

高等学校

平成 17 年 度

教育研究員研究報告書

数	学
---	---

東京都教職員研修センター

目 次

I	主題設定の理由	2
II	興味・関心を高め、自ら意欲的に取り組める学習指導	
1	研究のねらい	3
2	研究の仮説	3
3	研究の方法	3
4	数学に関する意識調査の実施結果と分析	4
5	教材・指導方法の工夫	4
6	検証授業	5
7	検証授業後の意識調査の結果と分析	8
8	まとめと今後の課題	9
III	観察・操作などの数学的活動を重視した指導方法の工夫	
1	研究のねらい	10
2	研究の仮説	10
3	研究の方法	10
4	対象生徒と指導内容	10
5	事前調査(事前アンケート)の結果と分析	11
6	検証授業	11
7	生徒の意識調査(事後アンケート)の結果と分析	13
8	確認テストの結果と分析	15
9	まとめと今後の課題	15
IV	数学に苦手意識をもつ生徒も楽しく学べる個に応じた指導方法の研究	
1	研究のねらい	17
2	研究の仮説	17
3	研究の方法	17
4	研究の具体的な手だてと工夫	17
5	近年の都立高校における生徒の傾向分析	18
6	1学期の授業終了後のアンケート調査の結果と分析	19
7	検証授業	20
8	検証授業の結果分析	23
9	まとめと今後の課題	24

主題 学ぶ楽しさ・分かる喜びを体感できる、個に応じた教材・指導方法及び評価の工夫

I 主題設定の理由

新しい学習指導要領に基づく教育が平成 15 年度から高等学校で段階的に実施され、今年度より全学年での実施となった。この経過の中、平成 15 年 12 月には、一部改正が行われ、「個に応じた指導の一層の充実」が強調された。完全学校週 5 日制の下、確かな学力を育成し、生徒に生きる力をはぐくむことを目指し、学校が生徒や地域の実態を十分に踏まえ、創意工夫を生かした特色ある教育活動を展開することが求められている。

しかし、国立教育政策研究所が実施した教育課程実施状況調査の調査結果では、小学校・中学校・高等学校に共通して、「勉強は大切だと思うが好きではない」、「授業の理解度が高くはない」などの児童・生徒の実態が課題として指摘されている。文部科学省では、「確かな学力」を飛躍的に向上させるための総合的施策「学力向上アクションプラン」を実施し、その中で、個に応じた指導の充実、個性・能力の伸長、学力の質の向上などを求めている。

また、国際教育到達度評価学会 (IEA) が実施した国際数学・理科教育動向調査 (TIMSS) 2003 年によると、我が国の成績は全体として国際的に見て上位 (小 4, 中 2 を対象) に位置しているが、数学・理科について、「勉強は楽しいと思う」、「得意な教科であると思う生徒が少ない」、「宿題をする時間が短い」など、学ぶ意欲や学習習慣に課題があるとの調査結果がある。

経済協力開発機構 (OECD) が実施した生徒の学習到達度調査 (PISA) 2003 年でも、授業を受ける姿勢はよいが、「学ぶ内容に興味がある生徒が少ない」、「学校以外の勉強時間が短い」など、学ぶ意欲や学習習慣に課題があるとの指摘がある。

このような背景を踏まえ、平成 17 年度の教育研究員高等学校数学部会では、生徒の学ぶ意欲を向上させ、学習習慣を身に付けさせるためには、生徒一人一人が数学の授業に学ぶ楽しさや分かる喜びを感じる必要があるとの考えから、研究主題を「学ぶ楽しさ・分かる喜びを体感できる、個に応じた教材・指導方法及び評価の工夫」とした。

研究を進めるに当たり、「数学を活用する態度」に着目した。公式などを暗記し、それを前提にして単に当てはめて利用するものばかりが数学ではない。事象を数学的に考察し、積極的に活用する態度を育成しなければならない。このような態度は、今後の社会生活を営む上でもますます重要性を増している。その育成に力を入れるとともに、その達成度を評価する必要がある。評価の観点としては次のようなことが挙げられる。

- (1) 学習課題に積極的に取り組むなどの、数学に対する興味・関心をもっているか。
- (2) 主体的に課題意識をもち、できるだけ自力解決しようとする意欲や態度をもっているか。
- (3) 物事を数学的に捉え、論理的に考える態度が身に付き、それを活用しようとしているか。
- (4) 日常生活や数学以外の分野で、事象の考察に数学を活用する態度が身に付いているか。

さらに、検証授業等の学習指導に当たっては、生徒一人一人の考え方を尊重し、個に応じた指導をすることを通して、生徒一人一人が興味・関心や意欲をもち、数学のよさや学ぶ楽しさ・分かる喜びを感じ、進んで数学的な見方や考え方ができるように配慮した。

興味・関心を高め、自ら意欲的に取り組める学習指導

1 研究のねらい

生徒の学習到達度調査(PISA)(経済協力開発機構(OECD)実施)2003年調査によると、「数学の授業が楽しみである」、「数学で学ぶ内容に興味がある」、「数学を勉強しているのは楽しいからである」などの質問に対して肯定的に回答した生徒の割合が他国と比較して低い。このことから、わが国の生徒の数学に対する興味・関心は低い傾向にあると言える。さらに、数学を得意と感じている生徒の割合も少なく、数学の問題や宿題を解く時及び数学の成績に対して不安を感じている生徒の割合が多いという結果も出ている。

一方、国立教育政策研究所が実施した平成14年度教育課程実施状況調査によると、「数学の勉強が好きだ」、「将来の進路に関係なく数学の勉強は大切だ」、「授業で分からないことをそのままにしておかない」など、学ぶ意欲の高い生徒はペーパーテストの得点も高い傾向があるという調査結果もある。

国外及び国内の調査の結果を受けて、生徒の興味・関心を引き付けることにより、学ぶ楽しさ・分かる喜びを体感させるような授業を展開すれば、生徒に「数学が好きだ」「数学が得意だ」という自信を少しでももたせることができる。そして、生徒の数学の授業への意欲につながり、その結果、学力の向上にも寄与するのではないかと考えた。

本研究では、教育課程実施状況調査の結果を踏まえて、「将来数学を必要とする分野に進まなくても数学が大切だ」ということが生徒に伝わるように導入部分の内容を工夫した授業を行った。その学習活動を通して、生徒一人一人の数学的な見方や考え方を伸ばす個に応じた指導を行うことにより生徒の意欲を高められるような体系的な授業を提案することをねらいとした。

なお、検証授業は様々な課程の生徒にも対応できるかどうかを検証するため都立高校の3校で行った。

2 研究の仮説

生徒の数学に対する興味・関心を高めることにより、数学に対して自信をもたせ、その必要性を感じさせることができれば、生徒自ら数学を意欲的に学習するようになり、学力の向上につながるのではないかと考えた。

3 研究の方法

前述のねらい、仮説に基づき、以下のような手順で研究を行った。

- (1) 平成14年度高等学校教育課程実施状況調査等のカリキュラムや生徒の学習に関する調査から、全体的にどのような傾向があるか分析する。
- (2) 都立高校3校において、生徒の数学及び学習に関する意識調査を行い、教育課程実施状況調査の結果と比較し全国と3校とで傾向の違いがあるかどうか分析する。
- (3) (2)の結果から生徒の実態を受けて、体系的な授業を構築し、学習指導計画、学習指導案、ワークシートを作成する。
- (4) 学習指導案、ワークシートに基づき検証授業を行う。

(5) 検証授業後に、生徒の意欲等の意識がどのように変化したか分析するために自己評価票を用いて調査を実施し、その結果を考察する。

4 数学に関する意識調査の実施結果と分析

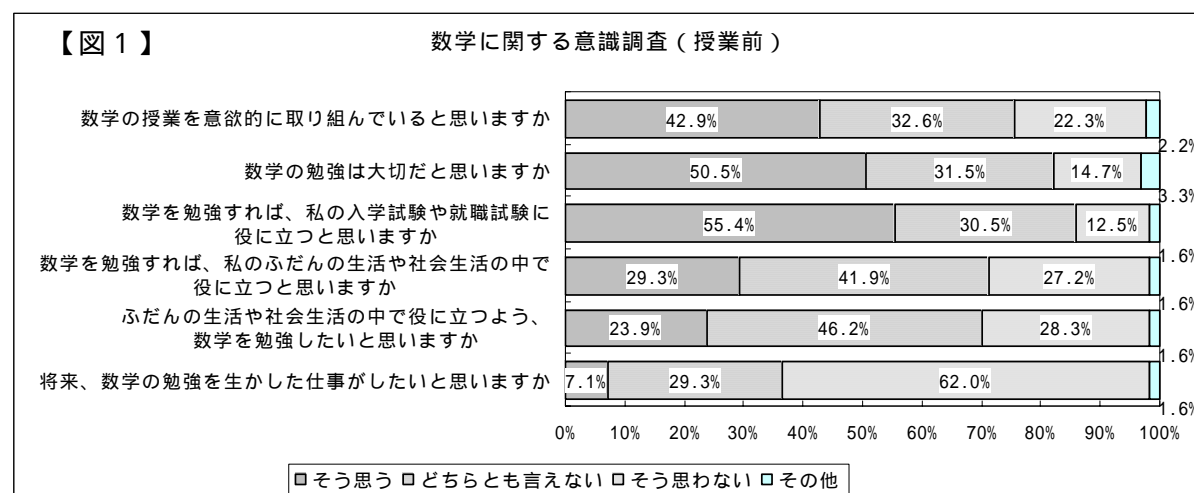
都立高校に在籍する生徒 184 名を対象に、数学に関する意識調査を実施した。その結果である【表 1】から、学習内容については、計算問題を苦手とする生徒が 37.5%であるのに対して、文章題や図形問題を苦手とする生徒は 70%を超えることが分かった。

また、【図 1】からは、「数学を勉強することは大切である」と考える生徒は 50.5%いるのに対して、「数学がふだんの生活や社会生活の中で役に立っている」と感じている生徒が 29.3%、「将来、数学を生かした仕事がしたい」と考える生徒は 7.1%と非常に少ない。この意識調査の結果は、国立教育政策研究所が平成 14 年度に実施した教育課程実施状況調査結果と大きな差異はなかった。

これらの結果から、筋道を立てて物事を考えることを苦手とする傾向があることが分かる。また、学習したことがふだんの生活や社会生活において役に立っていると実感できないことも数学に対する学習意欲の低下につながっているのではないかと考えられる。

【表 1】

	苦手	そうでもない	その他
計算問題は苦手ですか	37.5%	61.4%	1.1%
文章題は苦手ですか	84.8%	14.1%	1.1%
図形問題は苦手ですか	70.1%	28.8%	1.1%



5 教材・指導方法の工夫

生徒の興味・関心を高めるには、まず、新しい単元に入る前にどれだけ生徒にその単元の学習内容が抵抗なく、印象付けることができるかが大切である。そこで、導入部分を工夫し、数学の有用性を伝えるためにも、生徒になじみやすい身近な題材を教材として使用した。

また、3校の意識調査の結果より、複雑な思考力が必要となるものには拒否反応を示す傾向がある。そこで、導入部分で、操作的活動を扱い、徐々に複雑化し論理性が必要な内容に近づけていけるような授業体系を考案したことも工夫した点である。

6 検証授業

1時間だけでなく、単元の導入部分から等差数列の和までの5時間で検証授業を実施した。

(1) 単元名 数学A「数列」

(2) 単元について

ア 教材観

数列は、自然科学や社会科学などの分野で取り扱われるもので、数学の他の分野と密接に関連する重要なものである。数列を学習することは、実生活に役立つものであると考えることができる。

イ 生徒観

都立 A 高校において、2クラス2展開の習熟度別授業を行っている第2学年で検証授業を行った。検証授業を行うクラスの人数は20名で習熟の程度には大きな幅がある。分数の四則計算や平方根の計算を苦手とする生徒もいれば、将来数学を必要とする分野に進もうと考えている生徒もいる。また、欠席が目立つ生徒もおり、授業の流れをつかめない生徒も少なからずいる。よって、復習や確認を1つずつ行うことと、少人数学習集団による指導のよさを生かし、積極的な机間指導によって個別指導を行うことを心がけた。

数学の授業に積極的に参加する生徒は多くはないが、体育や芸術の授業などの体を動かしたり、操作的活動を行ったりする授業には積極的に参加する生徒が多い。事前意識調査の結果でも同様の結果となったので、操作的活動を通して学習していく形態を取り入れていくことを考えながら授業を展開した。

(3) 評価規準

ア 自らが進んで操作的活動を行うことにより、積極的に授業に参加しようとする。

[関心・意欲・態度]

イ 数列の規則性を見付け、論理的に考察しようとする。[数学的な見方や考え方]

ウ 公式を使い、数列の一般項や和を求めることができる。[表現・処理]

エ 数列の基本的な知識を身に付け、数列の基本的な性質を理解できる。[知識・理解]

(4) 指導計画

第1時	数列の導入	夏休みの思い出を話しながら、向日葵の種の数や木の枝の数、さらに、銀行の金利も数列であることを理解し、数列の規則を見付ける穴埋め問題をクイズ形式で解く。	A
第2時	数列の導入	ハノイの塔を画用紙で作成し、自分で操作的活動を行う中で規則を発見する。	本時
第3時	等差数列の一般項	マッチ棒で作った三角形を増やすことによって、等差数列の一般項の求め方を考え、理解する。	
第4時	等差数列の一般項	前時で学んだ等差数列の一般項の求め方を確認しながら、練習問題を数多く解く。	
第5時	等差数列の和	マッチ棒をピラミッドのように、自分で積み重ねる操作的活動を行い、段数と必要本数を考え等差数列の和を求める。	B

Aの授業前に事前意識調査、Bの授業後に事後意識調査を実施した。

(5) 本時の学習指導

ア ねらい

- (ア) 積極的に操作的活動を行い、回数を求めようとする。[関心・意欲・態度]
- (イ) 操作的活動の結果を基に、次の結果を考察しようとする。[数学的な見方や考え方]
- (ウ) 規則性を式で表すことができる。[表現・処理]

イ 学習過程

	学 習 活 動	指導上の留意点及び評価	備考																	
導 入	<ul style="list-style-type: none"> ・ ハノイの塔の説明（ルール）を聞く。 ・ 2段目までの結果をみる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 意味が正しく理解できているか。 	プリントはさみ配布(5分)																	
展 開 1	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">ハノイの塔を自分で作って、移動回数を調べてみよう。</div> <ul style="list-style-type: none"> ・ 実際に画用紙を用い、ハノイの塔を作り、結果をプリントに記入する。 ・ 操作的活動の途中で気付いたことは記入しておく。 ・ 一度、活動を中断し結果を発表する。 ・ 1～5段までを発表し、検証する。 ・ 1～5段までの最少回数を把握し、記入する。 ・ $a_{n+1} = 2a_n + 1$ または $a_n = 2^n - 1$ で求まることが分かる。 	<ul style="list-style-type: none"> 積極的に操作的活動を行っているか。[関心・意欲・態度] ・ 何か気付くことはないか、どうかを促す。 ・ 数学の得意な生徒には、次の結果を予想しながら活動させる。 ・ 最少回数にこだわらずに、自分の結果を記入するように促す。 <p>積極的に発表しているか。 [関心・意欲・態度]</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 1つ前の段を2倍し、1を足せばよいことを操作的活動を通して見せる。 	<p>机間指導</p> <p>(15分)</p> <p>(10分)</p>																	
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">6段の最少移動回数を調べてみよう。</div> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>段数</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>最少回数</td> <td>1</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>自分の結果</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> ・ 数式によって回数を求める。 ・ $a_6 = 2^6 - 1 = 64 - 1 = 63$ と分かる。 <p>練習問題</p> <p>10段動かしたときの回数を考えよう。</p> <p>$a_{10} = 2^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023$</p>	段数	1	2	3	4	...	最少回数	1	3				自分の結果						<ul style="list-style-type: none"> ・ 計算により求めるように促す。数列になっていることを考察しようとしているか。 [数学的な見方や考え方] 規則性を文字式で表すことができるか。[表現・処理] ・ n乗の計算を忘れていた生徒のために、板書しておく。
段数	1	2	3	4	...															
最少回数	1	3																		
自分の結果																				
ま と め	<ul style="list-style-type: none"> ・ 自己評価票の記入 ・ 本時の自分の学習を振り返り、記入する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 本時に行った学習を振り返る。 ・ 本時の授業のポイントを復習する。 	(5分)																	

ウ ワークシート

~~ ハノイの塔 ~~

ルール

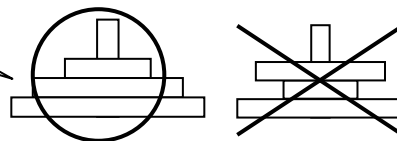
1回に動かせるのは、1枚だけ。

常に下の段の方を大きくする。

3本の棒を用意し、右上の丸のついた塔の形をそのうちの1本に作る。

1枚ずつ移動させながら、初めに作ってあった棒とは違う棒に同じ形ができるように1枚ずつ移動させて、同じ形ができるまでの回数を数える。

3段の塔



ルールが理解できたら、画用紙を切り取って、ハノイの塔を作ろう！！

ハノイの塔が作れたら、3段目から挑戦してみよう。

結果は、自分の結果の段に記入すること。

段数	1	2	3	4	5	6	...	10	...
最少回数	1	3							
自分の結果									

気付いたことがあれば、どんどん記入しよう！！

問題・ハノイの塔で6段の塔を動かすには、少なくとも何回かかりますか？

問題・ハノイの塔で1回の移動で1秒かかるとすると、10段動かすには、少なくともどれくらいの時間が必要ですか？

(6) 検証授業について

第1時では、体を動かしたり操作的活動を行ったりすることが好きな生徒が多い傾向を生かして、「自らが体験することにより数列を理解できる楽しい授業」をねらいとして授業を展開した。導入部分からクイズ形式にすることで、親しみやすい授業を行った。第2時では、教材として「ハノイの塔」を扱った。生徒自ら「ハノイの塔」を作成し、操作的活動を通して規則性を発見させた。この結果、数列の基本的概念の理解を深めることができた。第3時では、マッチ棒を使用して、操作的活動を行い、生徒がその結果を発表し合う授業を展開した。生徒が発表した結果を検証し、等差数列の一般項を求めた。十分に問題を解いた後に、公式へと導いた。第4時では、等差数列の一般項に関する様々な練習問題を解き、第5時では、第3時のマッチ棒の問題を発展させ、同様の授業を行い、等差数列の和を求めていく授業を行った。学習活動の中では、少人数学習集団のよさを生かして机間指導を積極的に活用し、操作的活動の結果を生徒同士がお互いに発表し合うこと、自己評価票の活用によって、個に応じた指導を目指した。

生徒の様子から、今までの授業よりも積極的に授業に取り組む姿勢が見られた。今まで授業に消極的で受け身の姿勢であった生徒が何人も休み時間などに、「次の数学の授業はどんなことをやるの？」と聞いてきたことも、生徒の興味・関心が高まった結果であると考えられる。

7 検証授業後の意識調査の結果と分析

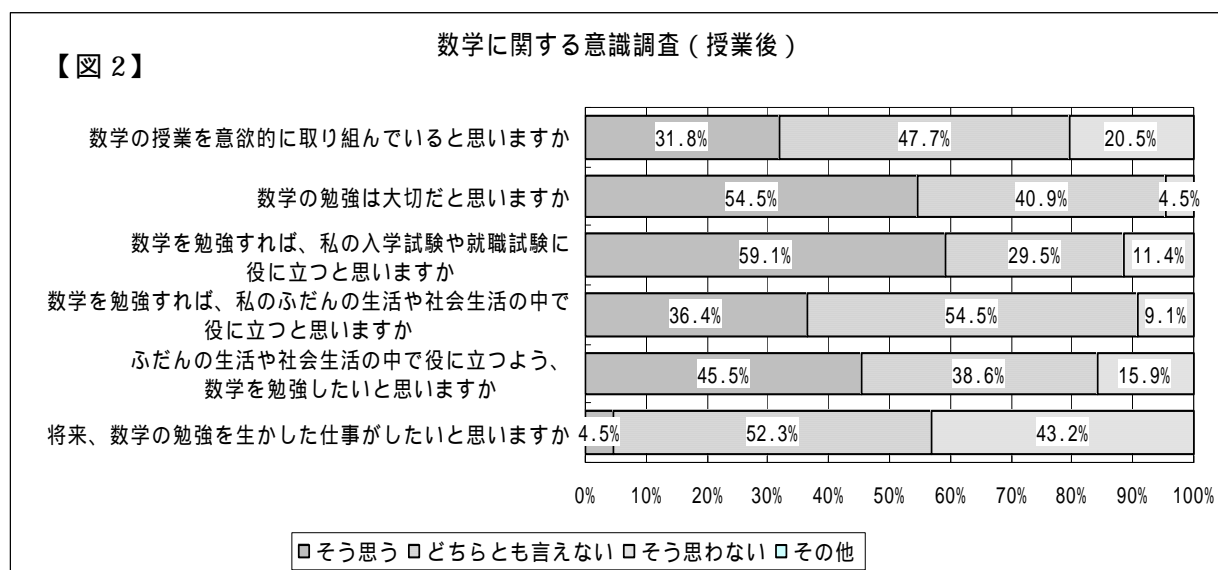
検証授業実施後、数学に関する意識調査を再度実施した。その結果、【図2】によると、「数学を勉強することは大切である」と考える生徒は54.5%と事前調査より4ポイント増加した。また、「数学がふだんの生活や社会生活の中で役に立っている」と感じている生徒が36.4%と7.1ポイント増加した。これは、身近な題材を使用し、単純な操作的活動を行いながら学習を進めることで多くの生徒が抵抗なく学習に取り組むことができ、更に、数学の有用性を実感することができたためと考える。しかし、授業内容が徐々に複雑化し論理的になると、授業への取り組みが消極的な生徒が現れた。意識調査結果でも、【表2】から、「数学の授業は分かりますか」という質問に対し、29.5%の生徒が「分からない」と答え、「数学の授業を意欲的に取り組んでいると思いますか」という質問に対しては68.2%の生徒が「そう思わない」「どちらとも言えない」と回答した。これは、身近な題材を教材とした具体的な内容を学習しているときは理解できていると自信をもっていたにもかかわらず、複雑化した論理的な内容になると理解していたことまでもが不安になり、その結果、「数学が分からない」ということにつながり、授業に対する意欲までも失ってしまうのではないかと考察した。

一方、「将来、数学を生かした仕事がしたい」と考える生徒は7.1%から4.5%に減少した。これまでの生徒の経験や知識の量だけでは、数学と職業とを結び付けて考えるまでには至らないのではないかと考えられる。

以上の調査結果から、より有意義な学習活動を行うためには、単に数学に関する知識を深めるだけでなく、数学と社会との結び付きを理解し、社会生活の中で学習によって得た知識を生かすことができるよう指導することが大切であると感じた。

【表2】

	楽しい	どちらでもない	あまり楽しくない	その他
数学の勉強は楽しいですか	43.2%	34.1%	22.7%	0%
	分かる	だいたい分かる	分からない	その他
数学の授業は分かりますか	15.9%	54.5%	29.5%	0%



8 まとめと今後の課題

これまで「個に応じた指導」や「興味・関心」に関する研究が様々な場面で取り組まれていた中、本研究では、生徒の興味・関心を引き出すような授業を必要に応じて繰り返し行い、その中で個に応じた指導を活用することで、より一層、生徒の意欲を高める指導を体系的にできないだろうかということを考えて授業研究を進めてきた。検証授業を実施した3校では、それぞれ生徒の実状は異なるが「生徒自らが学習する環境をつくることのできる授業を目指す」を共通認識とし、教材研究や授業を重ねてきた。

本研究では、生徒の理解しやすさを追及し、生徒の視点にたった教材作成を実践した。さらに、クラスや個人などで個々に実状が異なるため、授業を行う際に、生徒の様子や前時の授業後の自己評価票を見て判断し、授業進度や教材、授業内容を変えることも試みた。また、教員主導の教え込み型の授業展開だけでなく、生徒主体の授業を展開し、生徒の問題解決を教員が支援するのみならず、生徒同士の話し合いや発言からも数学的な発見をさせ、生徒間においても互いに問題解決を支援し合えるような環境作りに努めるようにした。それらのことが「個に応じた指導」の充実につながったと思われる。

研究の結果、個に応じた指導を行う際に、教員は生徒の現在の実態を踏まえて授業を行うことが重要だということが分かった。その際、教員の主観に偏ることなく、総合的にバランスよく生徒の状況を判断するように留意しなければならない。しかし、一斉授業のみからの生徒の学習状況の把握では、教員自身の経験に頼ってしまう傾向もあり、主観に左右される場合がある。そのため、机間指導を積極的に行い、生徒一人一人の様子を確認したり、自己評価票のように生徒の状況を客観的に把握する判断材料を用いたりして総合的に生徒の様子を判断し、学習計画を立てることが不可欠である。

検証授業後における意識調査の「数学の授業を意欲的に取り組んでいると思いますか」という質問に対して、事前調査と比べ「そう思わない」と回答している生徒はわずかながら減少している。しかし、「そう思う」と回答している生徒の割合も減少した。このことから、授業全体から考えると仮説は成り立たなかったが、毎時間、自己評価票を実施した学校の結果からは、導入部分において、「意欲的に取り組めた」「授業が分かる」という割合が多く、この視点においては仮説が成り立ったと考えられる。

この研究を通して、身近なことから教材として用いて授業の導入を行うことは、生徒の興味・関心を引き出し、数学に対する学習意欲が向上することが分かった。しかし、数学的専門的な内容に授業が発展していくと、生徒の興味・関心、意欲が減少することから、導入後の授業の構築については慎重に工夫・改善する必要がある。また、受験等で教科書の内容の指導を充実して行う必要がある学校ほど、導入により計算や公式など実践的な内容に偏らざるを得ない傾向があると思われる。そのため、導入に十分な時間を割くことができず、内容の吟味も難しい。しかしながら、授業の導入を工夫することは、生徒の基本的な数学の概念や原理・法則の理解に必要であり、今日、日本において低下が危惧されている生徒の数学的リテラシーの育成にもつながると考えられる。数学的リテラシーは、数学を学習することに対してのみならず社会生活上大切であるといわれ、生徒の今後の人間形成にも必要だと思われる部分である。それらのことを念頭に本研究の今後の課題として、一層の工夫のもと授業研究を継続していきたい。

Ⅲ 観察・操作などの数学的活動を重視した指導方法の工夫

1 研究のねらい

高等学校における数学的活動の一つに「設定した数学的な課題を既習事項や公理・定義等を基にして数学的に考察・処理し、その過程で見いだしたいろいろな数学的性質を論理的に系統化し、数学の新しい論理・定理等（以下「数学的知識」という。）を構成する活動」（高等学校学習指導要領解説より）が挙げられる。

これまでの高等学校の数学の授業では、数学的性質を論理的に系統化し、またこれによって得られた新しい数学的知識を活用することに重点が置かれてきた。

論理的に系統化することは、厳密性のある内容が必要で講義や説明が中心となり、個に応じた指導が難しく、数学を苦手とする生徒には理解に時間がかかってしまうことが多い。また、活用においても十分理解できていない内容を使うことになり、生徒が自発的に取り組めない場合が生じてくる。時間的にも多くの時間を系統化とその活用にかけているため、生徒自らが数学的知識を操作的活動や練習問題を解くこと等を通して発見する機会が少なくなり、生徒にとって数学的知識は与えられたものになりがちになる。さらに、家庭学習の時間の減少から練習問題を解くことが不足し、知識の定着ができないまま次の授業に臨むことが多くなっている。

そこで本研究においては、生徒自らが操作的活動や練習問題を解くこと等を通して多くの具体例を扱い、さらにその間教員が個に応じた指導を行うことにより、生徒に新しい数学的知識を発見する場を設定する。数学的知識の定着を図る授業（以下「数学的活動を重視した授業」という。）を実践し、そして、数学的活動を重視した授業を通して、生徒の数学に対する興味・関心をもたせ、理解力を向上させることをねらいとした。

2 研究の仮説

観察・操作などの数学的活動を重視した指導方法を工夫することによって、生徒は数学的活動の楽しさを知り、学習内容に関しての興味・関心がわき、理解力も上がるのではないかと仮説を立てた。

3 研究の方法

- (1) 事前調査(事前アンケート)をとり、数学の学習内容についての興味・関心や理解力について調べる。
- (2) 数学的活動を重視した授業の考え方に基づいた単元の学習指導計画を作成する。
- (3) 観察・操作などの数学的活動を重視した検証授業を行う。
- (4) 生徒の意識調査(事後アンケート)をとり、興味・関心や理解力について調べる。
- (5) 二次関数のグラフがかけるかどうかの確認テストで仮説の検証を行う。
- (6) (1)、(4)、(5)をまとめ、興味・関心や理解力について分析する。

4 対象生徒と指導内容

都立B高校、第1学年で数学的活動を重視した授業を行った。指導内容は、数学Ⅰの「二次関数のグラフ」を取りあげる。理由は、第2学期の範囲であることと、生徒がどこまで学

習内容を理解したかが確認テスト等を活用して把握しやすい単元であるからである。

さらに、重視した点は、二次関数のグラフの平行移動や平方完成の考え方を教員自らが説明して公式化することはせず、グラフをかくという操作的活動により、生徒自身にそれらの考え方に気付かせるよう配慮した点である。

5 事前調査(事前アンケート)の結果と分析

(1) 結果 (回答者数：37名)

ア. 十分あてはまる イ. あてはまる ウ. あまりあてはまらない エ. あてはまらない

	ア	イ	ウ	エ
① 数学は好きである。	8.1%	37.8%	40.6%	13.5%
② 数学は得意である。	2.7%	35.1%	43.3%	18.9%
③ 授業以外で数学の学習(予習復習等)に取り組んでいる。	5.4%	16.2%	35.1%	43.3%
④ 公式など解答方法を教わり、それを活用する授業(学習方法)が自分には合っている。	10.8%	54.1%	27.0%	8.1%
⑤ 具体的な例から自ら法則、解答方法を発見する授業(学習方法)が自分には合っている。	8.1%	29.7%	46.0%	16.2%
⑥ 中学校のときに『二次関数』について理解することができた。	10.8%	40.6%	27.0%	21.6%

(2) 分析

アやイと回答をした割合を見ると、「数学が好きである」や「数学は得意である」と感じている生徒は約40%いるが、「授業以外で数学の学習に取り組んでいる」はその半分程度である。さらに、60%以上の生徒が、公式を覚えてそれを用いて問題を解く授業が自分に合っていると思っている。それに比べ、具体的な例から自ら法則、回答方法を発見する授業が自分に合っていると思っている生徒は、その半分程度である。また、約50%の生徒は、中学校のときに「二次関数」について理解していると思っていることも特徴に挙げられる。

6 検証授業

(1) 指導の工夫

数学的活動を重視した検証授業は、次の点に配慮して行う。

ア グラフをかかせるなど、できるだけ多くの操作や問題を解くなどの活動の時間を入れる。

イ 教員はヒントや考え方を提示するだけで、特にまとめの時間を設けず、結果や規則などをできるだけ説明しない。生徒が各自の数学的活動を通して結果をまとめ、規則などに気付くように支援する。

ウ クラス全体の理解の把握ができないまま進むのを避けるため、教員は生徒の活動の時間に机間指導し、クラス全体の理解度の把握を常に行う。

エ 結果や答えが分かった生徒は、まだ分からない生徒に説明する。

(2) 学習指導計画

ア 単元 第1学年「二次関数とそのグラフ」

イ 単元のねらい

関数 $y = x^2$ のグラフをもとに、 $y = a x^2$ のグラフを導入し、さらに平行移動の考え方を用いて、 $y = a(x - p)^2 + q$ のグラフをかかせ、最終的には $y = a x^2 + b x + c$ のグラフをかかせる。

ウ 単元の指導計画

(ア) 第1時

関数 $y = x^2$ のグラフを各自でできるだけ多くの点を計算して、滑らかなグラフをかく。これによって放物線のカーブを実感させる。

また、このグラフをもとに、表を使わず、 $y = 2 x^2$ のグラフとの関係、すなわち x 座標のある値に対して $y = x^2$ と $y = 2 x^2$ の通る点の関係を考えさせることによりグラフ全体がどう変わるかを考えさせる。

さらに、一般的な $y = a x^2$ のグラフを考えさせ、上に凸や下に凸を各自で体感させる。

(イ) 第2時

第1時の復習をして $y = a x^2$ のグラフを確認した後、このグラフをもとに $y = a x^2 + q$ のグラフを q の値の変化に伴いどのように変わるかを考えさせる。

具体的に、 x 座標のある値に対して2つのグラフの通る点の関係を考察させる。グラフ全体がどう変わるかを考えさせる。残りの時間を練習問題に充てる。

(ロ) 第3時 (本時)

第1時の復習をして $y = a x^2$ のグラフを確認した後、このグラフをもとに $y = a(x - p)^2$ のグラフが p の値の変化に伴いどのように変わるかを考えさせる。

具体的に、 y 座標が同じになるそれぞれの点の x 座標の値の関係を考察させる。その結果、グラフ全体がどう変わるかを考えさせる。残りの時間を練習問題に充てる。

(ハ) 第4時

第3時の復習とともに、ワークシートを用いて練習問題を行う。

(ニ) 第5時

第3時の復習として、 $y = a(x - p)^2$ のグラフを確認した後、このグラフをもとに $y = a(x - p)^2 + q$ のグラフを第2時、第4時での話から2つのグラフの位置関係を考察させる。残りの時間をワークシートを用いて練習問題に充てる。

(ホ) 第6時

ワークシートを用いて、第1時から第5時までの練習問題を行う。

(ヘ) 第7時

二次の項の係数が1である平方完成の練習問題を行う。どのようにすると2乗の形になるかを1学期の2乗の展開公式、二次方程式の解の公式を求めるときをヒントに、各自で平方完成を考えさせる。

(ト) 第8～10時

二次の項の係数でくくる平方完成の練習問題を行う。さらにワークシートを用いて、グラフをかく練習問題を行う。

(3) 学習指導案

	指導内容	指導上の留意点
導入 5分	第1時の復習をして $y = ax^2$ のグラフを確認させる。簡単な練習問題を行わせる。	
展開 25分	$y = x^2 \dots \textcircled{1}$ のグラフを使って、 $y = (x - 1)^2 \dots \textcircled{2}$ のグラフを考える。 ・ $\textcircled{1}$ の x に、たとえば3を代入するのと、 $\textcircled{2}$ の x には、 $\textcircled{1}$ に代入した数3より1大きい数4を代入すると、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ の y の値がどうなるかを考えさせる。 ・ y の値が同じになることを確認したのち、それを座標で表現するとどうなるかを考えさせ、その結果として x 軸方向に平行移動していることを確認させる。 ・ 他の様々な x の値に関して、生徒一人一人に同様の数学的活動をさせ、他の点でも x 軸方向に平行移動していることを確認させる。 ・ 各自でかいたグラフを観察させ、2つのグラフの関係をノートにまとめさせる。	ここで、時間を多くとり、各自他の x の値に関して、納得いくまで、具体例を用いて確認させる。 全体の様子を見て、場合によっては練習問題の問題数を減らしてでもここで、時間をとる。 結果を提示せず、各自でまとめさせる。
演習 20分	練習問題を行う。 $y = x^2$ のグラフを使って $y = (x - 2)^2$ のグラフをかかせる。 $y = 2x^2$ のグラフを使って $y = 2(x - 3)^2$ のグラフをかかせる。	机間指導をする。 正解が求められない生徒は求められた生徒の説明を聞く。

7 生徒の意識調査(事後アンケート)の結果と分析

(1) 結果 (回答者数: 36名)

ア. 十分あてはまる イ. あてはまる ウ. あまりあてはまらない エ. あてはまらない

	ア	イ	ウ	エ
① 数学は好きである。	11.1%	44.5%	33.3%	11.1%
② 数学は得意である。	8.3%	30.6%	44.4%	16.7%
③ 授業以外で数学の学習(予習復習等)に取り組んでいる。	13.9%	13.9%	36.1%	36.1%
④ 公式など解答方法を教わり、それを活用する授業(学習方法)が自分には合っている。	30.6%	50.0%	11.1%	8.3%

⑤ 具体的な例から自ら法則、解答方法を発見する授業(学習方法)が自分には合っている。	19.4%	13.9%	38.9%	27.8%
⑥ 中学校のときに『二次関数』について理解することができた。	19.4%	41.7%	27.8%	11.1%
⑦ 『二次関数』の授業は楽しかった。	38.8%	30.6%	25.0%	5.6%
⑧ 『二次関数』に興味があった。	22.2%	33.3%	38.9%	5.6%
⑨ 『二次関数』が理解できた。	25.0%	55.5%	13.9%	5.6%
⑩ 『二次関数』の問題を解く自信が付いた。	25.0%	38.9%	22.2%	13.9%
⑪ 応用問題に取り組んだ。	13.9%	16.7%	41.6%	27.8%
⑫ 数学のイメージが変わった。	13.9%	8.3%	61.1%	16.7%
⑬ 数学の授業はどのような方法で行われるとよいですか。 ア.説明中心の授業 イ.話し合いながら行う授業 ウ.問題を解く時間が多い授業 エ.その他()	19.4%	27.8%	47.2%	5.6%

(2) 分析

アやイと回答した生徒の割合の合計を事前調査の結果と比べると、質問②の「得意」ではあまり大きな増加はなかったが、質問①の「好き」では約 10%も増加した。その影響もあって、質問③の「授業以外で数学の学習に取り組んでいる」と回答した生徒も約 6 ポイントではあるが増えている。質問⑦～⑩において、アやイと回答した生徒の割合が大きかった。楽しく、興味がわき、理解でき、問題を解く自信が付いたと思う生徒が多かったことは、今回の数学的活動を重視した授業に効果があったためだと思われる。質問⑬で、イやウと回答した生徒が 70%以上もいたのも、問題を解く時間を多くとり、分かった生徒が分からない生徒に教えるなどの工夫があったためだと思われる。

また、質問④でアと回答した生徒が事前調査の結果より多くなったのは、授業の中で一般性や規則性を見付けることができなかつた生徒が回答した可能性があるとも考えられる。このような生徒にも自分で規則性を見付けることができるようなヒントの出し方やもっと十分に時間をかけて指導するなどの工夫を行うことが必要であると思われる。

さらに、質問⑦～⑩において、アやイと回答した生徒の割合が大きかったものの、質問⑪の「応用問題に取り組んだ」や質問⑫の「数学のイメージが変わった」の増加にまでは影響を与えることができなかつた。なお、質問⑫でのアやイと答えた生徒の代表的な感想は、『「難しかった」から「簡単になった」に変わった。』ということであった。

8 確認テストの結果と分析

(1) 結果

確認テストは、以下の式から二次関数のグラフがかけられるかどうかを確認する内容である。配点は、問3が40点、その他の問が20点で、合計100点満点である。(問2以降は平方完成ができたかどうかで、部分点を与えた。)また、表のパーセントの数値は、(クラス全体の平均点) / (各問の配点) の百分率である。

$$\text{問1 : } y = a(x - p)^2 + q$$

$$\text{問2 : } y = x^2 + b x + c \quad (b \text{ は偶数})$$

$$\text{問3 : } y = a x^2 + b x + c \quad (a \text{ でくくると } x \text{ の係数は偶数})$$

$$\text{問4 : } y = a x^2 + b x + c \quad (a \text{ は分数または } 1 \text{ 以外の数})$$

問1	問2	問3	問4	平均点
92%	90%	78%	61%	80点

(2) 分析

今回の確認テストはグラフをかくことの確認のために実施したが、(1)で示したように問1から問4になるにしたがい難易度が上がっている。そのため、正答率は下がっている。その理由は、二次の項の係数 a でくくるという式変形や一次の項の係数 b が奇数の場合の変形などに苦手意識をもつ生徒が多いためである。

しかし、今回の確認テストでは、問1から問3まで高い正答率であり、問4でも6割以上の生徒が正答していることは注目すべきことである。

平方完成の指導は、ここではじめて行ったのではなく、1学期に「式の展開」の分野で、次のような穴埋めの形で、繰り返し指導を行ってきた。

$$(x + \square)^2 = x^2 + 4x + \square \quad , \quad (x + \square)^2 = x^2 + x + \square \quad \text{等}$$

さらに、平方完成を利用する場面に、二次方程式の解の公式を導く過程がある。この際、公式に数字を当てはめるという練習問題を減らし、公式を導く過程を追って解答する手法をとった。様々な具体的な数字で練習問題を行った結果、公式ができる過程を体験できただけでなく、平方完成にも慣れ、今回の高い正答率につながったのではないかと思われる。

このようなことから、個に応じた指導や自ら数学的知識を発見する機会を与えた授業を行った結果として、生徒に数学的知識が定着し、それが習熟の高さに結びついたのでないかと考える。

9 まとめと今後の課題

6で述べたように、観察・操作などの数学的活動を重視した授業の考え方にに基づき、指導計画、学習指導案を作成し、検証授業を行った。その結果、7の質問⑦の「楽しかった」、質問⑧の「興味がわいた」、質問⑨の「理解ができた」、質問⑩の「問題を解く自信が付いた」と回答する生徒の割合が多いことや8の確認テストでの高い正答率に結びついたものと思われる。

このことは、今回の授業における数学的活動を通して、発見の喜びや活動の楽しさを味わうことができたからであると考えられる。さらに、今回の数学的活動を重視した指導を通して生徒一人一人に数学的知識が定着し、生徒一人一人の理解力も上がったとも考えられる。

また、今回の学習経験を通して、生徒にとって数学の他の分野を学習するうえでも自信が付いたと考えられる。

以上のことから、今回の研究の仮説である「興味・関心がわき、理解力も上がる。」が実証されたと思われる。

今回、授業中は比較的集中して取り組んでおり、多くの時間をワークシートでの問題を解く時間に当てることができた。本研究の成果として、次の4点が挙げられる。

- (1) 机間指導により全体の習熟度の把握ができ、次時のワークシート作成の工夫・改善に役立てることができたこと。ワークシートの問題構成は、全体で8問から9問とした。そのうち2問程度をまだ正答できていない生徒でも時間をかければできる可能性のある問題とし、4問を標準的な問題とし、2問程度を意欲の高い生徒でも時間がかかる問題とした。
- (2) ワークシートの練習問題を解く等の活動の時間に、個に応じた指導ができたこと。特に、今まであまり質問しなかった生徒ともコミュニケーションが図られ、どう考えているか、何につまずいているかが分かり、個に応じた指導ができた。
- (3) 正解を求められない生徒の隣に正解を求められた生徒がいる場合は、その生徒に説明させたこと。このことは、正解を求められた生徒にとっても理解の再認識ができ、理解の深化が図られると考えられるためである。さらに、この間教員が他の生徒の指導ができる。
- (4) 意欲の高い生徒の質問には正解をすぐに示さず、誤っている箇所指摘やヒントだけにとどめ、できるだけ自分で解決するように指導したことにより、生徒がさらにやる気を出すきっかけになったこと。

以上のように、数学的活動を重視した授業は、教員にとっても生徒と直接接する機会が多くなり、クラス全体の授業内容の理解の把握や授業の進度に大変役立った。

しかし、数学的活動を重視した授業の課題としては、次の5点が挙げられる。

- (1) クラス全体の習熟の状況をよく把握してワークシートの問題の難易度や量を考えないと、習熟の遅い生徒はやる気をなくし、理解力のある生徒は早く終わってしまう。そのため、クラス全体としてまとまりがなくなってしまう、授業が進めにくくなってしまうこと。
- (2) クラス全体の雰囲気、習熟度、人数などを考えると、ワークシートの練習問題を解く等の活動が難しくなる場合があると考えられること。
- (3) 数学的活動を重視した授業は、生徒が練習問題を解くことに時間がかかり、系統化を重視した授業に比べて進度が遅れがちであること。
- (4) 今回の分野では、8の確認テストの内容でも分かるようにある程度細かく難易度に段階を付けることができ、生徒にとっても自分がどこまでできたか把握できて、やる気が出しやすかったと思われる。しかし、難易度にうまく段階を付けることができない分野の場合の授業では、どうするか考える必要があるのではないと思われること。
- (5) 今回の数学的活動を重視した授業では、具体的な場合の二次関数のグラフをかくことに多くの生徒が自信をもった。しかし、数学では、どうしても厳密な証明をする必要がある場合があり、このような場合に、論理的な厳密性を追究する力をどう付けるかを研究する必要があるが生じてくる。

これらの課題解決のために、さらに研究を続け、常に授業改善を図っていく。

IV 数学に苦手意識をもつ生徒も楽しく学べる個に応じた指導方法の研究

1 研究のねらい

国際数学・理科教育動向調査(TIMSS)2003年によると、我が国の児童・生徒の学力は国際的に見て上位に位置しているが、数学・理科に関しては楽しいと思う、得意な教科であると思う生徒が少ないと報告されている。一方、最近テレビなどで勉強や学校の授業を題材にした番組を見る機会も多い。学校の数学の授業は苦手でもテレビで放送される数学的教養番組は楽しく見るという子どもも少なくない。

テレビ番組を楽しく見るように高校の授業を楽しく受けてほしい。その一方で、初等中等教育においては「確かな学力」を育成し、「生きる力」をはぐくむ学校教育を目指すことが求められている。これらを両立させる指導方法の工夫について研究することが本分科会のねらいである。

具体的には、以下の3つの視点を設定する。

- (1) 娯楽番組でいう「つかみ」の部分を重視する。苦手意識を払拭し、話し手側のペースに引き込み、楽しく学ばせる。
- (2) 分からなければ楽しくはならない。そこで、授業に楽しく取り組ませるために、「分かる授業」を目指す。
- (3) 生徒一人一人が授業に「参加」するため、個々の生徒にきめ細かく対応する。

2 研究の仮説

数学に苦手意識をもつ生徒も、教材および指導方法を工夫することにより、数学の授業に楽しく取り組むことができる。また、楽しく学ぶことにより学習意欲が高まり、理解度が増す。

3 研究の方法

前述のねらい・仮説に基づき、以下のような手順で行った。

- (1) ねらいを実現する具体的な手だてを検討する。
- (2) 生徒への意識調査と東京都の都立高校入試結果から、近年の高校生の傾向を分析する。
- (3) 1学期の授業が終了した段階でアンケートを取り、1学期の授業について分析する。
- (4) (2)(3)の分析結果に基づき、検証授業の指導案を作る。
- (5) 検証授業を行い、結果を分析する。

4 研究の具体的な手だてと工夫

- (1) 単元の導入時に生徒の関心を引き出すための手だてと工夫

ア 教材は読む前に抵抗感をもたれないようにするために、堅苦しい言葉遣いや専門用語は避け、優しく語りかけるような文章を用いる。

イ 「数学は難しい」というイメージを払拭するため、分かる喜びを体感させ、「これならできそう!」というイメージをもたせる。

ウ 単元の最初に、生徒の関心を引き付ける話題を提供する。

(2) 分かりやすくするための手だてと工夫

- ア 同時にたくさんを教えようとする、それだけで生徒は拒否反応を示したり、あるいは諦めたりする。そこで、1時間のねらいと離れた部分はできるだけ省き、内容をシンプルにするとともに、1つの内容を全員ができるのを確認してから次のステップに進む。
- イ 新しく学ぶ内容はできるだけ既習の内容に帰着させる。自分の得意分野であると感じさせることで生徒に安心感を与える。
- ウ 数学を難しくしている原因の1つに公式の多さがある。公式は、知っていてそれらを使いこなせば便利であるが、多くはそれを知らなくても少し時間をかけて順序よく計算していけば正答を求めることができる。公式を覚えさせることには重点を置かない。
- エ 長時間、話を聞いていると集中力や理解力が低下する。その対策として、教員は黒板の前で説明する時間をなるべく減らし、生徒に問題を解かせるなどの活動を行わせる。
- オ 結果を残すことも重要である。定期考査で良い点数を取ると自信が付く。自信が付くとまたやる気が出てくる。定期考査の対策を十分に行い、万全の準備をさせる。

(3) 個々の生徒にきめ細かく対応するための手だてと工夫

- ア 生徒が傍観者とならぬよう、一人一人に言葉をかけ、生徒に授業に参加しているという意識をもたせる。
- イ 生徒が受け身にならず、自分で問題を解き、分からないことがあったら自分から分かるようになるための努力をするなど、自ら学ぶよう指導する。そのために授業中に周りの生徒と話し合ったり、席を変えたりすることを認める。
- ウ コミュニケーションを密に取り、状況把握に努める。
- エ 楽しいだけでなく、内容の充実を求める生徒にも対応できる教材を提供する。

5 近年の都立高校における生徒の傾向分析

(1) 意識調査

	そう思う	どちらかといえばそう思う	どちらかといえばそう思わない	そう思わない	わからない
数学は好きな科目である。	21.0%	29.6%	18.8%	26.1%	4.5%
数学は得意な科目である。	13.1%	18.2%	17.0%	47.2%	4.5%
数学の勉強は大切だと思う。	36.8%	36.4%	11.4%	7.4%	8.0%
数学の勉強は入学試験や就職試験に役に立つ。	41.5%	38.6%	6.8%	4.0%	9.1%
数学の勉強は普通の生活や社会生活の中で役に立つ。	18.2%	29.5%	26.1%	20.5%	5.7%
計算問題を考えるのは楽しい。	20.5%	26.1%	27.8%	19.9%	5.7%
平面図形の問題を考えるのは楽しい。	11.4%	24.4%	25.6%	29.5%	9.1%
空間図形の問題を考えるのは楽しい。	10.8%	15.9%	27.8%	38.7%	6.8%
証明問題を考えるのは楽しい。	7.4%	5.7%	28.4%	53.4%	5.1%
関数の問題を考えたり、グラフを描くのは楽しい。	8.0%	15.3%	30.1%	42.6%	4.0%
物事の起こる確率を考えるのは楽しい。	10.8%	22.2%	19.3%	40.9%	6.8%
教科書の言葉や説明、記号が難しくわかりづらい。	18.8%	32.9%	28.4%	11.4%	8.5%
公式の意味や使い方がわかりづらい。	15.3%	29.0%	33.5%	14.8%	7.4%
数学の授業はどの程度理解できますか？	12.5%	52.9%	25.6%	4.5%	4.5%

この調査は都立高校3校の生徒177名に対して行った。

「数学は得意な科目ではない（苦手である）」と回答した生徒は全体の約64%である。その中でも、最も苦手意識をもっている生徒が多かったのは、習熟度別指導を行っている基礎

クラスであった。一方、「数学が好き」「数学の勉強は大切である」と感じている生徒は、それぞれ全体の約 51%、約 73%で、数学に対するイメージや、数学を学習することの重要性は前向きにとらえていることが分かる。しかし、「数学は入学試験や就職試験において役立つもの」というとらえ方が強く、日常生活で役に立つという意識は薄いようである。

分野ごとの集計においては、「証明問題」に嫌悪感や苦手意識をもっている生徒が全体の 80%を超えた。以下、この傾向は「関数」「空間図形」の順に続く。一方、全日制普通科では「確率」「平面図形」の項目、また、通信制普通科では「計算」「確率」の項目で 50%を下回った。この結果、生徒は学習内容によっては学ぶことを楽しいと感じ、意欲的に取り組む姿勢があると考えられる。また、教科書の用語や説明、記号が難しいと感じている生徒の割合が約 52%と多いのも注目すべき点である。

(2) 東京都立高等学校入学者選抜学力検査結果に関する調査

平成 15 年度から 17 年度までの東京都立高等学校入学者選抜学力検査の結果を分析すると、どの年度においても基礎・基本を問う問題に対する正答率が高い。①の小問集の正答率はおおむね 80%を超えている。一方、「証明問題」の正答率は低い。さらに、不正解の中でも「無答」が多いのが特徴である。

図形や関数の問題においては、問題にかかっている図形やグラフに頼って解答を導いていると考えられる誤答が多い。これらは論理的に考察する力が不足しているためであると考えられる。

「証明」「図形」「関数」は、意識調査において苦手と感じている割合の多い分野である。生徒たちは「楽しくない・難しい」と感じるものに対しては、論理的に考えることだけでなく、取り組むことすら放棄してしまう傾向がある。

6 1 学期の授業終了後のアンケート調査の結果と分析

この調査は都立 C 高校の生徒 71 名（うち欠席 7 名）に対して行った。同校の数学 I の授業は習熟度別クラス編成を行っており、定期考査ごとに、その結果により、約 2 : 1 の割合で、標準クラス（45 名うち欠席 4 名）と基礎クラス（26 名うち欠席 3 名）に分けている。

	標準	基礎
数学の授業の形態は、次のどちらの形態がいいですか？		
① 黒板を使った講義を聞きたい	7.3	17.4
② 自ら問題を解いたり、作業したりしたい	66.0	43.5
③ グループを作って議論したり、考えたりする授業。	24.4	34.8
④ その他、リクエストがあれば書いて下さい！	2.4	4.3
教師の教え方は次のどちらのやり方がいいですか？		
① 教壇に立って、全員に、一斉に同じ事を教えて欲しい。	22.0	21.7
② 個々の生徒を回って、個別に教えて欲しい。	70.7	65.3
③ その他、リクエストがあれば書いて下さい！	7.3	13.0
数学の公式を勉強するとき、次のどちらを希望しますか？		
① 公式の意味まで知りたい。	53.7	43.5
② 意味は分からなくても、とにかく暗記して問題が解ければ良い。	46.3	43.5
③ その他、リクエストがあれば書いて下さい！	0.0	13.0

	標準	基礎
新しいことを学ぶとき、次のどちらのやり方がいいですか？		
① 先に原理を学んで、その原理を個々の例に当てはめる。	56.1	34.8
② 具体的な問題を解いてみて、そこから原理を見つける。	41.5	65.2
③ その他、リクエストがあれば書いて下さい！	2.4	0.0
数学の授業に期待するのは次のどちらですか？		
① 効率を優先し、厳しくても実力がアップする授業をして欲しい。	7.3	17.4
② 効率も大切だが、楽しく授業を受けたい。	90.3	73.9
③ その他、リクエストがあれば書いて下さい！	2.4	8.7
数学の授業の進め方について、次のどちらがいいですか？		
① 教科書の内容に沿って、説明してほしい。	4.9	8.7
② ワークシートによる授業をしてほしい。	90.2	82.6
③ その他、リクエストがあれば書いて下さい！	4.9	8.7

※数字の単位はパーセント

(1) 授業の形態

いずれのクラスも、黒板を使った講義を聴いてノートをとる授業より、自ら問題を解いた

り、数学的活動をしたり、グループで討論したりする授業を望んでいるという結果が出た。

長い説明を聞く数学の授業は高校生にとって苦痛であると思われる。一方、主体的な学習をすることで、積極性も生まれてくると考えられる。

(2) 教員の教え方

いずれのクラスも一斉指導よりも個別指導を望んでいることが分かった。数字を見ると予想以上の大差がついた。理由は(1)とほぼ同様であると考えられる。また、学習指導をする場合にも、互いがコミュニケーションを図り、信頼関係を築くことが大切である。その意味で個々の生徒と接する時間を多く取ることは重要である。

(3) 公式や新しい内容を学ぶときの授業の進め方

この項目については意見が割れた。公式については、意味まで知りたい生徒と意味は分からなくても問題が解ければよい生徒がほぼ同数である。新しい内容についても、先に原理を学ぶ方がいいという生徒と、具体的な問題から原理を見付ける方がいいという生徒がほぼ同数だった。生徒の意見が割れているように、教える側としても一番悩むところである。

(4) 数学の授業に期待するもの

この項目については、苦手な生徒ばかりでなく、数学が得意な生徒や真剣に受験を目指している生徒でも、楽しく授業を受けたいという欲求をもっているという結果が出た。これは最近の高校生の大きな特徴であると思う。これを生徒の甘えと見る見方もあるが、本研究では、楽しく授業を受けたいというのが現代の高校生の共通の要望であるととらえて、その要望にこたえられる授業の在り方を探っていく。

7 検証授業

本研究では、単元全体を通して都立C高校1年生を対象に検証授業を行った。

(1) 単元 「二次関数とそのグラフ」

(2) 単元のねらい

「関数」の意味を理解し、二次関数のグラフをかけるようにする。また二次関数の式における係数および定数項の数値とグラフとの間にどのような関連があるかを理解する。

(3) 主題とのかかわり

ア 単元の導入時に生徒の関心を引き出すこと

1学期の授業はワークシートを中心に進めた。数学が苦手な生徒でも抵抗なく取り組めるようにするため、優しい言葉で語りかけるような文章で作成した。1学期のアンケートでワークシートは好評だったので二次関数の授業においても継続して使用することにした。

関数の導入として、ブラックボックスを使用することにした。ブラックボックスはクイズ感覚で取り組めるため、数学が苦手な生徒にもなじみやすい。「カラス→ガラス」と同じ規則に従うと「カメラ→???」、あるいは「イクラ→鮭」と同じ規則に従うと「かずのこ→?」などクイズ感覚的な雰囲気を出して抵抗感を和らげる。絵や写真を用いて、まずその絵や写真を見てそれが何なのかを考えさせることにより、生徒の意識を絵や写真に引きつけ、こちらのペースに巻き込む。元々は「関数」であったという話題も雑学的な要素を含んでおり、生徒の関心を引けると考える。

イ 分かりやすいこと

二次関数の単元において基礎・基本となるのは平方完成をしてグラフをかくことである。特に、放物線をかくには平方完成への式変形ができるかどうかポイントになる。そこで、基本となる式変形「 $x^2 + 6x = (x + \underline{\quad})^2 - \underline{\quad}$ 」の処理ができるようになることに指導の重点をしぼる。この式変形は、最初は「 $(x + \underline{\quad})^2 = x^2 + 6x + \underline{\quad}$ 」の穴埋めの形で練習をさせる。これは自分の得意分野であると感じさせるための工夫で、2乗の展開公式は生徒も覚えていることと、以前に生徒に虫食い算をさせた時に多くの生徒が興味を示したことからこの方法ならば苦手な生徒も興味深く取り組むと予想される。

ウ 個々の生徒にきめ細かく対応すること

1学期のアンケートの結果、生徒は黒板を使った一斉授業よりも、自ら数学的な活動をしたりグループで討論をしたりすることを望んでいる。また、教員には机間を巡回しながら個別に指導してもらいたいことを求めていることが分かった。その学習形態をより鮮明にするため、隣同士の席を向き合わせた形で授業を行うことにした。巡回の時間を多く取り、生徒とのコミュニケーションを密にすることにより、状況把握に努める。把握した内容は記録として残すため、観察記録用紙を作成し、机間指導を行いながら観察結果を記録する。

より高度な内容を求める生徒には難易度の高い練習問題を提供する。また、ブラックボックスを用いた「関数」の説明のように、数学史などの教科書に記載されていない内容や数学の本質にかかわる内容に、発展的な学習を求めている生徒は大いに興味を示すと思われる。

(4) 指導計画

	学習内容	評価	教材および指導方法の工夫
1	関数と関数のグラフ	座標平面上に点を落としてグラフがかけたか。	ブラックボックスで関数のイメージを説明。
2	$y = ax^2$ のグラフ	aの役割が理解できたか。	一次関数の傾きと同じように考えれば分かりやすいと説明。
3	$y = ax^2 + q$ のグラフ	qの役割が理解できたか。	一次関数のy切片と同じように考えれば分かりやすいと説明。
4	$y = a(x - p)^2$ のグラフ	pの役割が理解できたか。	一次関数のx切片と同じように考えれば分かりやすいと説明。
5	$y = a(x - p)^2 + q$ のグラフ	平行移動の概念が理解できたか。	(あえて説明を省いた)
6 本時	$y = ax^2 + bx + c$ の平方完成(a=1のとき)	式変形の意味を理解できたか。	虫食い算を利用してポイントとなる式変形を説明。
7	$y = ax^2 + bx + c$ の平方完成(a≠1のとき)	正確に式変形できたか。	a=1のときの式がどこに出てくるか説明。
8	$y = ax^2 + bx + c$ のグラフ ※アンケート実施	式変形をしてグラフがかけたか。	(あえて説明を省いた)

(5) ワークシート

2005年度 数学I 練習プリント №20 (二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の平方完成)
 いよいよ本題です!

☞ **$y = ax^2 + bx + c$ のグラフ**

—は、どうかけがいいでしょう?
 結論から言うと $y = ax^2 + bx + c$ の形の式を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形すればいいのです!
 でも…どうでしょう?
 この変形には、2次方程式で習った「平方完成」を使います。覚えていますか?
 では早速例題から。

例1 $y = x^2 + 6x + 7$ を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形せよ。
 平方完成をするとき以下のような練習をしたことを覚えてますか? **超重要!**

まず、右の空欄を埋めてください! $(x + \underline{\quad})^2 = x^2 + 6x + \underline{\quad}$

思い出しましたか? これを変形すると下のようになります。

$x^2 + 6x = (x + \underline{\quad})^2 - \underline{\quad} \dots (*)$ ←この形をよく覚えてください!

↑この変形が、これからやる平方完成のほとんどすべてです!

では(*)の式を使って与式を変形してみましょう。
 $y = x^2 + 6x + 7$
 $= (x + \underline{\quad})^2 - \underline{\quad} + 7$ ←(*)を代入した。
 $= \dots$ ←完成! ($y = a(x-p)^2 + q$ の形をしていますか?)

基本的な変形はたったコレだけです。簡単でしょ? 同じやり方で下の問題を解いてください!
 問1 次の二次関数について、 $y = ax^2 + bx + c$ の形を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形せよ。
 (1) $y = x^2 - 4x$ (2) $y = x^2 - 2x - 3$

(3) $y = x^2 + 6x$ (4) $y = x^2 + 8x + 7$

第1学年()組()番 氏名()
 (5) $y = x^2 - 8x$ (6) $y = x^2 + 10x + 13$
 (7) $y = x^2 - 4x + 5$ (8) $y = x^2 + 2x - 6$
 (9) $y = x^2 - 8x + 9$ (10) $y = x^2 - 2x + 3$

ここまでは、大丈夫ですか? では、下のような問題はどうかすればいいでしょう?
 例2 $y = 2x^2 - 8x + 3$ を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形せよ。
 先程と違うところは x^2 の係数が「1ではない」ところです。どうしたらいいと思いますか?
 問題は、例1でやった(*)の式をどう作ったらいいかということです! このような問題は
 下のよう解いてください。
 $y = 2x^2 - 8x + 3$
 $= 2(x^2 - 4x) + 3$ ← x^2 の項と x の項を(カッコ)でくくった。
 $= 2((x - \underline{\quad})^2 - \underline{\quad}) + 3$ ← (*)の式を代入した。(下のヒント参照)
 $= 2(x - \underline{\quad})^2 - 2 \times \underline{\quad} + 3$ ← {中カッコ}を外した。
 $= \dots$ ←完成!

ヒント…例2では(*)の式は下のようになります。

$x^2 - 4x = (x - \underline{\quad})^2 - \underline{\quad} \dots (*)$

(6) 本時の展開 (ワークシート参照)

指導内容	学習活動	留意点
どうすれば $y = ax^2 + bx + c$ のグラフがかけられるか。	$y = ax^2 + bx + c$ の形の式を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形す ればグラフがかけられることを説明する。	なぜ $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形する必要があ るのか確認する。
基本となる式の成り立 ちの説明。	$(x + \underline{\quad})^2 = x^2 + 6x + \underline{\quad}$ の空欄を埋める。 右辺の「6」という数字と2箇所 の空欄に入る数字との関係 を考えさせる。	2乗の展開公式を思い出 させる。虫食い算の要領で 考えさせることにより、ク イズ感覚で取り組めるよ う導く。
$a = 1$ のときの平方完 成の仕方の説明。	上の式を変形すると $x^2 + 6x = (x + \underline{\quad})^2 - \underline{\quad} \dots (*)$ が作れる。 左辺の「6」という数字と2 箇所の空欄に入る数字との 関係を考えさせる。	「この変形が平方完成の ほとんどすべてである」こ とを強調する。
問題演習。	(*)の左辺の形を見付け、そ こに右辺を代入する。 $y = \underline{x^2 + 6x} + 7$ ↑ここに(*)が隠れてる アンダーラインの部分に(*) の右辺を代入すればよい。	どこに(*)の左辺の形があ るのかを見付けさせる。 「 $x^2 + 6x$ 」だけに注目 させて式変形させる。 「この変形ができれば二 次関数はマスターしたよ うなもの」と繰り返す。

a ≠ 1 のときはどう考えたらいいか。	x^2 の係数でくくることにより(*)の形が作れることを教える。	a = 1 のときと何も変わらないと説明。
----------------------	------------------------------------	-----------------------

8 検証授業の結果分析

検証授業後のアンケート調査結果（標準クラス 46 名うち欠席 1 名、基礎クラス 23 名うち欠席 1 名）

	標準	基礎
2 学期最初の授業で「関数」は当て字で、本当は「関数」だった」という数学史の話をしました。教科書から離れた雑学やマメ知識には興味がありますか？		
① 興味がある。（公式だけを詰め込むよりも楽しい。）	66.7%	72.7%
② 興味はない。（公式だけを教えてくれればよい。）	31.1%	27.3%
③ その他、リクエストがあれば書いて下さい！	2.2%	0.0%
ブラックボックスを使った余興は楽しかったですか？		
① 楽しかった。（たまには息抜きも必要。）	73.3%	90.9%
② 楽しくない。（それより早く問題を解きたい。）	22.3%	0.0%
③ その他、リクエストがあれば書いて下さい！	4.4%	9.1%

	標準	基礎
平方完成はよく分かりましたか？		
① 分かった	86.7%	59.1%
② 分からない（具体的に）	13.3%	40.9%
2 次関数のグラフのかき方（まず頂点を決めてそこからマス目を数えてグラフを描く）はよく分かりましたか？		
① 分かった	97.8%	72.7%
② 分からない（具体的に）	2.2%	27.3%

(1) 単元の導入時に生徒の関心を引き出すこと

「関数」の話は「関数＝複雑な式」というイメージを覆すために行った。「関数＝式」ではなく、関数は「あるものがあるものに対応させること」であって、式は関数を表すための一つの手段でしかないと説明した。アンケートを見ると約 7 割の生徒が「関数」の話に興味をもった。しかし、今まで考えていた関数のイメージとかけ離れていたため、少し唐突すぎて戸惑っているようにも見えた。

ブラックボックスは理屈抜きに楽しんで取り組んでいたようである。アンケートでも約 8 割の生徒は「楽しかった」と答えた。特に、基礎クラスの生徒はほぼ全員が「楽しかった」と答えた。数学を苦手とする生徒の関心は引き出せたようである。

関数に「興味はない」、ブラックボックスは「楽しくない」と回答した生徒は標準クラスに比較的多かった。この生徒たちは自分の成績にプラスになるかどうかを冷静に判断しているからであると思われる。基礎クラスでは、関数に「興味はない」という回答をした生徒でも、ブラックボックスには楽しさを示した。

基礎クラスの数学が苦手な生徒もブラックボックスに興味を示し、数学の授業に楽しく取り組むようになったことは大きな成果である。

(2) 分かりやすいこと

a = 1 のときの平方完成は、指導後すぐにできるようになった。机間指導中、時々、「なぜ半分の 2 乗を引くのか」という質問を受けたが、平方完成した式を展開して見せると、生徒はすぐに納得した。a ≠ 1 のときの平方完成は、理解させるのに多少の時間がかかったが、a = 1 の場合を全員ができるのを確認してから取り組んだので、大きな混乱はなかった。しかし、 x^2 の係数でくくるときと、中括弧を外すときに誤答が多かった。この 2 箇所ケアレスミスが多いのはある程度はやむを得ない。このミスについては、同じ説明を何度も繰り返し指導することで克服できた。

基礎クラスで約 4 割の生徒が「分からない」と回答した。この生徒たちの多くは、2 次式

の展開が定着していなかった。基礎からの積み重ねが大切であると痛感した。

(3) 個々の生徒にきめ細かく対応すること

隣同士を向き合わせた座席は担当している4クラス全部で行ったが反応は様々であった。最初の数回だけ教員が座席を指定したが、それ以降は生徒に任せた。2クラスはそのまま継続したが、残りの2クラスは続かなかった。しかし、続かなかった2クラスのうちの1クラスは別の形でグループを作って学習し、グループワークによって生徒間の理解を深めるという意図は伝わったものと思う。

観察の記録は、最初の授業で「みんなの様子を見て記録を取る。」と生徒の理解を求めて始めたが、実際は巡回している間あちこちから質問を受け、個別指導に追われ、記録を残すことはほとんどできなかった。しかし、「記録を残そう」と意識して机間指導したことで、生徒の状況をより細かく把握することができた。

9 まとめと今後の課題

今回の検証授業の範囲で行った定期考査の結果でも、「おおむね満足できると判断される」状況であった。このことは、本研究の指導方法に有効性があったと言ってよいであろう。

本研究を通して得た一つの結論は、数学の授業において最も大切なことは「生徒が自分で問題を解くこと」であり、そのための環境作りや、教材および指導方法の工夫が教員に求められているということである。ここで、本研究が行った具体的な手だてと工夫の中で、有効であったと思われるものを以下に挙げる。

- (1) 生徒が無理なく読め、自主的に取り組むことができるようにワークシートを工夫する。明瞭簡潔に説明しても、生徒は自分のペースに合わなければ受け付けない。世間話なども盛り込みながら、適切なリズムで適度な量の知識を植えつける。
- (2) 最初から難しい話はしないで、題材を工夫し、生徒の意欲ややる気を喚起する。最初に「この先生の授業なら分かる」と思わせることが大切である。
- (3) 授業が理解できないままじっと座って何もしないのが一番よくないことを生徒に伝える。待っていては何も改善されない。自分から行動することが大切である。そのため、授業中、席を変えることを認め、周りの生徒と話し合っって課題解決に当たらせる。
- (4) 生徒の状況を把握するため、また、生徒にきめ細かい指導を行うため、教員が生徒とコミュニケーションを密に取り、生徒との信頼関係を築く。日々の触れ合いを大切に、授業時間以外にも生徒とのコミュニケーションを図ることが大切である。
- (5) 教員がどういう授業を目指しているのか、生徒に何を求めているのかを明確に示す。

また、本研究では、個々の生徒にきめ細かく対応するための手段として観察記録を残すことを試みた。しかし、実際は巡回している間あちこちから質問を受け、その指導で精一杯となり、授業中に観察しながら記録を残すということについては大きな成果を得られなかった。観察記録用紙の工夫・改善も必要であるが、さらに本格的に記録を残すためには「ティームティーチングや少人数学習集団による授業を導入する」などの工夫が必要であると感じた。これは今後の課題である。

平成17年度 教育研究員名簿(数学)

	研究テーマ	学 校 名	氏 名
第1分科会	興味・関心を高め、自ら意欲的に取り組める学習指導	都立八潮高等学校	西 谷 咲 子
		都立文京高等学校	本 多 紀 宏
		都立台東商業高等学校	大 塚 朝 実
第2分科会	観察・操作などの数学的活動を重視した指導方法の工夫	都立小岩高等学校	神 谷 依 英
		都立八王子工業高等学校	西 村 大 路
		都立北多摩高等学校	米 山 敦
第3分科会	数学に苦手意識をもつ生徒も楽しく学べる個に応じた指導方法の研究	都立新宿山吹高等学校	輿 水 美 幸
		都立町田高等学校	西 田 規 克
		都立町田工業高等学校	鈴 木 智 秀

世話人 副世話人

担当 東京都教職員研修センター指導主事 佐々木 雅人

平成17年度教育研究員研究報告書

東京都教育委員会印刷物登録
平成17年度 第12号

平成18年1月16日

編集・発行 東京都教職員研修センター
所在地 東京都目黒区目黒一丁目1番14号
電話番号 03-5434-1974

印 刷 株式会社 今 関 印 刷