

高等学校

平成 16 年 度

# 教育研究員研究報告書

数	学
---	---

東京都教職員研修センター

## 目 次

### 主題 生徒が主体的に数学に取り組むための個に応じた教材・指導方法及び評価の工夫

主題設定の理由	1
チームティーチングによる個々の生徒に応じた数学の指導方法の研究	
1 研究のねらい	2
2 研究の仮説	2
3 研究の方法	2
4 テームティーチング試行授業における調査の結果と分析	2
5 教員側のチームティーチングに適すると思われる分野の調査と分析	3
6 題材、教材、指導方法の工夫	3
7 指導計画	4
8 検証授業のアンケート調査の結果と分析	6
9 まとめと今後の課題	8
個に応じた「習熟度別指導」の研究	
1 研究のねらい	9
2 研究の仮説	9
3 研究の方法	9
4 習熟度別指導の実態調査の結果と分析	9
5 検証授業	12
6 生徒の意識調査の結果と分析	14
7 検証授業について	16
8 まとめと今後の課題	16
積分の面積において、生徒が興味・関心を示し、一人一人が意欲的に学習できる指導方法の研究	
1 研究のねらい	17
2 研究の仮説	17
3 教材・指導方法の工夫	17
4 評価方法の工夫	18
5 前年度に履修した生徒に対するアンケートとその結果	18
6 学習指導計画	19
7 検証授業とアンケートについての考察	24
8 まとめと今後の課題	24

## 主題設定の理由

新しい学習指導要領に基づく教育が平成15年度から高等学校で学年進行で実施されている。平成15年12月には、一部改正が行われ、「個に応じた指導の一層の充実」が強調された。完全学校週5日制の下、確かな学力を育成し、生徒に生きる力をはぐくむことを目指し、学校が生徒や地域の実態を十分に踏まえ、創意工夫を生かした特色ある教育活動を展開することが求められている。

平成16年4月の「東京都教育ビジョン」によると、「わかる授業によって、すべての生徒が基礎的・基本的な学力を身に付けることが基本ではあるが、教科によって、また、学年の進行によって、生徒一人一人の理解の程度や習熟度にばらつき、差が生じることは否定できない。理解度が中位レベルの生徒に合わせざるを得ない一斉授業では、こうした課題に的確に対応し、すべての生徒がわかる授業を行うには困難な面もあり、逆に、理解の進んでいる生徒やそうでない生徒にとっても、満足できないものとなることもある。」という指摘がされている。そこで、「こうした課題を解決するため、理解に差の生じやすい教科については、一定の学年から、習熟度の少人数指導を今以上に推進する。」ように提言されている。

また、平成16年1月の「平成14年度高等学校教育課程実施状況調査科目別報告書」によると、数学の得点分布は、最も得点の高い層の人数が一番多い一方で、平均点を大きく下回る層にも集中している。理解度について「二極分化」がうかがわれる。特徴としては、「順列や組合せなどを扱った個数の処理の記述式の問題では解答しようとした生徒が多く、比較的未回答率が低い。」「三角比の記号の意味や二次関数の式とグラフとの関係についての理解が不十分」などがあげられている。そこで、今回の調査結果を踏まえた指導上の改善点として、

- (1) 基本的な概念や用語・記号の意味の理解など、基礎・基本の確実な定着
  - (2) 授業の中で、生徒一人一人の考えを生かす指導の工夫
  - (3) 生徒が自分の考えを表現し合い、お互いの考えを比較したり検討したりする授業の工夫
  - (4) 数学学習の意義や必要性を実感できる授業の工夫
- が指摘されている。

このような背景を踏まえ、平成16年度の教育研究員数学部会では、研究主題を「生徒が主体的に数学に取り組むための個に応じた教材・指導方法及び評価の工夫」とした。

また、研究を進めるにあたり以下の点について配慮した。

- (1) 基礎・基本の徹底を図り、生徒が意欲をもてる分かりやすい授業を実施する。
- (2) 身近な事象を題材とすることにより、関心・意欲を喚起し、数学の有用性を感じ取る。
- (3) 体験的活動を取り入れ、自ら学ぶ意欲を高める。
- (4) 指導の中で評価をどのように活用するか、特に目標に準拠した評価についての視点を重視する。

### 各分科会研究テーマ

第1分科会 チームティーチング による個々の生徒に応じた数学の指導方法 の研究	第2分科会 個に応じた「習熟度別 指導」の研究	第3分科会 積分の面積において、生徒が 興味・関心を示し、一人一人が 意欲的に学習できる指導方法 の研究
--	-------------------------------	--

# チームティーチングによる個々の生徒に応じた数学 の指導方法の研究

## 1 研究のねらい

多くの小中学校では、基礎的・基本的な学力の定着と向上を図るために様々な授業形態が研究され、実施・評価されている。その授業形態の中に、少人数授業・習熟度別授業・チームティーチングなどがある。高等学校においても少人数授業・習熟度別授業で一人の教員に対する生徒の人数を減らしたり、選択授業の選択者人数によっては、1授業に対して、教員が二人確保されたりすることがある。しかし、現状は、1クラスに教員が二人というチームティーチングの授業形態は取り入れられず、少人数・習熟度別といった1授業に教員が一人という形をとっている学校がほとんどである。

すべての授業に関してチームティーチングが有効かどうか検証する必要があるが、生徒にとって、授業中、もう一人教員がいてくれたらという場面はある。チームティーチングは教員二人がチームを組んで、「授業を展開する教師」が全体を見、「机間指導を行う教師」が個々を見るといった役割分担をする。また、二人が同時に机間指導をすることもある。このような2つのことが、1時間の授業の中で、様々な場面において行うことができる。

そこで、本研究では、どのような場面でどのようにチームティーチングを取り入れれば、個々の生徒に応じる授業がより可能となるかということの研究のねらいとし、それを実現するための教材や指導方法の工夫を行った。なお、所属校での研究効果をあげるため、必修科目である「数学」に限定した。

## 2 研究の仮説

チームティーチングを取り入れることの有効性がさらなる個々の生徒に応じる授業を可能にし、生徒が主体的に数学に取り組むようになる。

## 3 研究の方法

前述のねらいに基づき、以下のような手順で研究を行った。

- (1) 各学校で1学年の生徒を対象に7月にチームティーチングを試行し、その試行授業に関するアンケートから学習指導案の視点を探る。また、研究員の所属校教員を対象にアンケートをとり、教員の立場から数学 の範囲でチームティーチングに適すると思われる分野の調査・検討を行う。
- (2) (1)の結果に基づき、個々の生徒に対するより良い授業実現、展開を目的とした学習指導計画・学習指導案・ワークシート・評価規準を作成する。
- (3) 学習指導案・ワークシートに基づき検証授業を行う。
- (4) 検証授業後のアンケート結果を分析して、評価・考察を行う。

## 4 チームティーチング試行授業における調査の結果と分析

生徒のチームティーチング(以下、TTとする。)に対する実態、反応を把握するために全日制普通科1校(1学年1クラス40人、平常時は1クラス教員一人の一斉授業) 全日制

工業科1校(1学年60人、平常時は1クラス2展開の習熟度別授業)に対してTTの試行授業を行い、アンケート調査を実施した。回答数は100名であった。その結果、平常時は一斉授業、習熟度別授業を行っている2校ともに、教員は一人より二人の方が良いと思う生徒が70%だった。また、教員一人よりも二人の方が質問しやすい、という生徒は一斉授業の普通科高校で91%、習熟度別の少人数授業を行っている高校でも65%という結果となった。自由意見欄においては、一人の教員の方が、説明や教え方が一本化されるからいいという少数意見もあったが、その一方で一人の教員に聞いてわからなかったことがもう一人の教員に聞いたらわかったから良かったという実際の体験が記載されているものもあった。また、週に一度、このような授業形態を取ってほしいという意見もあった。

平常時、一斉授業を行っている生徒に対する調査結果がTTの方が良いとなったことは予測できたが、習熟度別授業を行っている生徒の半数以上もTTの方が良いという結果となった。このことから、授業形式や単元などによっては、TTが習熟度別授業や少人数授業よりも有効な場合が存在すると考えられる。そこで、生徒への調査だけではなく、教員から見て、どんなときに、どんな分野でTTを活用したら良いと感じるかを調査した。

## 5 教員側のチームティーチングに適すると思われる分野の調査と分析

全日制普通科5校、単位制1校、工業科2校、農業科1校の全9校の教員17名を対象に「TTにふさわしい単元や領域」についての調査を行った。必履修科目である「数学」に限定し、さらに、計算、図形、公式の説明・証明といった3つの分野に分けて、調査を行った。その結果、計算分野では、「因数分解」「二次方程式」「二次不等式」、図形分野では「二次関数」「正弦・余弦定理の利用」「三角比の相互関係の利用」において、70%以上の教員がTTを行うべき、または行った方が良いと感じていることがわかった。しかし、公式の説明、証明という導入部分の単元においては、TTを必要と感じている教員が少数であった。また、自由意見欄においては、「演習授業やグラフをかくなどの作業を行う授業においては、TTがあった方が良い。」といった賛成意見がある一方で、「授業準備に時間がかかりすぎる」、「演習授業では良いが導入(説明)授業においては、教員一人の方が良い。」という反対意見もあった。よって、「毎回の授業でTTは必要ないかも知れないが、単元や授業形式によってはTTが有効であろう。」ということがわかった。

## 6 題材、教材、指導方法の工夫

前述の4、5の結果と年間授業計画を考慮し、検証授業の分野を二次関数の「平方完成」とし、授業形式は演習に決定した。平方完成を学ぶ段階にあわせて3種類の演習問題に分類し、自分自身がどの課題を選択するかを考え、自ら改善テーマに取り組むという形をとった。なお、個々の生徒が選択した問題に、二人の教員が効果的に対応できるよう教材と指導方法に以下のような工夫を試みた。

- (1) 二人の教員が個々の生徒に対して、効果的に机間指導ができるように、定着、応用、発展といった課題別のワークシートを用意する。
- (2) 教室内の机の配置を変え、後ろの黒板の近くにいくつかの机を円状に並べ、同じような

ポイントでつまづいている生徒に対して、有効かつ合理的な指導ができるようにする。

- (3) 二人の教員に対して、どちらの教員にどの生徒がよく質問してくるかをチェックした上で、個別指導する際にどの生徒にどちらの教員がつくかというある程度の担当を決めておく。

## 7 指導計画

### (1) 学習指導計画

ア．単元

第1学年 二次関数とそのグラフ

イ．単元のねらい

関数  $y = ax^2$  の性質をもとに、平行移動を用いて二次関数  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフを導き、その性質について十分理解する。

ウ．単元の指導計画

第1時 一次関数のグラフ

第2時 二次関数  $y = ax^2$  のグラフ、放物線、軸、頂点、下に凸、上に凸

第3時  $y = ax^2 + q$  のグラフ

第4時  $y = a(x - p)^2$  のグラフ

第5時  $y = a(x - p)^2 + q$  のグラフ

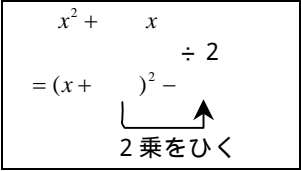
第6時  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフ 平方完成

第7時  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフ 平方完成の演習 (本時)

### (2) 評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> <li>平方完成における自らの課題を見付ける。</li> <li>平方完成の過程で生じる疑問点を質問できる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2</math> より、<math>x^2 + 2ax = (x+a)^2 - a^2</math></li> <li><math>x^2 + x = (x + \quad)^2 - \quad</math> を基に平方完成への変形の過程を考察することができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>x^2</math> の係数が1、正の整数、負の整数の平方完成ができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>平方完成の様々なパターンを自ら見極めて、解くことができる。</li> </ul>

### (3) 学習指導案

	T 1 教師の動き	生徒の学習活動	T 2 教師の動き
導入 15分	出席をとる。 本日の授業の説明 二人の先生が入る。 平方完成の変形の復習の授業  平方完成の基本の確認 板書による全体指導 (数学的な見方や考え方) あらかじめ板書しておく。	平方完成の基本の確認 	机間指導(個別指導) <ul style="list-style-type: none"> <li>T 1 へ進捗の状況を報告</li> <li>T 1 の説明中は説明を聞かせるように促す。</li> </ul>

	<p>(1),(2): 板書して説明 基本の穴埋めを用いて説明</p> <p>(3),(4): 不得意な生徒に答えてもらう。 T2と相談してあらかじめ指名する生徒を決めておく。</p> <p>簡単な例題を黒板で解く。</p> <p>(1) <math>a=1</math>の場合  <math display="block">y = x^2 + 8x + 15</math> <math display="block">= (x+4)^2 - 16 + 15</math> <math display="block">= (x+4)^2 - 1 \quad (\text{答})</math></p> <p>(2) <math>a \neq 1</math>の場合  <math display="block">y = 2x^2 - 8x + 3</math> <math display="block">= 2(x^2 - 4x) + 3</math> <math display="block">= 2\{(x-2)^2 - 4\} + 3</math> <math display="block">= 2(x-2)^2 + 2 \times (-4) + 3</math> <math display="block">= 2(x-2)^2 - 5 \quad (\text{答})</math></p> <p>(1)との違いについて重点をおいて説明する。 頂点の座標も答えさせてみる。</p>	<p>(1) <math>x^2 + 6x</math>  <math display="block">= (x+3)^2 - 9</math></p> <p>(2) <math>x^2 - 20x</math>  <math display="block">= (x-10)^2 - 100</math></p> <p>(3) <math>x^2 - 4x</math>  <math display="block">= (x-2)^2 - 4</math></p> <p>(4) <math>x^2 + 8x</math>  <math display="block">= (x+4)^2 - 16</math></p> <p><b>平方完成のやり方を確認</b></p> <p>(1) <math>a=1</math>の場合  <math display="block">y = x^2 + 8x + 15</math></p> <p>(2) <math>a \neq 1</math>の場合  <math display="block">y = 2x^2 - 8x + 3</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ T1が説明しているときに個々の生徒の様子を把握し、つまずいていそうな生徒への個別指導を行う。</li> <li>・ T1の説明を理解しきれない生徒への個別指導を行う。</li> </ul>
<p>展開 20分</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ワークシートの配布</li> <li>・ 教員二人で机間指導 (個別指導)</li> <li>・ 生徒の進度を見て、答えを板書する。 (1)(3)(5)は詳しく説明する。</li> <li>・ 共通問題では定着・応用・発展の3つを扱い、各自、3つの分類の中から、つまずき箇所を確認させる。 (関心・意欲・態度)</li> </ul>	<p><b>共通問題に取り組む</b></p> <p><math>a=1</math>の場合  (1) <math>y = x^2 + 2x - 1</math>  (2) <math>y = x^2 - 4x + 1</math></p> <p><math>a \neq 1</math> (正)の場合  (3) <math>y = 2x^2 + 8x</math>  (4) <math>y = 3x^2 - 6x - 2</math></p> <p><math>a \neq 1</math> (負)の場合  (5) <math>y = -x^2 + 6x</math></p> <p>答え合わせをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ワークシートの配布</li> <li>・ 教員二人で机間指導 (個別指導)</li> <li>・ T,Tの指導分担を考えて、どちらかの教員が黒板を消す。</li> </ul>
<p>発展 15分</p>	<p>課題別のワークシートを配布する。</p> <p><math>a=1</math>の場合 : 定着  <math>a \neq 1</math> (正)の場合 : 応用  <math>a \neq 1</math> (負)の場合 : 発展</p> <p>(表現・処理)  (知識・理解)  T2が後ろで講義をしている間に机間指導をし、他の生徒の質問を受ける。</p> <p>・ 進度の速い生徒には、3パターンとも取り組ませる。 さらに進んでいる生徒には、用意した別のワークシートに取り組ませる。</p> <p>解答は各ワークシートの裏面に印刷してあることを伝える。</p>	<p><b>自ら改善したいと思うタイプの問題に取り組む</b></p> <p><math>a=1</math>の場合  (1) <math>y = x^2 + 8x + 7</math>  (2) <math>y = x^2 + 2x - 4</math>  (3) <math>y = x^2 - 10x + 13</math></p> <p><math>a \neq 1</math> (正)の場合  (1) <math>y = 2x^2 + 4x</math>  (2) <math>y = 2x^2 - 12x - 1</math>  (3) <math>y = 3x^2 + 12x + 7</math></p> <p><math>a \neq 1</math> (負)の場合  (1) <math>y = -x^2 + 2x</math>  (2) <math>y = -x^2 - 6x - 3</math>  (3) <math>y = -2x^2 - 8x + 5</math></p> <p><b>自己採点をする。</b></p>	<p>教室の後ろに余分な机を5個くらい置いておく。 理解の不十分な生徒を集め、後ろの黒板を使用して説明を行う。 (3種類ともT2が講義)</p> <p>特に指導が必要な生徒には、あらかじめ担当教員を決めておく。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 必要に応じて、机間指導を行う。</li> <li>・ <math>a=1</math>, <math>a \neq 1</math> (正)は全員の生徒ができるように優先的に指導していく。</li> </ul>

## 8 検証授業のアンケート調査の結果と分析

検証授業は平成16年9月、都立高校2校で1年生93名を対象に実施した。(平常時は、A校は60名で1クラス2展開の習熟度別授業、B校の33名は2クラスに分けた少人数授業を行っている。)

授業内容は、二次関数の「平方完成」の演習とし、アンケート調査を行った。さらに分析する際に、アンケート項目を以下のように3つに分類した。

### (1) 少人数・習熟度別・TTの3つの授業形式の比較を分析する項目

高等学校の数学でTTがあった方が良いか。                      先生の人数は何人が良いか。  
平常時の授業とTTとではどちらが良いか。

### (2) TTという授業形式の有効性を分析する項目

小中学校でTTを経験したことがあるか。                      算数・数学でTTを経験したことがあるか。  
どんなときにTTがあったら良いか。                      どの単元でTTを行ってほしいか。  
TTではいつもより質問しやすかったか。

### (3) TTを行った際の授業に対する関心・意欲を分析する項目

苦手問題に気付くことができたか。                      授業に積極的に参加、取り組むことができたか。

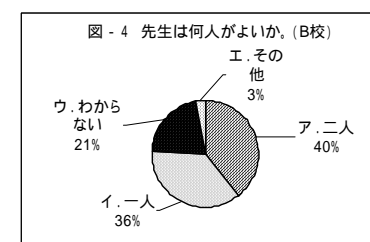
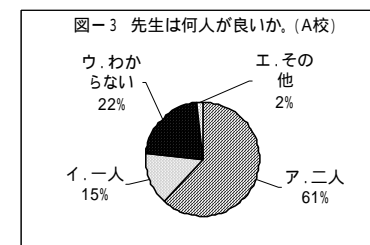
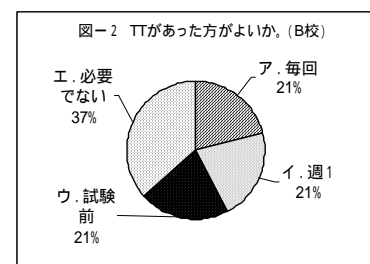
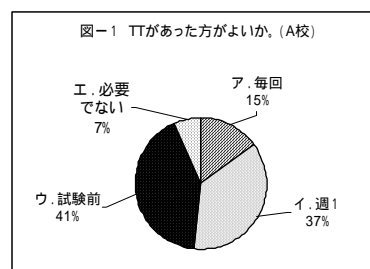
### (1) 少人数・習熟度別・TTの3つの授業形式の比較と分析

図-1、2から、A校においてはTTを取り入れた方が良いという意見が90%以上を占め、B校においても60%を超えており、両校ともTTが効果的であったと言える。この理由は図-3、4から、教員が2名いることによって二人の先生が巡回した方がタイムリーに質問しやすく、二人の先生に質問できることで違った表現で説明してもらえるので理解しやすいからだと考えられる。

A校では、習熟度別授業で定期考査ごとに生徒を入れ替えており、クラスの6～7割の生徒が検証授業を行った二人の教員の授業を受けている。そのため、生徒が両方の教員に質問しやすい雰囲気があり、逆に、教員も生徒の状況を理解していた。このことがTTの授業をより効果的にした要因と考えられる。

B校では少人数授業で半年間一人の教員が担当していたため、チームを組んだもう一人の教員と生徒の相互理解が不足していたと思われる。このため、生徒はTTに対してすぐに順応することができなかつたのであろう。これがA校とB校でのアンケートの結果にやや差が出た要因と考えられる。

また、A校では、試行授業の際に、TTの授業の進度が遅いので、TTは好ましくないと回答した生徒もいた。そこで、TTの進度が速すぎると感じた生徒も考慮して、検証授業ではワークシートなどを工夫した。その結果、検証授業後のアンケートでは試行授業の時よりもTTを有効と感じる生徒が増加した。





「毎回の授業でTTを取り入れてほしい」という意見は両校とも多く、TTの方がよりタイムリーに質問できると感じている生徒が多いことがわかる。また、A校では「試験前」や「週に1回」TTを取り入れてほしいという意見が多数を占めた。説明が中心となる時は、理解度に応じた少人数授業を求め、演習や試験前の理解が不十分なところの補強の際にはTTによる授業の方が質問しやすいと感じていることがわかる。

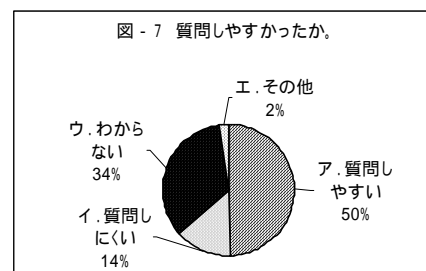
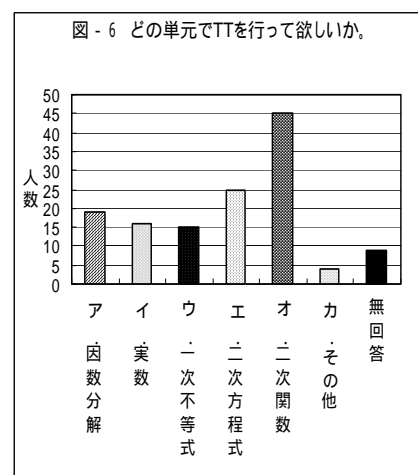
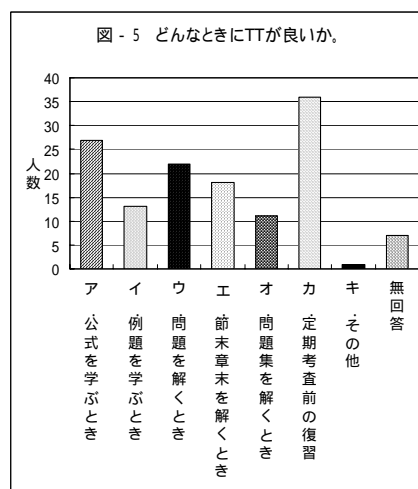
平常時の授業とTTではどちらの方が良かったかという質問に関しては、A校では半数近くの生徒が「TT」を支持した。演習時にTTを取り入れたことにより、生徒の理解が深まったようである。実際、この後の定期考査でも効果が現れていた。一方、B校では「TT」を支持する生徒と「少人数授業」を支持する生徒とで、きっぱり二分化された。しかし、全体的には「理解が深まった」、「いつもより真剣に取り組めた」という感想であった。

## (2) TTの有効性の分析

小中学校において、TTを経験している生徒は、93名中50名で、半数以上の54%であった。また、算数や数学において、TTを経験したことがある生徒は、93名中29名で31%であった。これは、教科を問わず、半数以上の生徒がTTを経験したことがあり、また、TTを経験したことがある生徒のうちの半数以上が数学で経験しているということになる。一方、高等学校でTTがほとんど導入されていないのは、小中学校に比べ、個人の習熟度の差が小さいからではないだろうか。個人の習熟度に幅がある集団の授業には、TTの方が個別指導が可能となり、有効なのではないだろうか。

図-5は、どんなとき、どんな場合において、TTであった方が良いか、という調査の結果である。93名に複数回答を可として実施した。定期考査前など、生徒が一人で理解しづらい問題に積極的に取り組まなければいけない状況のときにTTを必要としていることがわかる。一方で興味深いのは公式を扱う授業のとき、以前の調査結果から教員側は一人で教えた方が良いと感じているのに対し、TTを行ってほしいと感じる生徒は意外にも多数を占めていることである。公式は、新たに生徒が習得するものであることから、この時点でその意味や使い方が理解できないと、生徒の意欲は失われる。生徒自身もこの最初の段階で理解できれば、積極的に授業に取り組むことができると感じているのではないかと推測される。

図-6は、数学の単元において、生徒はどこでTTを必要としているのかの結果である。こちらも93名対象に複数回答を可としている。TTを行ってほしいという生徒の半数が二次関数をあげた。関数は多くの生徒が苦手とする単元で、わかりづらく、習熟度の差が生じやすい単元なのではないか。よって、個別指導をしてほしいという声が



多い。理解しづらいからこそ、質問しやすい授業の場を求めていることがわかる。

図 - 7はTTの方が本当に質問しやすいのか、という結果を示している。ちょうど半数の生徒が質問しやすいと答えている一方で、34%の生徒が質問しやすいかどうかわからないと回答している。この要因は、今回の検証授業が演習形式で、事前にその単元の解説を済ませていること、ワークシートを細かい段階に分けて、生徒個人の習熟度にあったものを学習できるようにしていることにある。このことで、3割以上の生徒が質問をする必要性がなく、わからないと回答したと予測される。ただ半数以上の生徒が質問しやすいと感じたのは、TTの成果であろう。

### (3) TTによる生徒の関心・意欲・態度への結果と分析

今回の検証授業では、演習授業の構成とワークシートに、かなりの工夫を凝らした。最初に、前回の授業の復習を行い、その後、一斉に定着・応用・発展を扱ったワークシートに取り組みせ、自ら自分のつまずきに気付かせた上で、定着、応用、発展のいずれかのワークシートを選択させて取り組ませる。その結果、自ら自分のつまずきに気づき、次のワークシートが選択できた生徒が70%、また、今回の検証授業に積極的に参加、取り組むことができたという生徒は97%にのぼった。このことは、確かにTTの有効性が引き出されたということもあるであろうが、他の結果とも照らし合わせると、授業の構成、ワークシートの工夫が要因となっていることの方が大きいと感じられた。

## 9 まとめと今後の課題

本研究を始める際に調査したところ国立教育政策研究所でのTTについての研究報告があった。それは以下のような内容であった。「30人～40人学級をTTで一斉指導する授業タイプでは、小4『2桁で割る割り算』・小6『分数の割り算』・中2『図形の性質』の単元で効果があがらなかった。」単元によって、TTの効果に違いはあるだろうが、実際に我々が研究をしてきた分析の結果から、少人数授業・習熟度別授業を行っている高等学校では、適切な授業内容で、適切な時期を選び、一斉授業にてTTを行うことは有効である、ということがわかった。ただし、以下のことが必要である。

- (1) 個々の生徒の実態を把握する。
- (2) 個々の生徒との人間関係を構築する。(生徒が二人の教員どちらにでも質問がしやすい状況をつくるため。)
- (3) 前もってTTを行う教員同士で、生徒がつまずきやすい段階や内容の整理をする。
- (4) (3)を踏まえてワークシートを工夫する。(定着・応用・発展に分類するなど)

これらのことを念頭においてTTを行うことは、準備などの時間もかかる。しかし、個々の生徒の適時な対応には、有効な方法である。よって、学習内容や生徒の学習状況に応じて、TTを行うことが有効である。

本研究は教員の「工夫する力」、「観察する力」、「分析する力」、「協力する心」が原点であるということを改めて認識した研究であった。今後は数学だけではなく、数学や数学といった、他の内容に関しても、さらに研究を進めていきたい。また、1回だけのTTの検証授業で判断するのではなく、継続して行っていくことにより、さらにTTの効果があげられるものと思われる。

## 個に応じた「習熟度別指導」の研究

### 1 研究のねらい

基礎的・基本的な内容の確実な定着と個性を生かす教育を実現させるため、生徒一人一人の興味・関心や特性を十分に理解し、それに応じた指導方法や工夫改善を図ることが求められている。数学部会の研究主題「生徒が主体的に数学に取り組むための個に応じた教材・指導方法及び評価の工夫」を受けて、当分科会では、一人一人に行き届いた細かな指導ができるよう、生徒の学習内容の習熟度によって分割して指導を行う「習熟度別指導」の指導方法について、その指導形態や指導内容について研究を行い、生徒一人一人に対する指導をより充実させることをねらいとする。

### 2 研究の仮説

指導形態および内容をより柔軟にすることで、個に応じた「習熟度別指導」を効果的に行うことができ、生徒がより主体的に数学に取り組むようになるのではないだろうか。

### 3 研究の方法

前述のねらい・仮説に基づき、以下のような手順で行った。

- (1)各研究員の現任校や過去の勤務校などで、実際に習熟度別指導を行っている学校での実態について調査を行い、分析する。問題点などを調べ、仮説をたて、約1か月にわたっての検証期間を設けて検証を行う。
- (2)学習指導計画、評価規準、生徒の意識調査アンケート(学習の定着度を問う簡単なテストも含む)を作成する。
- (3)検証期間の初めに応用グループ(以下、応用Gと表す)、定着グループ(以下、定着Gと表す)両方ともに同じアンケートを行い、その集計結果に基づき、学習指導案を作成し、検証授業を行う。
- (4)検証期間の中間と最後にもアンケートを行い、集計結果を分析し、考察とまとめを行う。

### 4 習熟度別指導の実態調査の結果と分析

#### (1) 目的

指導方法の工夫の研究を行う上で、習熟度別指導を行っている各学校の実態を踏まえることは重要であると考えた。各校、様々な実態はあるが、習熟度別指導を行っている学校は少なくない。そこで、習熟度別指導上の工夫・良い点・悪い点や改善すべき点などの調査結果を分析し、仮説をたてて指導方法の工夫の研究を行うこととした。

#### (2) 方法

今年度の研究員の所属校などからアンケート調査をお願いした。普通科8校、工業科5校、商業科2校、農業科1校、チャレンジ1校の計17校からの回答を得た。各校での指導形態や指導内容、評価やその効果、指導上の工夫などについて、次のような1～4のアンケート調査をA4版2枚で行った。

<p>1 習熟度別学習指導の実施形態について</p> <p>1.1 どの学年で実施していますか？ ア. 1学年 イ. 1・2学年 ウ. その他( )</p> <p>1.2 どのような方法で分けていますか？ ア. 定着確認テスト イ. 進路別 ウ. その他( )</p> <p>1.3 どのように展開していますか？ ア. 1クラス2展開 イ. 2クラス3展開 ウ. その他</p> <p>1.4 分割した際の人数比はどのようになっていますか？ ア. 等分割 イ. 等分割でない( )</p> <p>2 習熟度別指導の内容について</p> <p>2.1 分割グループ間で授業のやり方はどうなっていますか？ ア. 一斉授業 イ. 個別(プリント含む) ウ. その他( )</p> <p>2.2 授業の内容はどのようになっていますか？ ア. 同じ内容 イ. 異なる内容 ウ. その他( )</p> <p>2.3 授業内容の難易度はどうなっていますか？ ア. 同じ難易度 イ. 異なる難易度 ウ. その他( )</p> <p>2.4 授業進度はどのようになっていますか？ ア. 同じ進度 イ. 異なる進度 ウ. その他( )</p> <p>3 習熟度別指導における評価について</p> <p>3.1 定期考査等はどのように行っていますか？ ア. 統一テスト イ. それぞれ別 ウ. その他( )</p> <p>3.2 評価はどのように行っていますか？ ア. 統一で評価 イ. それぞれで評価 ウ. その他( )</p>	<p>3.3 生徒の年度内入れ替えを行っていますか？ ア. はい イ. いいえ ウ. その他( ) その内容についてお書き下さい。 ( )</p> <p>4 習熟度別指導の効果及び指導上の工夫等について</p> <p>4.1 指導上の工夫がありましたら教えて下さい。 ( )</p> <p>4.2 良かった点あるいは悪かった点を教えて下さい。 ( )</p> <p>4.3 実施したことで効果がありましたか。 ア. はい イ. いいえ</p> <p>4.4 各グループ間の生徒の習熟度の差はどうなりましたか？ ア. 広がった イ. 縮まった ウ. その他( )</p> <p>4.5 応用グループの生徒の興味・関心はどうですか？ ア. 高まった イ. 変化なし ウ. その他( )</p> <p>4.6 定着グループの生徒の興味・関心はどうですか？ ア. 高まった イ. 変化なし ウ. その他( )</p> <p>4.7 応用グループの生徒の意欲や態度はどうですか？ ア. 積極的になった イ. 変化なし ウ. その他( )</p> <p>4.8 定着グループの生徒の意欲や態度はどうですか？ ア. 積極的になった イ. 変化なし ウ. その他( )</p> <p>4.9 習熟度別指導をおこなって生徒が実際どのように考えていると思われますか？ ( )</p>
--	---

### (3) 結果

調査結果を、アンケート項目ごとにまとめると以下のとおりである。

#### ア 実施形態について

- 1.1 1・2学年が大多数。ほぼ1年で実施。
- 1.2 大多数が確認テストの結果によって分ける。希望を聞いて対応する学校も多い。
- 1.3 1クラス2展開が多数。2クラス3展開、2クラス4展開の学校もある。
- 1.4 等分割でない学校が多く、定着Gの人数を少なくしている学校が大多数。定着Gの指導を厚くしたいが、10人未満はやはりまれである。実際としては、応用Gと定着Gの人数比は、2：1程度が適当であろうと思われる。

#### イ 指導内容について

- 2.1 ほとんどが一斉授業。定着Gでワークシートなどの個別対応をしている場合もある。
- 2.2 教科書が同じ場合に同じと回答している場合もあるが、異なる内容を教えている場合が

ほとんどである。

2.3 難易度については異なる難易度がほとんどである。

2.4 半数に分かれるが、同じ進捗の場合ほぼ統一テストの実施であると考えられる。また、2.3 との関連で「異なる難易度で異なる進捗」と「異なる難易度で同じ進捗」が半数である。

#### ウ 評価について

3.1 多くの学校で統一テストを行っている。他の学校でも 6 割、8 割程度共通問題のあとグループ別の問題にしている場合もある。

3.2 評価も統一で行っている学校が多いが、それぞれで評価している学校のすべてで、別のテストを行っている。

3.3 入れ替えはほとんどの学校で行っている。

#### エ 指導の効果について

4.3、4.4 ほとんどの学校で効果があったと認めているが、グループ間の習熟度・定着度の差が広がったと考えている。

4.5、4.7 応用 G の興味・関心は高まり、意欲・態度は積極的になっている。

4.6、4.8 応用 G ほど興味・関心は高まっていない。変化なしは 1 / 3 もあり、下がった学校もある。積極的になったとも言えず、変化なし(5校)や下がった学校もある。

以下に、代表的な記述を記入する。

##### 指導上の工夫(4.1)について

- ・理解度や進路希望などに応じて、内容を大きく変える。・基本事項などを丁寧に教え、難易度の異なるワークシートなどを用意し対応する。応用 G 量を多く、応用的な内容。定着 G 定着できない理由を探り、個別に対応。

##### 良い点・悪い点(4.2)について

- 悪い点・定着 G の生徒が勉強しなくなった。・評価の妥当性

##### 生徒がどう思っているか(4.9)について

- ・定着 G にずっと残っていたいと思っている生徒もいる。・定着 G で進路決定に積極的でない生徒の意欲低下が大きい。

#### (4) 分析

今回特に「習熟度別指導」におけるその指導形態や内容について注目したところ、応用 G については、従来の指導形態でも興味・関心は高まり、意欲・態度も積極的になったという学校が多いが、定着 G では、それほどの高まりもなく、習熟度別に分けてもさらに勉強しなくなったという意見すらあった。定着 G に対しては、習熟度別に分けても従来の学習形態(一斉指導)や内容だけでは、十分に個に応じ切られていないと考えられる。個別に指導し、内容もそれぞれに合ったものでなければ「習熟度別指導」が十分に機能しないと考えられる。

そこで、今回、特に十分に個に応じられていないと考えられる定着 G において、従来の指導形態を変えて、検証期間を設けて、仮説をたて、検証を行うこととした。

## 5 検証授業

### (1) 単元「数と式」

#### (2) 単元のねらい

数を実数まで拡張することの意義を理解し、式の見方を豊かにするとともに、二次方程式についての理解を深め、それらを活用できるようにする。

#### (3) 主題とのかかわり

定着 G は、数学に対する個々の苦手意識が強く、一人では数学に積極的に取り組めない生徒が多い。そこで、指導の形態を一斉指導から班別指導にすることで、生徒が互いに相談しながら取り組めるようにした。また、生徒が主体的に学習に取り組めるように知識伝達型から問題解決型の内容にした。さらに、学習の定着を促すためワークシートなどを用いた問題演習を取り入れた。ただし、問題演習は生徒が個別に行う内容が中心となるため指導形態は個別指導とする。これらの検証授業を指導計画に沿って1か月実施し数学に対する意識や学習の定着度の向上について効果を検証する。

#### (4) 指導計画

	月 日	形 態	内 容	備 考
前 半	9/2(木)	班別/問題解決	班を決め、ガイダンス後にアンケート実施 「実数」とは何かについて学ぶ	アンケート A 実施
	9/8(水)	班別/問題解決	個々に自分が「実数」だと思える数をいくつか作り、 班ごとにまとめた後板書し、全体で検証する	
	9/9(木)	班別/問題解決	実数の分類（前時に考えたものをプリントで分類） 実数の大小関係（数直線上のどこにあるのか考える）	
	9/10(金)	個別/問題演習	実数の復習（根号の計算も含む）	
	9/15(水)	班別/問題解決	一次方程式（ $ax + b = c$ ）の解き方の確認 二次方程式（ $x^2 = a$ ）の解き方について考える	(5) 参照
	9/16(木)	班別/問題解決	因数分解を使った解法について考える	
	9/17(金)	個別/問題演習 (テスト)	小テスト（前半で習った内容） 班ごとに平均点 アンケート（前半の復習問題も含む）実施	アンケート B 実施
後 半	9/22(水)	班別/問題解決 個別/問題演習	重解になる場合について考える 因数分解を使った二次方程式についての問題演習	
	9/24(金)	班別/問題解決	解の公式とその使い方について考える	
	9/29(水)	個別/問題演習	解の公式を使った二次方程式についての問題演習	
	10/6(水)	班別/問題解決 個別/問題演習	解の公式を使った応用問題について考える 解の公式を使った二次方程式についての問題演習	
	10/7(木)	個別/問題演習 (テスト)	小テスト（後半で習った内容） 班ごとに平均点 中間考査試験の模擬問題（テスト形式）	
	10/8(金)	個別/問題演習	模擬問題でできなかった問題について各自演習 アンケート（後半の復習問題も含む）実施	アンケート C 実施

(5) 本時の展開(9月15日の検証授業)

活動	学習内容	生徒の反応(S)及び支援(T)	指導上の留意点	評価の観点	時間
導入	一元一次方程式の解を求める 練習問題で確認	(T) $3x+150=750$ はどうやって解くのだろう (S)150を移項して解く (S)600を3で割る	一元一次方程式の解き方を覚えているか 移項がきちんとできているか	既知(中学校の内容)を使おうとしているか(関心・意欲・態度)	5
展開	二次方程式 $x^2-4=0$ の解の求め方を予想してみる	(T) $x-4=0$ を手掛かりとして与える (S) $x^2=4$ として考える (S) $x^2=4$ となる $x$ は2 (T) $x^2=4$ となる $x$ は2だけなのか (S) $x^2$ を2で割ってみる	移項に着眼できているか	自分なりの予想(考え)を書こうとしているか(関心・意欲・態度)  移項の考えを使うことに着眼できているか(数学的な見方や考え方)	5
	解き方を各班で検討する	(T) $2x=4$ なら $x=\frac{4}{2}$ となるが、この場合は $\sqrt{x^2}$ ではないか (S) $x^2=4$ となる $x$ は-2もある	$x^2=x \times x$ がわかっているか	移項を含む式変形ができているか(表現・処理)	10
	各班ごとに解き方を発表する  $x^2=a$ とするやり方で練習問題を解いてみる	(S) $x=\pm\sqrt{4}$ (S) $x=\pm 2$ (T)できるだけいろいろな意見ができるようにする (T)黒板の前で説明するように促し、足りない言葉は補足する	負の数同士を掛けたら正になることがわかっているか	$\sqrt{\quad}$ の意味がわかっているか(知識・理解)	15
まとめ	練習問題の解答を確認し、類題で知識の定着をはかる	(S) $x^2=a$ は $x=\pm\sqrt{a}$ として解けばよい (T) $x=\pm\sqrt{8}$ の場合、 $\sqrt{a}=2\sqrt{2}$ とできる	$\sqrt{8}$ や $\sqrt{12}$ のまま答えを止めていないか	確認問題を通じて知識の定着ができているか(知識・理解)	5
					10

教卓



座席表(15名)

この班は、9月2日から10月8日の間固定する(生徒Aの変容をこの期間を通じて追う)。

## 6 生徒の意識調査の結果と分析

### (1) 集計方法

今回は検証授業実施校である都立高校全日制工業科にて意識調査アンケートを行った。対象は1クラス2展開で習熟度別指導を実施している1学年の1クラスである。人数比は応用Gと定着Gでほぼ2対1である。意識調査の集計の方法は以下のとおりである。

ア 検証期間の最初の授業で1回目のアンケートAを実施する。その内容分析を踏まえ、検証期間の授業内容の計画をして、実施していく。

イ 検証期間の半ばに、今回の検証授業を行っている定着Gのみ2回目のアンケートBを実施する。その内容分析を踏まえ、検証期間の授業内容の計画を修正する。

ウ 検証期間の最後の授業で3回目のアンケートCを実施する。

エ アンケートA、B、Cを比較し、検証授業を行った定着Gの分析を行い、同時進行で実施された応用GのアンケートA、Cの集計結果を基に定着Gとの違いを分析する。

### (2) 集計結果

授業アンケートA集約(9月2日実施)

	ア		イ		ウ		未記入	
	応用G	定着G	応用G	定着G	応用G	定着G	応用G	定着G
1.「数学」は好きですか、嫌いですか。	好き		普通		嫌い			
	30%	0%	60%	50%	10%	50%	0%	0%
2.「数学」は得意ですか、苦手ですか。	得意		どちらでもない		苦手			
	30%	0%	50%	25%	20%	75%	0%	0%
3.「数学」は必要だと思いますか。	思う		どちらでもない		思わない			
	50%	75%	50%	25%	0%	0%	0%	0%
4.1学期の「数学」の授業はクラスを分けて行いましたが、そのことに関して質問します。								
(1)現在、クラスを分けて授業していますが、どう思いますか。	分けて良かった		何とも思わない		分けない方がよい			
	10%	75%	90%	25%	0%	0%	0%	0%
(2)上記の質問で(ア)か(ウ)に をした人に質問します。その理由を書いてください。(記述式)							0%	25%
(3)今のクラスの授業内容はどうですか。	難しい		ちょうど良い		易しい			
	5%	17%	75%	75%	20%	8%	0%	0%
(4)今のクラスの授業のスピードはどうですか。	速い		ちょうど良い		遅い			
	5%	17%	75%	83%	20%	0%	0%	0%
(5)定期テストについて質問します。今のテストについてどう思いますか。	それぞれ別のテストの方が良い		半分程度同じ問題の方が良い		両方同じ問題の方が良い			
	30%	42%	55%	50%	15%	0%	0%	8%
(6)クラスの入替えについてどう思いますか。	行った方がよい		行わない方がよい					
	80%	50%	15%	50%			5%	0%
5.今のクラス別授業について次の点はどう思うか教えてください。								
(1)数学についての「興味・関心」は高まりましたか。	高まった		変化なし		下がった			
	30%	83%	70%	17%	0%	0%	0%	0%
(2)数学についての「意欲・態度」はどうですか。	積極的になった		変化なし		消極的になった			
	10%	75%	90%	25%	0%	0%	0%	0%
(3)数学ができるようになったと思いますか。	できるようになった		変化なし		できなくなった			
	45%	67%	55%	33%	0%	0%	0%	0%
(4)クラス別授業をしていることに対して、良かった点・悪かった点を書いてください。(記述式)							35%	8%



授業アンケートC集約(10月8日実施)

	ア		イ		ウ		未記入	
	応用G	定着G	応用G	定着G	応用G	定着G	応用G	定着G
1.「数学」は好きですか、嫌いですか。	好き		普通		嫌い			
	27%	42%	59%	33%	14%	25%	0%	0%
2.「数学」は得意ですか、苦手ですか。	得意		どちらでもない		苦手			
	23%	0%	54%	42%	23%	58%	0%	0%
3.「数学」は必要だと思いますか。	思う		どちらでもない		思わない			
	27%	75%	73%	25%	0%	0%	0%	0%



	ア		イ		ウ		未記入	
	応用G	定着G	応用G	定着G	応用G	定着G	応用G	定着G
4. 1学期の「数学」の授業はクラスを分けて行いましたが、そのことに関して質問します。								
(1)現在、クラスを分けて授業していますが、どう思いますか。	分けて良かった		何とも思わない		分けない方がよい			
	18%	100%	68%	0%	14%	0%	0%	0%
(2)上記の質問で(ア)か(ウ)をした人に質問します。その理由を書いてください。(記述式)							0%	8%
(3)グル - プ学習についてどう思いますか。	グル - プ学習の方がよい		どちらでも良い		前の方が良い			
	9%	66%	50%	17%	0%	17%	41%	0%
(4)プリント学習についてどう思いますか。(問題演習)	たくさん問題が解けて良い		どちらでも良い		前の方が良い			
	14%	58%	86%	42%	0%	0%	0%	0%
(5)今のクラスの授業内容はどうですか。	難しい		ちょうど良い		易しい			
	27%	50%	68%	50%	5%	0%	0%	0%
(6)今のクラスの授業のスピードはどうですか。	速い		ちょうど良い		遅い			
	23%	17%	72%	75%	5%	8%	0%	0%
5. 今のクラス別授業について次の点はどう思うか教えてください。								
(1)数学についての「興味・関心」は高まりましたか。	高まった		変化なし		下がった			
	18%	75%	77%	17%	5%	8%	0%	0%
(2)数学についての「意欲・態度」はどうですか。	積極的になった		変化なし		消極的になった			
	27%	84%	64%	8%	9%	8%	0%	0%
(3)数学ができるようになったと思いますか。	できるようになった		変化なし		できなくなった			
	23%	75%	59%	17%	18%	8%	0%	0%
(4)クラス別授業をしていることに対して、よかった点・悪かった点を書いてください。(記述式)							45%	25%

## 2回目のテスト結果

	平均点	満点	0点	空欄解答
応用G	3.6点	1人	8人	7人
		4.5%	36.4%	31.8%
定着G	4.4点	0人	1人	0人
		0%	8.3%	0%

### 【註釈】

最終日のテストの結果である。

10点満点のテストである。

テスト内容は応用Gと定着Gとは同じ。

応用G 22名、定着G 12名

### (3) 分析

今回、検証授業を行った1学年の定着Gは、入学当初より習熟度別指導を取り入れ、一斉指導の形態で授業を行っていた。アンケートAの時点で数学が「できるようになった」あるいは数学が「必要である」と答えた生徒はそれぞれ67%、75%と多い。しかし、数学が「好き」あるいは「得意」と答えた生徒は0%、むしろ「嫌い」であり「苦手」と答えた生徒が50%、75%という結果があらわれた。1学期末で応用Gとの習熟度の差が広がり、結果として「苦手」と感じる生徒が多かったと予測された。そこで、2学期からは一斉指導から班別学習やワークシート学習などの問題演習を組み合わせた指導形態に変えて、学力面の向上を目指した。その結果、アンケートBの時点で効果が見られたが、進度面で予定よりも時間がかかってしまい、当初の予定であった「不等式」の内容から「解の公式」の内容へと計画の修正を行った。3回目のアンケートCでは数学が「好き」と答えた生徒が0%から42%に増え、クラスを「分けて良かった」と答えた生徒が75%から100%になるなど、肯定的意見の回答率が増加した。また、1学期に比べ定着Gの小テストの正答率は増加し、「空欄解答」が0%になったことから、応用Gとの習熟度の差も少なくなり、問題を積極的に解く姿勢が強くなったといえる。

## 7 検証授業について

検証授業は、9月2日から10月8日までの約1か月間、13回にわたって実施した。本研究の仮説に基づく検証授業における効果は1、2回の授業で見ることが難しいため、1か月の検証期間を設定し、その中で生徒の変容を見ることにした。

検証授業では、対象となる定着Gの生徒の実態を踏まえ、班別の問題解決学習を基本形態とし、個別の問題演習を補完的に行った。班は5人で構成し、班ごとの問題解決力に大きく差ができないよう班編成した。班を習熟度別に構成しなかった理由は、問題解決の糸口に気付く生徒が各班に少なくとも一人以上は必要であろうと考えたからである。

ここで、ある生徒（以下、生徒Aとする）の変容を追うことで効果を検証する。生徒Aは、1学期はどちらかといえば数学に自信がなく、授業中も集中できずにいることが多かった。検証授業の期間が始まり、最初は班別学習に戸惑い、授業に消極的であったが、次第に慣れ、積極的に班の生徒に疑問を投げかけるようになった。9月16日の授業では、1学期はできなかった因数分解について「前はできなかったけれど、わかるようになった気がする。」とっており、自分の答えを班の生徒の答えと比較していく中で、徐々に数学の問題に取り組むことへの自信をもつようになったと思われる。9月29日の授業では、解の公式を使って問題を解く場面で、最初は「解の公式、全然わからない。」と言っていたが、自分なりに代入する文字を色分けすることに気付き、「色分けしたらわかるようになった。」と言いながら自力で問題を解いた。さらに、自分の解き方を班の生徒に教えることで自信を深めていった。こうした生徒の変容からも本研究の検証授業の効果はあったと考えられる。

## 8 まとめと今後の課題

本研究の仮説の検証を行う中で、生徒の個に応じた指導を行うことは、習熟の程度に応じてクラスを分け授業内容の難易度や進度を変えるだけでなく、その指導形態や内容なども柔軟に対処していかなければならない難しさを感じた。

検証授業を行った定着Gの生徒たちは、一斉授業の中で個別に数学に取り組むことが苦手である。そのため、生徒が班内でお互いに話し合ったり、相談したりしながら数学に取り組むことのできる班別学習は適していたのだといえる。ワークシートなどを用いた問題演習も、数学に対する自信をつかみかけた生徒が自分の力で問題を解いていくことで学習内容の定着につながったのだといえる。このように、数学に取り組んだり問題を自分の力で解いたりすることで自信と達成感が芽生え、数学が「好き」と答えた生徒の増加に影響したのではないだろうか。

また、生徒がお互いに自信を深めあうことができたのは、習熟の程度と同様の生徒たちで班を編成したからであり、それは習熟度別指導のもつ一つの有効性であるといえる。

これらの結果から、指導形態および内容をより柔軟にすることで、個に応じた習熟度別指導を効果的に行えることがわかった。しかし、この形態は一斉指導に比べ時間がかかり進度が把握しづらく、生徒の集中が長続きしなかった場合の対応がしにくいなどの問題点もある。今後、どのようにすればこのような問題点が解消されるのか、どのような場面で個に応じた「習熟度別指導」がさらなる効果を発揮するのかを探っていくことが課題となる。

# 積分の面積において、生徒が興味・関心を示し、一人一人が意欲的に学習できる指導方法の研究

## 1 研究のねらい

高校で学ぶ数学は、抽象的な部分が多く普段の生活の中で役立っていないと思っている生徒が少なくない。確かに授業では公式の説明や机上での計算だけに終わってしまう単元もあり、実社会との結びつきを実感できない場合がある。しかし、現代の社会において我々の生活の中にあるものや自然現象などは、数学を用いて分析や説明ができるものが驚くほど多い。詳しい分析や説明には大学レベルの数学が必要であるが、高校数学でもそれが十分可能なものが数多く存在する。そのひとつの分野が微分積分である。

高校で学ぶ数学の最も重要な分野のひとつが微分積分と言える。高校の数学の教員は、高校生にこの概念を習得してほしいと願っている。だが、アンケート〔後述〕の結果からわかるように微分積分を学んだ生徒の80%以上は、それが「難しい、楽しくはない、つまらない」と感じている。中でも積分を使って面積を求める単元に苦手意識をもっている生徒が70%近くいる。それは、面積を求める計算が面倒なこともあるが、積分そのものの意味が十分に理解できていないため、単に公式を使った計算に終始しているからである。このような状況を踏まえ、積分を利用した面積の求め方に焦点を当てて、研究に取り組んだ。

## 2 研究の仮説

積分の面積の導入段階で操作的な活動を取り入れた学習を行えば、より多くの生徒が積分に興味・関心を示し、一人一人が意欲的に学習に取り組めるようになる。

## 3 教材・指導方法の工夫

### (1) 生徒が意欲的に取り組むための工夫

円の面積という身近な題材を導入に使った。

正方形の個数を数える操作的な活動を取り入れ、今まで求めたことのない面積を誰でも求められるようにした。

積分の重要な概念である「細分化して足し合わせる」という点に注目させるようにした。単に公式を紹介するだけでなく、微分積分が世の中のどのようなものに使われているのかも紹介するようにした。

### (2) 個に応じた指導の工夫

分数計算が多く出てくるので、分数計算が苦手な生徒への個別対応をした。

生徒が個人の手で取り組めるワークシートを作成した。

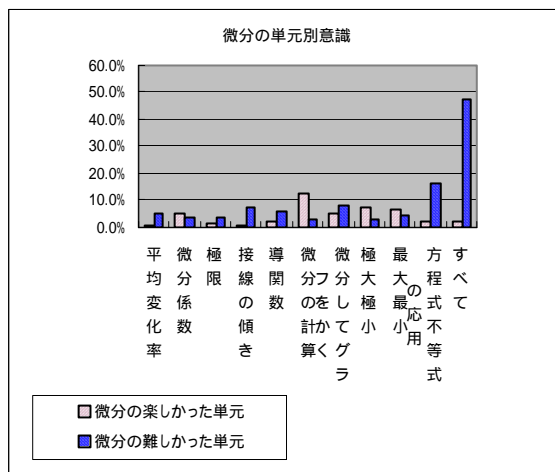
ワークシートの問題文が理解できない生徒へわかりやすい説明をした。

計算結果を簡単な値にすることにより取り組みやすさを配慮した。

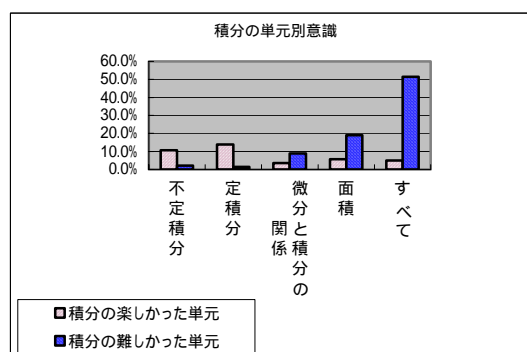
以上のような工夫をした授業を行うことにより、生徒が積分についてより理解を深め、実社会に数学が使われているという実感を得ることができると考える。そして、単に公式を覚えて答えを出すだけに終わらず、積分の重要な概念である「細分化して足し合わせる」という方法



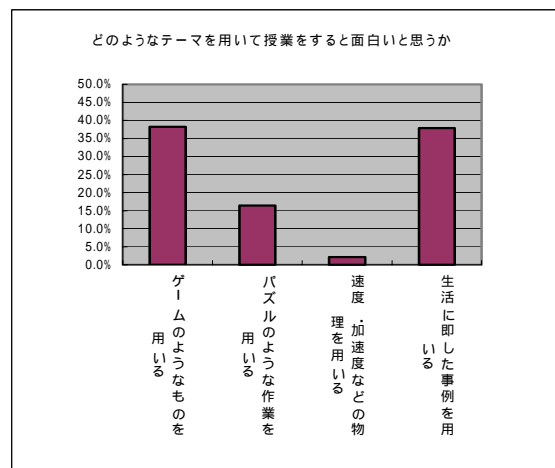
約半数の生徒がすべての項目で微分を難しいと感じている。単元別では、方程式・不等式の応用や接線の傾きなど、グラフを用いて考えていくものに対し、難しいと感じ、楽しいと思う生徒がほとんどいない。微分の計算を楽しんでいる生徒は、他の単元と比較すると多いものの、10%を超えるに過ぎない。その理由として、微分は難しいという先入観から取り組みにくいとか、どんなところで役立っているのかわからないために興味がわかないなどと推測する。



積分でも過半数の生徒が、すべての単元で難しいと感じているが、単元別では、定積分の計算を難しいと思っている生徒は、ほとんどいない。面積を求めるには、グラフから自分で式を立てなければならないからか、抵抗感をもち生徒が多い。



授業でも、物理と結びつけるよりも、ゲームやパズルを用いた学習を求める生徒が多くいることがわかった。



数学の範囲では使える関数が限られるので、実際に計算したり説明したりすることは容易でないで、実生活の中での事例を紹介することで、興味・関心をもたせるようにすることが必要である。

## 6 学習指導計画

(1) 単元 「積分」

(2) 単元のねらい

積分の計算を理解する。

定積分の計算と面積との関わりを理解する。

定積分を利用して曲線で囲まれる部分の面積を計算できるようにする。

(3) 主題との関わり

定積分を使って面積を求める学習において、生徒が興味・関心を示し取り組みやすいワークシートの作成に重点を置いた。そうすることにより、このワークシートを使いながら、生徒一人一人が個人のもっている力を十分に発揮し意欲的に学習に取り組める。

(4) 指導計画

不定積分（2時間）

定積分（2時間）

面積（3時間）

（5）本時の展開

ア 学習指導案（本時は5時間目）

	指 導 内 容	学 習 内 容	指導上の留意点
導 入 10 分	<p>復習と確認</p> <p>本授業の目的を示す。</p>	<p>定積分の計算問題を復習する。</p> <p>定積分は何を求めているのだろうか？</p> <p>そもそも積分って何だろう？</p> <p>「面積や体積を分ける」という積分のもつ言葉の意味を確認する。</p> <p>曲線で囲まれた部分の面積について考えてみよう。</p>	<p>これまで行ってきた積分の計算がどういう意味をもつのか生徒に問いかける。</p>
展 開 35 分	<p>円の面積について、公式で得られた結果と正方形に分けて得られた結果を比較して考察する。</p> <p>区間の定められた放物線とx軸とで囲まれる部分の面積について考える。</p> <p>分割する正方形をだんだん小さくしていく。</p> <p>曲線で囲まれた部分の面積について、定積分を利用した求め方を示す。</p>	<p>ワークシートを配布する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>半径3の円の面積Sについて考える。</li> </ul> <p>①公式を利用</p> $S = \pi \cdot 3^2 = 9\pi \approx 28$ <p>②正方形に分ける</p> $16 < S < 36 \text{ より } S \approx \frac{16+36}{2} = 26$ <p>②のやり方で精度を上げるにはどうしたらいいだろうか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>放物線 <math>y = x^2</math> (<math>0 \leq x \leq 3</math>) と x 軸とで囲まれた部分の面積 S について考える。</li> </ul> <p>1 辺が 1 の正方形に分ける。 <math>S \approx 9.5</math></p> <p>1 辺が 0.5 の正方形に分ける。 <math>S \approx 9.1</math></p> <p>1 辺が 0.2 の正方形に分ける。 <math>S \approx 9.0</math></p> <p>得られた結果と、①、②を通して予想される S の値について、生徒に発表させる。</p> <p>区間 <math>a \leq x \leq b</math> において、<math>f(x) \geq 0</math> であるとき、曲線 <math>y = f(x)</math> と x 軸および 2 直線 <math>x = a, x = b</math> とで囲まれた図形の面積 S は <math>S = \int_a^b f(x) dx</math> で求められる。</p>	<p>②のやり方は小学校で既習の生徒もいるが、初めての生徒もいるので、丁寧に指導する。</p> <p>②のやり方でも大まかな値は得られることを実感させる。</p> <p>正方形を細かくするとどうなるか考えさせる。</p> <p>①、②の作業を通して S の値を予想させる。</p> <p>机間指導をして時間がかかっている生徒には早く数える方法を助言する。</p> <p>かなり難しい内容なので、時間をかけて丁寧に指導する。</p>
ま と め 5 分	<p>先程の放物線の問題において、定積分を利用して面積を求める。</p> <p>結論「積分することで面積が求まる」</p>	<p>放物線 <math>y = x^2</math> (<math>0 \leq x \leq 3</math>) と x 軸とで囲まれた部分の面積 S は</p> $S = \int_0^3 x^2 dx = \left[ \frac{1}{3} x^3 \right]_0^3 = 9$	<p>先程の予想が正しいことを確認する。</p>

# イ ワークシート

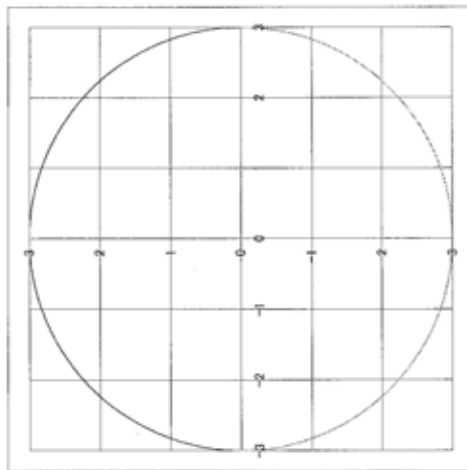
☆半径3の円の面積Sについて考えてみよう。

① 円の面積の公式  $S = \pi r^2$  を利用する

$S =$

$\pi$  と 3.14 より  $S$  と

② 円の面積を正方形を使って求めてみよう。(1辺が1の正方形に分ける)



1つの正方形の面積は  $1 \times 1 = 1$

(1) 円の内部に完全に含まれている正方形の数は  個

面積は   $\times 1 =$

(2) 円の内部が少しでも含まれる正方形の数は  個

面積は   $\times 1 =$

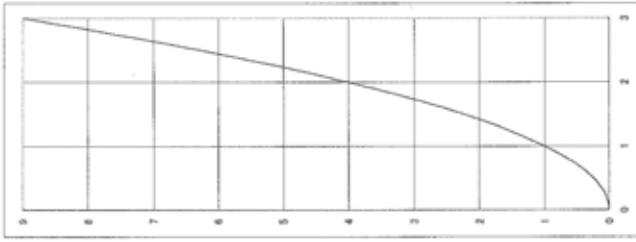
(1), (2) より   $< S <$

よって、 $S$  と  $\frac{\text{input} + \text{input}}{2} =$

【考察】 ②の方法で精度を上げるためにはどうすればよいだろうか？

☆放物線  $y = x^2$  ( $0 \leq x \leq 3$ ) と  $x$  軸とで囲まれた部分の面積  $S$  について考えてみよう。

① 1辺が1の正方形に分ける



1つの正方形の面積は  $1 \times 1 = 1$

(1) 放物線の下面に完全に含まれている正方形の数は  個

面積は   $\times 1 =$

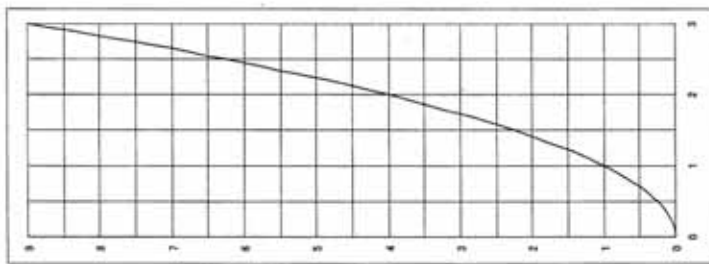
(2) 放物線の下面が少しでも含まれる正方形の数は  個

面積は   $\times 1 =$

(1), (2) より   $< S <$

よって、 $S$  と  $\frac{\text{input} + \text{input}}{2} =$

②1辺が0.5の正方形に分ける



1つの正方形の面積は $0.5 \times 0.5 = 0.25$   
 (1) 放物線の下面に完全に含まれている正方形の数は \_\_\_\_\_ 個

面積は \_\_\_\_\_  $\times 0.25 =$  \_\_\_\_\_

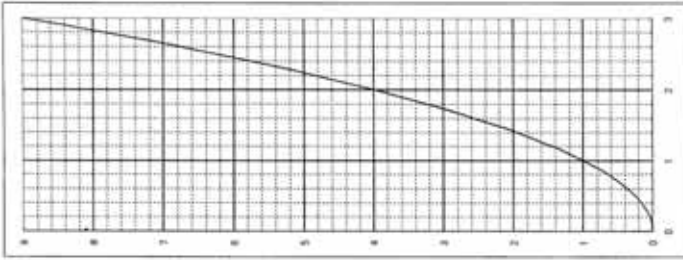
(2) 放物線の下面が少しでも含まれる正方形の数は \_\_\_\_\_ 個

面積は \_\_\_\_\_  $\times 0.25 =$  \_\_\_\_\_

(1), (2) より \_\_\_\_\_  $< S <$  \_\_\_\_\_

よって、 $S \approx \frac{\text{ } + \text{ }}{2} = \text{ }$

③1辺が0.1の正方形に分ける



1つの正方形の面積は $0.1 \times 0.1 = 0.01$   
 (1) 放物線の下面に完全に含まれている正方形の数は \_\_\_\_\_ 個

面積は \_\_\_\_\_  $\times 0.01 =$  \_\_\_\_\_

(2) 放物線の下面が少しでも含まれる正方形の数は \_\_\_\_\_ 個

面積は \_\_\_\_\_  $\times 0.01 =$  \_\_\_\_\_

(1), (2) より \_\_\_\_\_  $< S <$  \_\_\_\_\_

よって、 $S \approx \frac{\text{ } + \text{ }}{2} = \text{ }$



(6) 「微分・積分」授業後のアンケートの集計結果

平成16年10月、都立高校全日制普通科で、2年生26名を対象に実施した検証授業後のアンケートの集計結果である。

	質 問 内 容	はい	いいえ
1	授業に積極的に参加できましたか？	20	6
2	積分に興味関心がもてましたか？	16	10
3	積分について理解できましたか？	18	8
4	不定積分を求めることができますか？	25	1
5	定積分の計算ができるようになりましたか？	25	1
6	積分を使って面積を求めることができますか？	21	5
7	積分が便利だと実感できましたか？	9	17
8	どのようなテーマを用いて授業をすると興味がわきますか？		
	ゲームのようなものを用いる	9	
	パズルのような作業を用いる	9	
	速度・加速度などの物理的なものを用いる	2	
	生活に即した事例を用いる	9	
9	積分の授業で印象に残ったことは何ですか？		
	長い証明。分数計算が面倒。正方形を数えて面積を求めたこと。いろいろな記号。積分を用いて曲線で囲まれた面積が求められる。		
10	面積を分割して求める作業のやり方はどうでしたか？（記述）		
	大変だったが理解が深まった。作業のおかげでその後の内容が理解しやすかった。なぜ面積が求まるか納得できた。大切な部分を細かくやったことはよかった。うれしくない。面積を求める基礎だからよいと思う。分かり易いけど労力を使うのは嫌。作業は大変で誤差もあったけど積分を使うと簡単になる。作業は大変だが、できるとうれしい。すごく大変だった。でも、すごいなあと思った		
11	積分の授業の感想		
	微分よりも簡単に理解できた（面白かった）。計算間違いが多かった。意味はわからないが、計算は覚えた。微分の後でわかりやすかった。授業中はわかるのになぜわからなくなるか（復習不足？）。あまり理解できなかった。長い証明が難しかった。曲線で囲まれた部分の面積が求められることはすごいと思った。もう少し高度な問題も解きたかった。完璧に理解したい。久しぶりに数学が楽しいと思った。日常生活での積分の利用方法は分からなかった。予想より難しくなかった。面積を求めるのが楽しかった。		

## 7 検証授業とアンケートについての考察

本研究のテーマを実践するために、操作的な活動を通して曲線で囲まれた部分の面積を求めていくというワークシートを作成し、検証授業を行った。ワークシートを作成していく上で最も配慮した点は、生徒一人一人が意欲的に取り組むことができる教材作りであった。誰にでも分かりやすく、達成感が味わえる教材作りに多くの時間をさいた。既習事項の確認から始まり、操作的な活動を取り入れ、新しい発見が自分の力でできるように工夫をした。また、授業を展開する上では、数えるという簡単な活動から積分の本質を理解できるように心がけた。

授業では予想していたより時間はかかったが、生徒は意欲的に操作的な活動を行っていた。また、面積をいくつかの正方形に分割して求めることが初めての活動で、新鮮さを感じている生徒もあり、分割する正方形をどんどん細かくしていけば、面積は実際の値にどんどん近づいていくということに感動する生徒もいた。ワークシートを用いて、具体的な活動を行った結果、定積分を利用した面積の公式を導く際に、面積の区間を限りなく小さくしていくという部分が、スムーズに受け入れられ、理解も深まったようだ。

授業後に行ったアンケートでも検証授業に対して肯定的な意見が多く、これを基にして、積分に対する探求心が深まった生徒が現れ、定積分と面積の関係を導く橋渡しとして、良い題材であったようだ。アンケートを通しての課題は、積分が便利だと実感できた生徒が少なかったため、この点に力を入れる必要があると感じた。

以上のことから、積分の面積の単元において、前述のようなワークシートを用いて導入していくことは、一人一人の生徒の興味・関心を引き出す上でも非常に有意義なものである。

## 8 まとめと今後の課題

「定積分を利用して面積を求める」という公式の証明は、生徒にとっては非常に難しく、理解しづらい内容であり、教師も結果のみを教え、演習させるという授業になりがちである。しかし、それでは問題は解けるようになっても、「なぜ面積が定積分で求まるのか」、「そもそも積分とは何なのか」という問いには答えられない生徒を育てることになってしまう。この現状を何とか改善したいというのが今回のテーマで研究を行った動機である。

この研究を行う上でまず考えたことは、どのような教材を用いて導入するかということであった。生徒がどういったものに興味・関心をもつかを既に微分積分の学習を終えた3年生にアンケート調査を行った。ゲームやパズルなど作業を用いるものへの支持が多かったため、操作的な活動を通して積分を理解できる教材として前述のようなワークシートを用いることにした。

検証授業の結果、操作的な活動を通して学ぶことは、予想以上に効果があり、生徒自らが主体的に活動し、考えることの大切さを実感した。定積分の計算ができ、面積を正しく求められることは重要なことではあるが、多角的な評価の規準を設定することで生徒の様々な活動に対して評価ができ、考える力や数学に対する関心をより深めるようになったと感じた。

今回は積分の分野において研究を行ったが、他の分野においても生徒一人一人が主体的に活動できる教材を開発する余地はいくらでもあると考える。今後もそういった視点を常に持ち続け、よりよい教材の開発と授業実践を行っていきたい。

平成16年度 教育研究員名簿( 数学 )

分科会	研究テーマ	学 校 名	氏 名
1	チームティーチングによる個々の生徒 に応じた数学 の指導方法の研究	都立大学附属高等学校	佐 藤 直 子
		都立葛西工業高等学校	岡 田 明 彦
		都立八王子北高等学校	酒 井 博 美
2	個に応じた「習熟度別指導」の研究	都立鷺宮高等学校	松 枝 英 司
		都立荒川工業高等学校	北 島 茂 樹
		都立農業高等学校	片 山 敏 郎
3	積分の面積において、生徒が興味・関心 を示し、一人一人が意欲的に学習できる 指導方法の研究	都立世田谷泉高等学校	大 島 和 華 子
		都立江戸川高等学校	鎌 田 孝 司
		都立八丈高等学校	近 江 慎 二

世話人 副世話人

担当 東京都教職員研修センター統括指導主事 高 橋 雅 信  
東京都教職員研修センター 指 導 主 事 佐々木 雅 人

平成16年度教育研究員研究報告書

東京都教育委員会印刷物登録  
平成16年度 第21号  
(東京都教育委員会主要刊行物)

平成17年1月24日

編集・発行 東京都教職員研修センター  
所在地 東京都目黒区目黒1-1-14  
電話番号 03-5434-1974

印刷会社名 鮮明堂印刷株式会社