 に近づけたときの $12 + 3h$ の値に注目させる。 h と $12 + 3h$ の数量関係を見いだせるか。(見方・考え方)
ま と め	(まとめ) $y = f(x)$ で表される運動の、 $X=a$ における瞬間速度は次の式で求められる。 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$	(問5) $f(x) = 3x^2$ で表される運動の、時刻 4 における瞬間速度を求めよ。 (問6) $f(x) = 2x^2$ で表される運動の、時刻 3 における瞬間速度を求めよ。 ここまでよく理解できている人には(発展)を解いてみるよう勧める。	・ \lim 記号の扱い方を説明する。 例3の考え方を習得できるか。 (見方・考え方) ・極限値の概念が理解できたか。 (知識・理解) チャレンジしようとする姿勢。 (関心・意欲・態度) 瞬間速度の概念が定着したか。 (知識・理解)

ワークシート（生徒の自己評価結果を含む）例

数学 学習ワ-クシ-ト 2年()組()番氏名()

自己評価欄…該当する番号に をつけましょう。どれかに をつけてから次の問題に取りかかって下さい。
(3:わかった, 2:微かにわかった, 1:わからなかった)

前回やった、ワ-クシ-ト の問4の答えは
平均速度は12(m/秒)に近づき、究極の値はX=2における瞬間速度を表す、でした。

(復習)
f(X)=3X² で表される運動の、X=2 と X=2.01の間の平均速度を求めよ。

集 計 結 果

………… 自己評価
(3 2 1)
45.2% 42.9% 11.9%

[3]瞬間速度の求め方

(例3) f(X)=3X² で表される運動の、時刻2 における瞬間速度を求めてみよう。

(考え方) 時刻2 を固定する。時刻2からhだけ時間が経過したとして、時刻2+h を考える。
2 から 2+h までの時間の間隔を、[2、2+h]と書くこととする。
f(2) ……時刻2におけるポ-ルの位置
f(2+h) ……時刻2+hにおけるポ-ルの位置
f(2+h)-f(2) ……[2、2+h]の間の移動距離

よって、[2、2+h]の平均速度は、
 $\frac{f(2+h) - f(2)}{(2+h) - 2}$ 変形して $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ この式を とする

hを小さくすればするほど、 は時刻2 における瞬間速度に近づいていく。
 $\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{3(2+h)^2 - 3 \times 2^2}{h}$

$$= \frac{12 + 12h + 3h^2 - 12}{h}$$

$$= \frac{h(12 + 3h)}{h}$$

$$= 12 + 3h$$

したがって h → 0 としたとき の式の値は 限りなく12 (m/秒)に近づく。
このことを、
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 12$ と書く。

求めたい瞬間速度は、12 (m/秒)である。

(まとめ)
y = f(X) で表される運動の、X=a における
瞬間速度は次の式で求められる。

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

[問5] f(X)=3X² で表される運動の、時刻4 における 瞬間速度を求めよ。

………… 自己評価
(3 2 1)
36.8% 42.1% 21.1%

[問6] f(X)=2X² で表される運動の、時刻3 における 瞬間速度を求めよ。

………… 自己評価
(3 2 1)
58.9% 32.6% 8.4%

[発展] f(X)= X² - 4X で表される運動の、時刻5 における 瞬間速度を求めよ。

………… 自己評価
(3 2 1)
27.2% 41.3% 31.5%

(アンケート)
自己評価を行うこととどのような感想を持ちましたか、
また、自己評価の覧の数はどの程度がいいでしょうか。

- ・自分の理解度がわかっていい。(多数)
- ・自分が理解しようとしながらやっているのがわかった。
- ・自己評価を行うことに問題が解けてくるので自信がもてた。
- ・わからないところがわかった。
- ・一問ずつ自己評価するより、基本と発展で自己評価の方がいい。
- ・見直すときに便利だと思った。
- ・少しわからなかったら、次はがんばろうという気になった。
- ・自己評価の回数は、ワ-クシ-ト は多かったかも。
- ・自分が苦手な部分と得意な部分がわかるのでいい。
- ・自己評価の回数は、ワ-クシ-ト はちょうど良かった。
- ・自己評価を行うことにより、理解できていたと思うようになって良かった。
- ・自分のわかり具合が、先生にも伝わっていいと思う。
- ・自己評価で1が多かったところを、授業でまとめてやってほしい。
- ・自己評価によって、先生がすべての生徒の理解度を把握し対処することが可能なら意味があると思う。
- ・ありがたかった。わかりにくい問題は直せると勉強しやすい。
- ・先生の板書を写すだけではなりました。

- ・適当に書いてしまうので必要ない。
- ・自己評価1のときはさびしかった。
- ・すこしめんどくさい。
- ・自己評価がどうつながるのかわからない。
- ・自己評価すると、難しいところは1ばかりつきそうで怖いです。
- ・もしかしたら出来てると思ってるのでない方がいい。
- ・自己評価に1がついたら、わかるように教えてくれますか。
- ・自分の能力を示しているので少し嫌です。評価するのが面倒。

	肯定	否定	中間
計	71名	13名	17名
割合	70%	13%	17%

アンケートの集計結果

*** 今日の授業を受けて、以下のアンケートに答えて下さい。***
あなたの気持ちに近い項目の番号に2つをつけて下さい。

設問ごとに、自己評価をしてから次の問題を考えることについてどんな感想をもちましたか。		人数 割合	
1	自分がどの程度理解したかを、その都度確認できるので良かった。	74	41.8%
2	3に がついたとき、次へのやる気生まれた。	42	23.7%
3	次の問題をやりたいのに、その都度自己評価をしなくてはならず思考が中断された。	13	7.3%
4	いちいち自己評価するのは面倒でやる気がなくなった。	21	11.9%
5	その他()	27	15.3%
		合計	177 100%
<ul style="list-style-type: none"> ・自己評価はなくてもいい。・同じような内容なら自己評価はまとめて一回でいい。 ・1に がついたときダメだなと思った。・テスト前に見直すとき便利だと思った。 ・できなすぎて、落ち込み、適当になった。・1にしたとき、ほっとらしにされている感じだった。 ・別に何も思わなかった。・邪魔でもないし、やる気がでたわけでもない。 ・先生が見ても、皆がどれくらい理解しているかが分かっていいと思う。 			

グル - プで学習することについてどんな感想をもちましたか。		人数 割合	
1	おしゃべりが多くなったので、集中できなかった。	17	11.6%
2	わからないところを教え合うことができ、効果的だった。	67	45.6%
3	人の自己評価が見えるので、気になって集中できなかった。	2	1.4%
4	これからもグル - プ学習を取り入れて欲しい。	48	32.7%
5	その他()	13	8.8%
		合計	147 100%
<ul style="list-style-type: none"> ・自分一人だとやらないので、とてもいい。・皆が頭いいから、やる気をなくした。 ・自分で集中して解いた方がよくわかる。 			

速さという、具体的な事象を教材にしたことにどんな感想をもちましたか。		人数 割合	
1	数学の学習に具体的な例など必要ないと思った。	8	4.8%
2	数学の学習に具体的な例は必要だと思った。	77	45.8%
3	具体的な事象を扱うことで、何のために学習しているかという目的がわかった。	60	35.7%
4	具体的な事象を扱うと返って数学がわからなくなる。	13	7.7%
5	その他()	10	6.0%
		合計	168 100%
<ul style="list-style-type: none"> ・小数は面倒だった。・特に何も思わなかった。 ・日常でも役立つと思った。・わかりやすかった。 ・難しくわからなかった。 			

今日の授業の感想を自由に記述して下さい。

	肯定意見	否定意見	意見なし
計	67名	22名	24名
割合	59.3%	19.5%	21.2%

6 検証授業について

検証授業は、都立高等学校普通科全日制課程の2年生で11月に実施した。本研究の仮説を分析するために、設問ごとに自己評価を設けたワークシートを用意した。ワークシートと、別紙アンケートを回収し、データを収集した。収集したデータから、速度という身近で具体的な教材・グループ学習・自己評価が学習意欲と目的意識に及ぼす影響を探った。

これらのデータから、具体的な教材を使うことで、「目的意識が湧いた」、「その必要性を感じた」生徒が全体の約82%、グループ学習を行うことに、「効果を認めた」、「これからも取り入れて欲しい」生徒が約78%、自己評価を行うことで、「理解度の確認ができた」、「やる気が生まれた」生徒が約66%という結果が出た。検証授業後の生徒のアンケートでは、自己評価を肯定的にとらえている生徒が大半を占めた。

また、生徒にとって普段の授業と違ったことが新鮮だったようである。ワークシートがあることでゆとりをもって授業に集中できていた。具体的な教材があるので、考える動機付けが高まった。グループ学習で効果的に学習できた。自己評価で学習意欲も高まり、教員側にも生徒の理解度を確認するメリットも生じた。

しかし、今回の検証授業では自己評価で1をつけた生徒への個別の支援が不足していた。個別指導やヒントカード等の用意が出来なかったので、「置いてきぼりにされた」との声があがった。また、「難しいところは1ばかりつきそうで怖い」、「自分の能力を示しているのが嫌だ」、「自己評価がどうつながっていくのか」という感想・意見もあった。これらの声を正面から受け止めて改善策を講じなければならないと感じた。

7 まとめと今後の課題

微分公式を使って微分はできるが、それはどういう意味をもつのかと問われて、答えられる生徒はどれ位いるだろうか。微分もそろそろ終わり、積分に入ろうかという頃に、「結局、微分って何?」と聞かれると大変残念である。こういう体験が、導入に力を入れようという研究のきっかけとなった。

まず、導入に使用する適切な教材を選ぶためには、生徒の興味・関心を把握する必要がある、そのためのアンケート調査を行った。アンケート結果は、私たちが考えた通りであったが、生徒の学習意欲・目的意識を高めるための具体的な教材探しに苦労した。研究の初めは、速度を使わない教材を用いようと試みたが、結局速度を用いることとなった。

具体的な教材を用いることは、生徒が考えるという作業を論理的に進めることに大変役立った。また、ワークシートを使うことで、生徒は板書する時間を考える時間にあてることができたため、ゆとりをもつことができた。グループ学習においても、苦手な生徒でも話し合いながら取り組むことができた。自己評価においては、授業者・生徒両者とも理解度を確認し、次の時間へ活かすことができた。これらの結果から、我々の研究は非常に有意義であった。

今後は、各単元でも、導入の指導に工夫をする必要がある。今回の研究は、他の単元でも十分に活用することが可能である。生徒・授業者ともに、知的好奇心を感じられる授業を展開していきたい。

平成15年度教育研究員研究報告書

東京都教育委員会印刷物登録
平成15年度 第31号

平成16年1月21日

編集・発行 東京都教職員研修センター
所在地 東京都目黒区目黒1-1-14
電話番号 03-5434-1974

印刷会社名 勝田印刷株式会社