

高等学 校

平成 2 6 年度

# 教育研究員研究報告書

数 学

東京都教育委員会

## 目 次

I	研究主題設定の理由	1
II	研究の視点	2
III	研究の仮説	3
IV	研究の方法	4
V	研究の内容	5
VI	研究の成果	22
VII	今後の課題	23

<b>研究主題</b>	<b>「数学的な思考力・判断力・表現力等を育むための指導と観点別学習状況の評価」</b>
-------------	--

## I 研究主題設定の理由

平成 23 年度から昨年度まで、教育研究員高等学校部会は、「思考力・判断力・表現力等の育成」を研究テーマに研究を行ってきた。これまでの背景を確認し、「思考力・判断力・表現力等の育成」について、現状と課題を以下のように整理する。

平成 21 年度「PISA 調査<sup>\*1</sup> (OECD)」の結果において、「必要な情報を見付け出し取り出すことは得意であるものの、情報相互の関係性を理解して解釈したり、自らの知識や経験と結び付けたりすることが苦手である」ことが指摘されている。

さらに、平成 26 年 8 月の「全国学力・学習状況調査<sup>\*3</sup> (国立教育政策研究所)」の結果報告において、「記述式問題は、特に確率を用いた理由の説明、グラフを用いた方法の説明に課題がある」、「図形の性質を証明することについて、着目すべき図形を指摘することは良好であるが、構想を立てて証明することに課題がある」と示されている。

東京都においては、平成 24 年度の「教科基礎調査研究 (1 年次)<sup>\*4</sup> (東京都教職員研修センター紀要第 12 号)」の調査結果から、「設問の答えを予想したり、多様な考え方を見出したりすることが、学年が上がるにしたがって減少している」現状があり、思考力・判断力・表現力等の育成に依然として課題がある。

一方、思考力・判断力・表現力等の評価については、平成 22 年 3 月の「児童生徒の学習評価の在り方について<sup>\*5</sup> (文部科学省)」の中では、「高等学校の学習評価が、ペーパーテストを中心とした成績を算出するための評価にとどまる場合が多く、観点別学習状況の評価を推進していくことが求められている」と指摘されている。また、平成 24 年度の「教科基礎調査研究 (1 年次)<sup>\*4</sup>」でも「思考力・判断力・表現力等の育成について学習指導の取組が見られる一方、ペーパーテストに重点を置いて評価をする割合が高い」という報告がある。これまでも観点別学習評価の重要性は訴えられてきているが、日頃の授業中の行動観察や記述分析、発言分析などによる思考力・判断力・表現力等の評価は適切に行われていないと考える。観点別学習評価の状況は、明確な評価規準を設定することなく指導されていると推測され、四観点のうち、特に数学的な見方や考え方に関する評価については、円滑に実施されていない。

これまでの研究の経緯、成果と課題を踏まえるとともに、「高等学校学習指導要領解説数学編<sup>\*6</sup> (文部科学省)」には、「数学的な思考力や表現力を支えているのは、数学に関する知識や技能、数学的な見方や考え方である」とあることから、本部会では、「数学的な見方や考え方」に焦点を絞って研究することにする。また、「観点別学習状況の評価」について具体的な取組を行い、この評価を活用した指導を通じて授業改善を図るなど、指導と評価の改善により、思考力・判断力・表現力等の育成を目指すこととした。

## Ⅱ 研究の視点

### 1 研究の視点

平成24年7月の「評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料（高等学校）（国立教育政策研究所）\*7」によると、観点別学習状況の評価の観点の一つである数学的な見方や考え方の趣旨は「数学的な活動を通して、数学的な見方や考え方を身に付け、事象を数学的に捉え、論理的に考えるとともに、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考える」としている。

高等学校において、日頃の授業の中で観点別学習状況の評価について課題があることは既に述べているとおりである。その要因として、

- ①数学的な見方や考え方に関する評価について、明確な評価規準を設定していないこと
- ②同じ教科の教員同士で共通の評価規準を定めていないことが予想できる。

### 2 用語の定義

研究に当たって、「高等学校学習指導要領解説数学編\*6（文部科学省）」等を参考にして、各用語を本部会では、以下のとおり定義する。

#### (1) 観点別学習状況の評価について

各教科・科目の目標や内容に照らして、生徒の実現状況がどのようなものであるかを観点ごとに評価し、生徒の学習状況を分析的に捉えるものである。

現行の学習指導要領の下における評価の観点については、基礎的・基本的な知識・技能については「知識・理解」や「技能」において、それらを活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等については「思考・判断・表現」において、主体的に学習に取り組む態度については「関心・意欲・態度」において、それぞれ評価を行うことを基本としている。

#### (2) 数学的な見方や考え方について

「高等学校学習指導要領解説数学編\*6（文部科学省）」によると、数学的な見方や考え方は「数学が構成されていくときの中心となる見方や考え方と、問題解決の過程などにおいて数学を活用していくときの見方や考え方に大きく分けられる。前者は、数学の様々な概念や原理・法則がどのような着想や考え方を基にして、どのように構成され組み立てられているかなどに関する見方や考え方である。後者は、主として、問題解決等に当たって、問題を数学の対象としてとらえたり、直観、類推、帰納、演繹などにより、いろいろな角度から問題を考察し、解決の方向を構想したりするときの見方や考え方である。」とある。

本部会では、直観・類推・帰納・演繹に着目し以下のように整理する。

- ア 直観…課題の本質をつかむことができる。
- イ 類推…適切な視点による分類ができる。共通の性質を読み取り、適用できる。
- ウ 帰納…実験や観察によって、法則性や解法を読み取れる。法則性を表現し活用できる。
- エ 演繹…公理、定義や仮定から正しい結果を導き、表現できる。

なお、問題解決においては、これらの4つの数学的な見方や考え方が独立しているわけではなく、複合的・連続的な思考によるものとする。

### (3) 思考力・判断力・表現力等

ア 思考力…根拠を明らかにし、筋道を立てて体系的に考える力

イ 判断力…言葉や数、式、図、グラフなどの相互関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決する力

ウ 表現力…自らの考えや数学的に根拠を明らかにして説明したり、議論したりする力

エ 等 …「東京都教育ビジョン（第3次）\*7（東京都教育委員会）」（平成25年4月）では「これからの社会を生きていくために必要なことは、知識・技能の習得はもとより、習得した知識・技能を活用し、課題を発見する力や、知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力、新たな価値を生み出す創造力等を身に付けることである」としている。本部会では「等」については「新たな価値を生み出す創造力」とする。

以上を踏まえ、研究の視点として、本部会では、観点別学習状況の評価のうち、「数学的な見方や考え方」の評価規準に焦点を絞り、指導と評価の一体化により授業改善を図り、思考力・判断力・表現力等を育むという視点に立つこととした。

## Ⅲ 研究の仮説

「児童生徒の学習評価の在り方について\*4」では、高等学校の学習評価の在り方について、「高等学校においても、評価による指導の改善を図るとともに、評価を通じた教育の質の保障を図るため、観点別学習状況の評価を推進していくことが必要」、「各学校の生徒の特性、進路等が多様であることへの配慮も必要」、「高等学校においては、小・中学校ほど観点別学習状況の評価が定着していない」と指摘されている。すなわち、ペーパーテストに重きを置かず、観点別学習状況の評価を用いることが求められている。

本部会では、観点別学習状況の評価のうち、特に、「数学的な見方や考え方」に関して、授業中の行動観察や記述分析、発言分析を用いた明確な評価規準を作成する。単元の学習指導計画を作成する際には、予め設定した評価結果ごとの指導方法・内容を計画し、その評価規準及び計画に基づき指導を行う。具体的には、行動観察は考えを伝え合うグループ学習、記述分析はワークシートの記述、発言分析は発問の工夫による明確な評価規準を作成する。そして、観点別学習状況の評価を円滑に行い、評価規準に基づいた段階的指導を行うことで、「数学的な見方や考え方」が身に付き、思考力・判断力・表現力等が育まれる。

また、生徒に明確な目標・評価規準を示し、生徒に知識・技能のみならず、問題を解くプロセスも重要であることを自覚させることで、問題に取り組む姿勢を向上させ、自ら考えることができるようになることを考える。

本部会では「数学的な見方や考え方」に関する評価規準を明確にした学習指導計画を作成することで、指導と評価を効果的に実施することができ、生徒の思考力・判断力・表現力等を育むことができると仮説を立てる。

## IV 研究の方法

### 1 アンケート調査の実施

本研究では、研究員の勤務校である全日制普通科、定時制普通科、中等教育学校後期課程において、生徒に事前のアンケート調査を行い、その結果について前年度のアンケート及び「教科基礎調査研究（1年次）（東京都教職員研修センター紀要第12号）<sup>\*5</sup>」と比較・分析する。生徒の数学学習に関する意識や、授業中の学習活動上の課題について、研究の有用性を検証する指標とする。

### 2 数学的な見方や考え方についての評価規準・学習指導計画の作成

数学的な見方や考え方の評価規準の作成を以下の手順で行った。

- (1) 単元を選択し、指導目標を設定する。
- (2) 指導と評価の学習指導計画を作成する。
- (3) 本時の目標を設定する。
- (4) 本時の数学的な見方や考え方についての明確な評価規準を、A：十分満足、B：おおむね満足、C：努力を要する、の三段階で作成する。
- (5) 本時の展開の流れを考える。その際、どこで評価を行うかを明確にし、「規準に示した内容を達成するための発問等」を盛り込む。規準に達していないと判断した場合には、即座に指導方法を変えることができるよう指導計画に段階的な指導方法や指導内容の改善案を盛り込んでおく。

### 3 検証授業におけるテーマ設定

以下のようなテーマで、数学的な見方や考え方の評価規準に基づいた評価と指導を行う。

- ①ワークシートに記述すること
- ②授業における発問を工夫こと
- ③グループ学習で考えを伝え合うこと等、単元ごとに効果的な指導計画を策定する。

### 4 検証授業

2、3の内容に基づいた授業実践と事後の評価を行うことで、仮説を検証する。

### 5 事後のアンケート分析

事前に作成した数学的な見方や考え方についての評価規準を基に授業内での評価と事後の評価を行う。また、事前・事後のアンケート結果も活用し、その変容を研究の評価とする。

### 6 成果と課題のまとめ

本部会で取り扱った「数学的な思考力・判断力・表現力等を育むための指導と観点別学習状況の評価」の実践結果について、観点別学習状況の評価規準に基づく指導改善・指導方法の妥当性や成果と課題を整理する。

## V 研究の内容

### 1 研究構想

全体テーマ 「思考力・判断力・表現力等を高めるための授業改善」

高校部会テーマ 「思考力・判断力・表現力等を育むための指導と評価」

#### 現状と課題

- 【現状】・数学的な見方や考え方を活用して問題を考察し、自らの知識や経験と結び付けることが苦手な生徒が多い。
- ・観点別学習状況の評価のうち、数学的な見方や考え方の評価が、円滑に実施されていない。
- 【課題】・数学的な見方や考え方の観点に着目した指導、知識・技能の活用、言語活動の充実等を十分に図ること。
- ・数学的な見方や考え方に関する観点別学習状況の評価規準を明確にした、思考力・判断力・表現力等を育む指導を行うこと。

#### 高校数学部会主題

「数学的な思考力・判断力・表現力等を育むための指導と観点別学習状況の評価」

#### 仮説

数学的な見方や考え方に関して、指導と評価を効果的に実施するために、評価規準を明確にした学習指導計画を作成することで、生徒の思考力・判断力・表現力等を育むことができる。

#### 具体的方策

- ・数学的な見方や考え方について、明確な観点別学習状況の評価規準を作成する。
- ・予め指導計画に「規準に示した内容を達成するための発問」等を盛り込み、指導を行う。規準に達していないと判断した時には、指導計画に基づき、すぐさま指導方法や指導内容を改善する。
- ・数学的な見方や考え方を深める方法として、①ワークシートに記述する、②授業における発問を工夫する、③グループ学習で考えを伝え合う、等、單元ごとに効果的な指導計画を策定する。



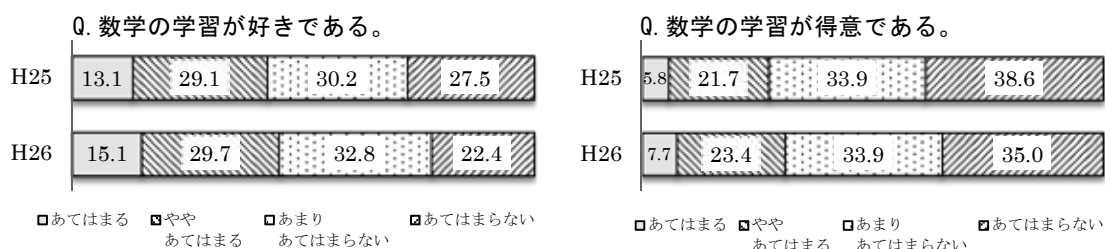
#### 評価・検証

- ・ワークシート等に記述・記録した数学的活動を分析する。
- ・事前・事後のアンケート結果を比較・分析することで検証授業の前後における成果を検証する。
- ・観点別学習状況の評価規準に基づく指導改善・指導方法の妥当性を評価する。

## 2 事前アンケート調査について

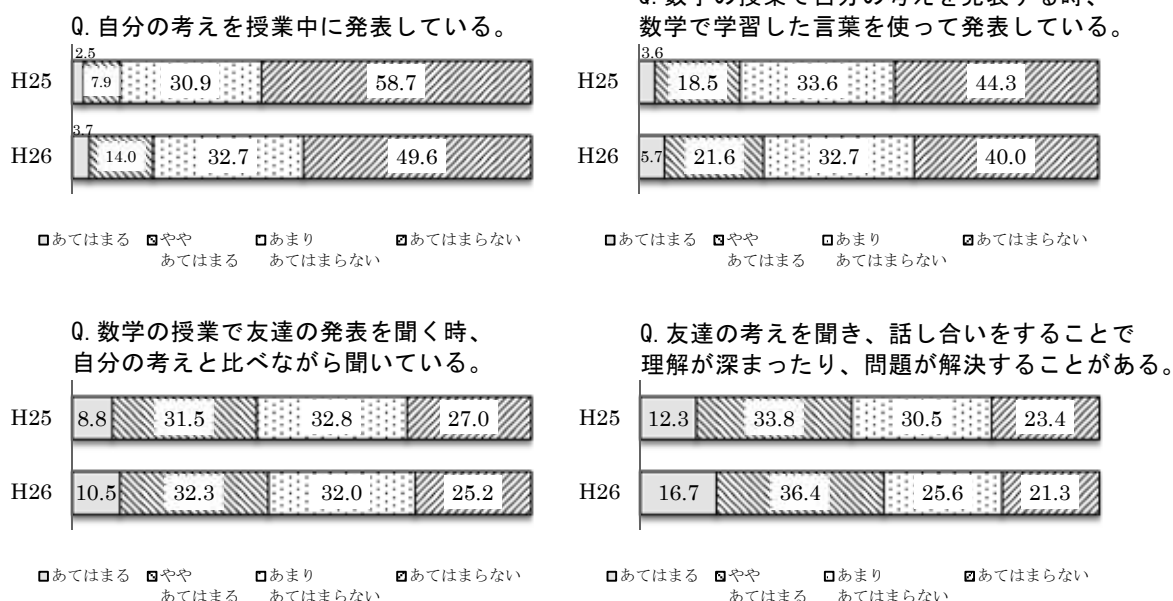
本部会では、各研究員の勤務校である、全日制普通科、定時制普通科、中等教育学校後期課程の生徒約 500 名に対し事前のアンケート調査を行った。アンケート項目を、思考力・判断力・表現力等に関する内容に設定し、結果について、昨年度の本部会のアンケートや平成 24 年度「教科基礎調査研究（1 年次）（東京都教職員研修センター紀要第 12 号）\*5」における結果と比較するなどして、以下のとおり分析した。

### (1) 学習意欲について



本部会で対象とする生徒たちにおいては、「数学の学習が好きである。」は「あてはまる」と「ややあてはまる」を合計すると約 45%、「数学の学習が得意である。」は「あてはまる」と「ややあてはまる」を合計すると約 30%である。昨年度の本部会での調査結果と比較すると、生徒の数学に関する意識には大きな違いは見られないと考えられる。

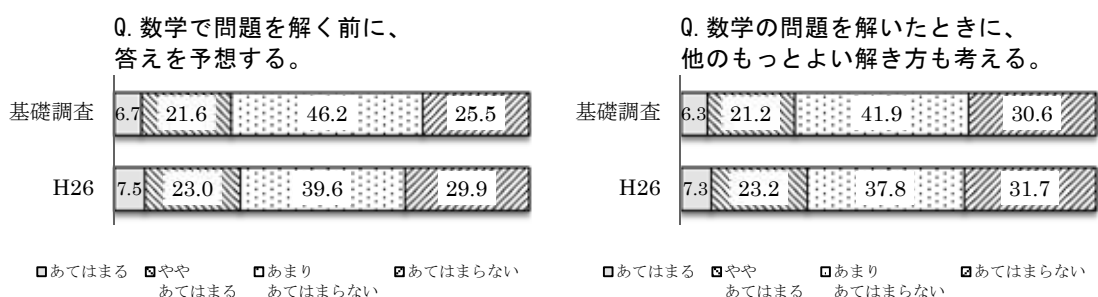
### (2) 思考力・判断力・表現力等について



数学の授業において、「自分の考えを授業中に発表している。」生徒の割合は昨年度より高いものの、約 18%と依然低い状況である。また、その際に「数学で学習した言葉を使っている。」生徒は約 30%にとどまっており、数学的な表現力が弱いと言える。その一方、「友達の発表を聞く時、自分の考えと比べながら聞いている。」「友達の考えを聞き、話し合いをすることで、理解が深まったり、問題が解決することがある。」という生徒は約 50%である。この学習環境を効果的に利用するために、授業においてグループ学習や、発表の場を意図的に

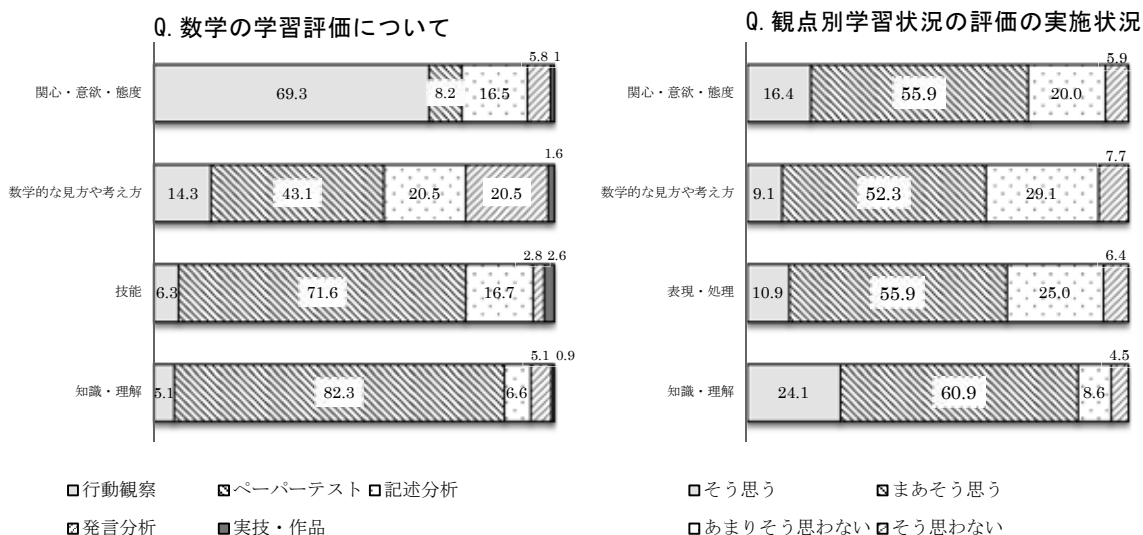


設けることで、生徒の理解が深まり、表現力が向上すると考えられる。



次に、「数学で問題を解く前に、答えを予想する。」「数学の問題を解いたときに、他のもっとよい解き方を考える。」が、本部会での調査並びに「教科基礎調査研究」ともに約 30%にとどまっている。つまり、問題解決等に当たって、問題を数学の対象として捉えたり、直観、類推、帰納、演繹などにより、様々な角度から問題を考察し、解決の方向を構想したりするときの「数学的な見方や考え方」が十分に身に付いていないと言える。

### (3) 評価について



評価の方法について、平成 24 年度の「教科基礎調査研究（1 年次）\*5（東京都教職員研修センター紀要第 12 号）」では、関心・意欲・態度を評価する際、最も重点を置いている評価の方法について、「行動観察」、「記述分析」が約 80%を占めている。一方、数学的な見方や考え方、数学的な技能、知識・理解を評価する方法としては「ペーパーテスト」の比重が大きくなっている。また、観点別学習状況の評価の実施状況については、知識・理解に関する評価は比較的円滑に実施されているが、数学的な見方や考え方に関する評価については「そう思う」「まあそう思う」と答えている割合が約 60%にとどまっており、円滑には実施されていないと言える。

以上のアンケート結果と分析から、数学的な見方や考え方の観点別学習状況の評価規準を明確にして授業を実施し、その目標が実現されていないと判断した時には、「目標が実現されるにはどのような取組が必要か」の視点で即座に指導を改善する取組を研究員 8 名で実践し、研究の有効性を検証する。

### 3 実践事例 検証授業 I

(ワークシートに記述することで、数学的な見方や考え方の観点を評価する取組)

科目名	数学Ⅱ	学年	2 学年
-----	-----	----	------

#### (1) 単元(題材)名、使用教材(教科書、副教材)

単元名：第4章 対数関数 (数学Ⅱ)

教科書：「高等学校 数学Ⅱ」(数研出版)

副教材：「4プロセス 数学Ⅱ」(数研出版) 練習ドリル数学Ⅱ【標準編】(数研出版)

#### (2) 単元(題材)の目標

指数関数及び対数関数について理解し、それらを事象の考察に活用できるようにする。

#### (3) 単元の評価規準

ア 関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 知識・理解
指数関数・対数関数の考え方に関心をもつとともに、それらを事象の考察に活用して数学的論拠に基づいて判断しようとする。	事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、指数関数・対数関数の考えにおける数学的な見方や考え方を身に付けている。	指数関数・対数関数の考えにおいて、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。	指数関数・対数関数の考えにおいて基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、知識を身に付けている。

#### (4) 単元(題材)の指導と評価の計画(16時間扱い)

時間	学習活動	評価の観点				評価規準(評価方法など)
		ア	イ	ウ	エ	
4	・ 指数の拡張	●			●	指数の範囲を正の整数から実数まで拡張した指数法則を理解している(エ)。累乗根の性質に興味を示し、具体的に証明しようとする(ア)。
3	・ 指数関数		●		●	指数関数のグラフの概形、特徴を理解している(エ)。指数関数の増減によって大小関係を判断し、方程式・不等式を解くことができる(イ)。
3	・ 対数とその性質(本時)	●	●			指数との関連性から対数に興味をもち、計算に意欲的に取り組んでいる(ア)。対数の性質を具体的な事例から考察し、指数法則との関連性に着目する(イ)。
3	・ 対数関数		●		●	グラフの概形、特徴を理解している(エ)。対数関数の増減によって大小関係を判断し、方程式・不等式を解くことができる(イ)。
3	・ 常用対数			●	●	常用対数の定義を理解し値を求めることができる(エ)。n桁の数、小数首位が第n位の数を、不等式で表現することができる(ウ)。整数の桁数、小数首位問題などを解くことができる(エ)。

(5) 本時(全 16 時間中の 9 時間目)

ア 本時の目標

- ・対数の基本性質である対数の和と差が真数の積と商となることを具体例から気付き、対数の基本性質を類推し、その基本性質の証明を行うことができる。

イ 数学的な見方や考え方の具体的な評価規準

評価規準 1 : 対数の計算の具体例から気付き、対数の基本性質を類推する(類推)。

A 十分満足	対数の和と差が真数の積と商になる規則に気付き、説明できる。
B おおむね満足	積や商になることは説明できないが結果のみ分かる。
C 努力を要する	規則に気付かない。

評価規準 2 : 対数の基本性質を証明することができる(演繹)。

A 十分満足	証明の根拠をしっかりと把握して証明できる。
B おおむね満足	指数の形にまで戻って証明を試みるが最後まででは証明できない。
C 努力を要する	論理的な考察ができず証明ができない。

ウ 本時の展開

過程	時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準・方法
導入	10分	・対数の定義の確認を行い、本時で扱う数式例を挙げる。	・ワークシートの配布。 ・定義を確認する。(底、真数の確認) ・発言させながら、板書する。	ア イ 【ワークシート・観察】
展開	35分	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>設問 1 <math>2^2=4 \Leftrightarrow \log_2 4=2</math>      <math>2^3=8 \Leftrightarrow \log_2 8=3</math>      <math>2^5=32 \Leftrightarrow \log_2 32=5</math>  <math>3^2=9 \Leftrightarrow \log_3 9=2</math>      <math>3^3=27 \Leftrightarrow \log_3 27=3</math>      <math>3^5=243 \Leftrightarrow \log_3 243=5</math></p> <p>例に示した対数(底は 2)を用いて、数式 <math>2+3=5</math> を対数の式に書き替えなさい。                      例に示した対数(底は 3)を用いて、数式 <math>5-2=3</math> を対数の式に書き替えなさい。</p> </div>	・底を揃えて式を作るように留意する。 ・指定した底ではなくても、底が揃っていれば式が作れることも取り上げる。	イ 【ワークシート・観察】
		<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>発問「二つの式に何か規則のようなものはないだろうか。」</p> </div>	・対数の式について、気付いたことをワークシートに記入させる。 ・対数の値から考察させる。 ・対数の値の変化と真数の値の変化に着目させる。 ・底が 2 と 3 の対数で確認する。	
		・底 2 の対数と、底 3 の対数をそれぞれ用いて 2 式を書き替える。		
		・気付いた規則が成り立つ理由を各自で考察する。		
		・気付いたことを発表する。		

展開	35分	<p>評価規準 1：対数の計算の具体例から気付き、対数の基本性質を類推する(類推)。</p> <table border="1"> <tr> <td>A 十分満足</td> <td>対数の和が真数の積、差が真数の商になる規則に気付き、説明できる。</td> </tr> <tr> <td>B おおむね満足</td> <td>積や商になることは説明できないが結果のみ分かる。</td> </tr> <tr> <td>C 努力を要する</td> <td>規則に気付かない。</td> </tr> </table>		A 十分満足	対数の和が真数の積、差が真数の商になる規則に気付き、説明できる。	B おおむね満足	積や商になることは説明できないが結果のみ分かる。	C 努力を要する	規則に気付かない。
		A 十分満足	対数の和が真数の積、差が真数の商になる規則に気付き、説明できる。						
		B おおむね満足	積や商になることは説明できないが結果のみ分かる。						
C 努力を要する	規則に気付かない。								
<p>【Bの生徒に対する追加指導】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・等式全体を考察するのではなく、対数の値だけに着目して、積や商に気付かせる。</li> </ul>		<p>【Cの生徒に対する追加指導】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・既習事項の指数関数の法則を確認させる。</li> <li>・別の数式を用いて、気付かせる。</li> </ul>							
<ul style="list-style-type: none"> <li>・気付いた性質を、文字を用いて表す。</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・真数の条件、底を揃えることについて確認する。</li> </ul>							
展開	35分	<p>設問 2</p> <p>今、導いた対数の性質を証明しなさい。          性質 1 <math>\log_a MN = \log_a M + \log_a N</math>      性質 2 <math>\log_a M/N = \log_a M - \log_a N</math></p>							
		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ワークシートに、各自で証明に取り組む。</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・生徒に発問しながら、証明を進める。</li> <li>・指数の形に変形して、証明を進めるがその際、指数法則が推論の中心になるので復習しながら、丁寧に導く。</li> <li>・ワークシートで公式を証明させる。指数法則の公式が定着・理解できているか確認をする。</li> </ul>					
		<p>イ 【ワークシート・観察】</p> <p>ア イ 【ワークシート・観察】</p>							
展開	35分	<p>評価規準 2：対数の基本性質を証明することができる(演繹)。</p> <table border="1"> <tr> <td>A 十分満足</td> <td>証明の根拠をしっかりと把握して証明できる。</td> </tr> <tr> <td>B おおむね満足</td> <td>指数法則の公式にまで戻って証明を試みるが最後まででは証明できない。</td> </tr> <tr> <td>C 努力を要する</td> <td>論理的な考察ができず証明ができない。</td> </tr> </table>		A 十分満足	証明の根拠をしっかりと把握して証明できる。	B おおむね満足	指数法則の公式にまで戻って証明を試みるが最後まででは証明できない。	C 努力を要する	論理的な考察ができず証明ができない。
		A 十分満足	証明の根拠をしっかりと把握して証明できる。						
		B おおむね満足	指数法則の公式にまで戻って証明を試みるが最後まででは証明できない。						
C 努力を要する	論理的な考察ができず証明ができない。								
<p>【Bの生徒に対する追加指導】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・指数法則の公式と、本時の最初に確認した対数との関係式を関連付けさせる。</li> </ul>		<p>【Cの生徒に対する追加指導】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・具体例を提示し、文字を使った一般化へ導く。</li> <li>・既習事項の指数法則の公式を確認させる。</li> </ul>							
		<ul style="list-style-type: none"> <li>・性質 1・2 は底が同じでなければならないことを確認する。</li> </ul>							
まとめ	5分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時の確認のため、演習問題に取り組む。</li> <li>・ワークシートに、本時のまとめを記入する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・生徒に口頭で答えさせる。</li> <li>・ワークシートを回収する。</li> </ul>	<p>ア イ 【ワークシート】</p>					

## (6) 本時の振り返り

本時は、生徒各自が教員の発問によって、数学的な見方や考え方を意図的に「気付いたこ

と」としてワークシートに記述し表現することで自らの考えを整理させるとともに、教員がワークシートの記述内容を見て、観点別学習状況を評価し、すぐさま指導を改善することを目的とした。

評価規準1：「対数の計算の具体例から気付き、対数の基本性質を類推する(類推)」について、黒板では色チョークの使用により規則性を類推しやすくする工夫をした。ほとんどの生徒が板書された数式例を見て考え、「規則性がある」ことに気付き、その規則性を探り当て、つまり「類推」することができていた。ワークシートに記述されたものを見ると、規則性については、生徒それぞれが自分なりの言葉で表現できていた。しかし、その規則性に気付いたことから、更に「なぜそうなるのか」と考えるよう仕向けたが、生徒からは「規則性が成立している理由」までの発想には至らなかった。

評価規準2：「対数の基本性質を証明することができる(演繹)」については、指数関数と対数関数の関係性を利用するには至らず、証明することができなかった。発問を通して証明を行ったが、ほとんどの生徒が板書を書き写すことになってしまった。

考察 対数の式について、気付いたことを記入しなさい。

気付いたこと	足し算の時は真数をかけ算 引き算の時は真数を割り算で成立がしえる。
数学的な見方 (その理由)	$\log_a X + \log_a Y = \log_a XY$ $\log_a X - \log_a Y = \log_a \frac{X}{Y}$ となる。

考察 対数の式について、気付いたことを記入しなさい。

気付いたこと	足し算だと左辺の真数どつれも右辺の真数になり、 引き算だと左辺の真数どつれで割った数で右辺の真数になる。
数学的な見方 (その理由)	指数法則が使えるから。 ex. $x^2 \times x^3 = x^5$ ... $x^3 \times x^3 = x^{3+3} = x^6$

数学的な見方や考え方を具体的にワークシートに記述させた例

## (7) 成果と課題

個人用のワークシートを配布して、自分が気付いたことや考えたことをきちんと表現することについては、「書くことを通して第三者に理解してもらうためにどう表現したらいいのか」に留意させて指導を行った。

検証授業を通して分かったことは、生徒たちは「考える」「判断する」「表現する」力を元々十分にもっていて、これまで十分に引き出せていなかったということである。予め、数学的な見方や考え方として意図的に記述させる取組は、生徒の学習に対する理解度を図るものといして成果があった。

課題として、ワークシートに「気付いたこと」「数学的な見方(その理由)」を記述させようとしたが、「数学的な見方(その理由)」という表現自体にほとんどの生徒が戸惑っていた。日頃から、事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることを通して、数学的な見方や考え方を身に付けられるように、継続した取組を行う必要がある。



写真1 ワークシートに数学的な見方や考え方について記述

#### 4 実践事例 検証授業 II

(授業における発問を工夫することで、数学的な見方や考え方の観点を評価する取組)

科目名	数学Ⅲ	学年	3 学年
-----	-----	----	------

##### (1) 単元(題材)名、使用教材(教科書、副教材)

単元名：第6章 導関数の応用

教科書：「数学Ⅲ」(数研出版) 副教材：「4STEP 数学Ⅲ」(数研出版)

##### (2) 単元(題材)の指導目標

接線の方程式、関数の増減と極大極小、曲線の凹凸、関数のグラフについて、知識の習得とともに数学的な見方や考え方ができるようにする。特に、グラフを用いた直観的な理解と体系化された理論が相互に関連する「数学のよさ」を意識できるようにする。

##### (3) 評価規準

ア 関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 知識・理解
導関数の応用に関心をもつとともに、数学のよさを認識し、それらを事象の考察に積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断しようとする。	事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り、多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、導関数の応用における数学的な見方や考え方を身に付けている。	導関数の応用において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。	導関数の応用における基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、知識を身に付けている。

##### (4) 単元(題材)の指導と評価の計画(15時間扱い)

時間	学習活動	評価の観点				評価規準(評価方法など)
		ア	イ	ウ	エ	
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>接線と法線</li> <li>平均値の定理</li> </ul>		●	●	●	曲線上の点における接線と法線の方程式を求められる(エ)。 共有点で同じ接線をもつ2つの曲線の関係を理解している(イ)。 平均値の定理を幾何学的に理解している(イ)。 不等式の証明に平均値の定理を利用できる(ウ)。
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>関数の値の変化</li> <li>関数の最大と最小</li> </ul>	●		●	●	関数の値の増減とその導関数の符号の関係に興味をもつ(ア)。 導関数の符号の変化から関数の増減を調べることができる(エ)。 極値を調べることができる(ウ)。 関数の最大値、最小値を求めることができる(ウ)。 図形の問題に応用できる(イ)。
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>関数のグラフ</li> <li>方程式、不等式への応用(本時)</li> </ul>	●	●	●		第2次導関数の符号の変化と曲線の凹凸の関係に興味をもつ(ア)。 必要な諸条件を満たした関数のグラフをかけるようにする(イ)。 関数の増減を調べることにより、不等式の証明ができる(ウ)。 方程式の解を、グラフを用いて考察し表現することができる。(イ)

(5) 本時(全 15 時間中の 14 時間目)

ア 本時の目標

- ・方程式の解の個数を求める問題を二つの関数のグラフの共有点の個数を求める問題へ言い替えることができる。
- ・グラフを用いた考察ができる。解法を振り返り、どのような数学的な見方や考え方を活用したか認識できる。

イ 数学的な見方や考え方の具体的な評価規準

評価規準 1 : 方程式の解の個数を求める問題を 2 つの関数のグラフの共有点の個数を求める問題へ言い替えることができる(直観)。

A 十分満足	「グラフ、共有点」の用語を用いて言い替えることができる。
B おおむね満足	関数のグラフを用いた言い替えることができる。
C 努力を要する	問題解決に向かないか、言い替えるができない。

評価規準 2 : 問題の言い替えるを適切に行なうことができる(演繹)。

A 十分満足	実数解と共有点の個数が一致することを説明できる。
B おおむね満足	実数解と共有点の個数が一致することに気付く。
C 努力を要する	実数解と共有点の関係に気付かない。

ウ 本時の展開

過程	時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準・方法 (ア～エ)						
導入	5分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時の問題を確認する。</li> </ul>								
		$a$ は定数とする。次の方程式の異なる実数解の個数を求めよ。 $\frac{\sqrt{x}}{x+1} = a$								
展開	40分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・問題を考察する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・思考したことを発言させる。</li> </ul>							
		発問「方程式と見るのではなく、関数として見ると、どのような解法が考えられますか。」								
		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ワークシートを配布する。</li> </ul>								
		発問「関数と見ると、方程式は何を表現していますか。」								
		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ワークシートに記入する。</li> </ul>		イ【観察】						
		発問「関数の問題と見ると、どんな問題文に言い替えることができますか。」								
		評価規準 1 : 方程式の解の個数を求める問題を二つの関数のグラフの共有点の個数を求める問題へ言い替えることができる(直観)。 <table border="1" style="margin: 5px auto; width: 80%;"> <tr> <td>A 十分満足</td> <td>「グラフ、共有点」の用語を用いて言い替えることができる。</td> </tr> <tr> <td>B おおむね満足</td> <td>関数のグラフを用いた言い替えることができる。</td> </tr> <tr> <td>C 努力を要する</td> <td>問題解決に向かないか、言い替えるができない。</td> </tr> </table>			A 十分満足	「グラフ、共有点」の用語を用いて言い替えることができる。	B おおむね満足	関数のグラフを用いた言い替えることができる。	C 努力を要する	問題解決に向かないか、言い替えるができない。
A 十分満足	「グラフ、共有点」の用語を用いて言い替えることができる。									
B おおむね満足	関数のグラフを用いた言い替えることができる。									
C 努力を要する	問題解決に向かないか、言い替えるができない。									
		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ワークシートに問題文の形で記入する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>y = a</math> のグラフを認識させる。</li> </ul>	イ【机間指導】						

展 開	40 分	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>【評価Aの例】 <math>y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}</math> のグラフと <math>y = a</math> のグラフの共有点の個数を求めよ。</p> </div>								
		<ul style="list-style-type: none"> <li>問題文を発表する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>用語を適切に用いるようにさせる。</li> </ul>							
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【Bの生徒に対しての追加指導】 「方程式の解はグラフ上の何に対応するか考えましょう。」</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【Cの生徒に対しての追加指導】 「関数 <math>y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}</math> を考えると方程式は何を表しているか考えましょう。」</p> </div>							
		<ul style="list-style-type: none"> <li>この問題の解法を考える。</li> <li>グラフをかく。</li> <li><math>y = a</math> のグラフとの位置関係を考察する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>評価Aの例を確認する。</li> <li>解答の流れを確認させる。</li> </ul>							
		<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>発問「この解法のよさはどのようなことでしょうか。」</p> </div>								
		<ul style="list-style-type: none"> <li>ワークシートに記入する。</li> <li>よさを発表する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>「解の個数が視覚化される」や「解を計算する必要がない」などの発言が出るように発問を加える。</li> </ul>	イ【観察】						
		<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>発問「どのような考え方をしたか整理しましょう。」</p> </div>								
		<p>評価規準2：問題の言い替えを適切に行なうことができる（演繹）。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">A 十分満足</td> <td>実数解と共有点の個数が一致することを説明できる。</td> </tr> <tr> <td>B おおむね満足</td> <td>実数解と共有点の個数が一致することに気付く。</td> </tr> <tr> <td>C 努力を要する</td> <td>実数解と共有点の関係に気付かない。</td> </tr> </table>			A 十分満足	実数解と共有点の個数が一致することを説明できる。	B おおむね満足	実数解と共有点の個数が一致することに気付く。	C 努力を要する	実数解と共有点の関係に気付かない。
A 十分満足	実数解と共有点の個数が一致することを説明できる。									
B おおむね満足	実数解と共有点の個数が一致することに気付く。									
C 努力を要する	実数解と共有点の関係に気付かない。									
		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>方程式 <math>\frac{\sqrt{x}}{x+1} = a</math> の実数解の個数</p> </td> <td style="width: 10%; text-align: center; vertical-align: middle;">⇔</td> <td style="width: 33%; border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>連立方程式 <math>\begin{cases} y = \frac{\sqrt{x}}{x+1} \\ y = a \end{cases}</math> の実数解の個数</p> </td> <td style="width: 10%; text-align: center; vertical-align: middle;">⇔</td> <td style="width: 14%; border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><math>y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}</math> のグラフと <math>y = a</math> のグラフ の共有点の個数</p> </td> </tr> </table>			<p>方程式 <math>\frac{\sqrt{x}}{x+1} = a</math> の実数解の個数</p>	⇔	<p>連立方程式 <math>\begin{cases} y = \frac{\sqrt{x}}{x+1} \\ y = a \end{cases}</math> の実数解の個数</p>	⇔	<p><math>y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}</math> のグラフと <math>y = a</math> のグラフ の共有点の個数</p>	
<p>方程式 <math>\frac{\sqrt{x}}{x+1} = a</math> の実数解の個数</p>	⇔	<p>連立方程式 <math>\begin{cases} y = \frac{\sqrt{x}}{x+1} \\ y = a \end{cases}</math> の実数解の個数</p>	⇔	<p><math>y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}</math> のグラフと <math>y = a</math> のグラフ の共有点の個数</p>						
		<ul style="list-style-type: none"> <li>ワークシートに記入する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>発問しながら、ワークシートに記入することを引き出す。</li> </ul>	イ【ワークシート】						
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【Cの生徒に対しての追加指導】 「放物線と直線の共有点の座標を求めるにはどうすればよかったか。」を問いかける。</p> </div>								
			<ul style="list-style-type: none"> <li>実数解の個数と共有点の個数が一致していることを意識させる。</li> <li>グラフで考察しているときに、中間値の定理を活用していることを意識させる。</li> </ul>							
ま と め	5 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>学習したことやポイントと思われることをワークシートに記入する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ワークシートの回収</li> </ul>							



## (6) 本時の振り返り

本時は予め設定した評価規準を用いて発問を行うことで、生徒に数学的な見方や考え方を深めさせる取組を行うことを目的とした。

評価規準1：「方程式の解の個数を求める問題を二つの関数のグラフの共有点の個数を求める問題へ言い替えることができる（直観）。」については、数学Ⅱで学習した方程式の実数解の個数を求める時と同じ数学的な見方や考え方が適用できることを考えさせるようにした。方程式の実数解の個数とグラフの共有点の個数の関係に気付き、それを適切な用語を用いて表現することを目指した。

評価規準2：「問題の言い替えを適切に行なうことができる（演繹）。」では、問題を言い替えるときに方程式の実数解の個数、連立方程式の実数解の個数、グラフの共有点の個数がそれぞれ一致していることを認識し表現することを目指した。

方程式の問題から関数のグラフの問題として言い替える際、数学的な見方や考え方や数学的な用語を適切に用いて表現させること、既習事項としての解法を活用する発展的な考え方を導くように留意した。評価規準2の場面では、解答を振り返って思考過程の一つ一つのつながりを整理させた。

評価規準1の場面では言い替えることは気付いたが、どのような用語を使ったらよいか考え付かない生徒が多かった。

「数学Ⅱで学習した関数の問題のことを思い出してみると、どうでしょうか。」「放物線と直線の共有点の座標を求めるにはどうすればよかったですでしょうか。」と発問すると、生徒全員がB段階に達することができた。その後、「放物線と直線の共有点の座標は何を意味しているのでしょうか」という発問を行い、生徒から数学用語を引き出すように指導し、さらに、ワークシートに記述をさせた。ワークシートの記述を評価するとA段階に達することができた生徒もいたが、グラフを用いて考えることは分かっても、 $y$ がどこから出てきたのか説明できずに悩んでいる生徒も多かった。そこで、A段階に達している生徒に発表させ、他の生徒の意見を聞くことで、B段階の生徒が理解することにつなげさせた。さらに、方程式の実数解の個数と連立方程式の実数解の個数が一致することに目を向けるように発問を行い、連立方程式の実数解の個数とグラフの共有点の個数の関係に気付かせる取組は、数学的な見方や考え方を多面的・発展的に捉えさせることができた。



写真2  
発問を通じて考えたことを記述する様子

## (7) 成果と課題

本時は、解法に至る思考の仕方に意識が向くように、発問を評価規準と照らし合わせながら段階を踏まえて指導できた点で成果があったと考える。また、生徒自身が発問に対する回答を思考する時間を多くとり、生徒が主体的に授業に参加できた。発問や想定できる回答を事前に考えておくことは、これまで漠然と行っていたが、明確な評価規準を設定したことで観点別学習状況の評価ができた意義は大きいと考える。また、生徒が数学的な思考を行う場面を増やすことができたと考える。課題としては、発問のやり取りの時間を計算した学習指導案を作成すること、思考したことを言語で記述表現する場面を意図的に設定し評価する授業を継続的に行うことである。

## 5 実践事例 検証授業 Ⅲ

(グループ学習で考えを伝え合うことで、数学的な見方や考え方の観点を評価する取組)

科目名	数学 I	学年	1 学年
-----	------	----	------

### (1) 単元(題材)名、使用教材(教科書、副教材)

単元名：第2章 2次関数「2次関数の値の変化」

教科書：「数学 I」（数研出版） 副教材：「Study-Up ノート数学 I」（数研出版）

### (2) 単元(題材)の目標

2次関数とそのグラフについて理解し、2次関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。

### (3) 単元の評価規準

ア 関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 知識・理解
2次関数の考え方に関心をもつとともに、それらを事象の考察に活用して数学的論拠に基づいて判断しようとする。	事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることを通して、2次関数における数学的な見方や考え方を身に付けている。	2次関数の考えにおいて事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。	2次関数の考えにおいて基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し知識を身に付けている。

### (4) 単元(題材)の指導と評価の計画(25時間扱い)

時間	学習活動	評価の観点				評価規準(評価方法など)
		ア	イ	ウ	エ	
7	・関数とグラフ ・2次関数のグラフ			●	●	放物線 $y = a(x-p)^2 + q$ の形や軸、頂点について理解している(エ)。 平方完成を利用し2次関数のグラフの頂点を調べ、グラフを描くことができる(ウ)。
5	・2次関数の最大・最小			●		$y = a(x-p)^2 + q$ の形に式を変形して、最大値、最小値を求めることができる(ウ)。
4	・2次関数の決定(本時)	●	●		●	与えられた条件から2次関数を決定することができる(イ)(エ)。 連立3元1次方程式の解き方に、興味・関心をもつ(ア)。
3	・2次方程式			●	●	2次方程式の解法として、因数分解や解の公式を利用することができる(エ)。 判別式の符号と実数解の個数の関係を理解し、利用することができる(ウ)(エ)。
2	・2次関数のグラフとx軸の位置関係		●			2次関数のグラフとx軸との共有点の個数や位置を、判別式から考察できる(イ)。
4	・2次不等式	●	●			2次不等式の解と2次関数の値の符号を相互に関連させて考察できる(イ)。

(5) 本時(全 25 時間中の 14 時間目)

ア 本時の目標

- ・ 2 次関数の係数の符号について、正負の根拠を明らかにして分類することができる。
- ・ 2 次関数の係数の符号からグラフを分類し、表現することができる。

イ 数学的な見方や考え方の具体的な評価規準

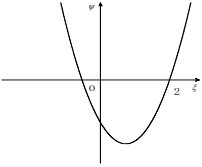
評価規準 1 : 2 次関数の係数の符号をグラフから考察し、分類することができる (類推)。

A 十分満足	符号の正負が分かり、その理由も述べられる。
B おおむね満足	符号の正負が分かる。
C 努力を要する	符号の正負が判別できない

評価規準 2 : 2 次関数の係数の符号からグラフを分類し、表現することができる (類推)。

A 十分満足	頂点の位置・グラフの凹凸・y 軸との交点の位置が理由も含めて述べられる。
B おおむね満足	頂点の位置・グラフの凹凸・y 軸との交点の位置が分かる。
C 努力を要する	頂点の位置・グラフの凹凸・y 軸との交点の位置を求めることができない。

ウ 本時の展開

過程	時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準・方法 (ア～エ)							
導入	10 分	・ 1 次関数の具体例を用いて、傾きと切片及びグラフを確認する。	・ 式からグラフをイメージすること、グラフから式を読み取ることを意識させる。	ア【観察】							
展開 1	20 分	・ プリントを用いて、個人学習を行う。	・ 各係数の正負の符号と、その理由を文章等で記述するように指導する。	イ【プリント】 【観察】							
		<p>□1 2 次関数 <math>y = ax^2 + bx + c</math> のグラフが右図のようになるとき、(ア)～(カ) の値の符号は正か負か。その理由も含めて述べよ。</p> <p>(ア) <math>a</math> (イ) <math>c</math> (ウ) <math>b^2 - 4ac</math> (エ) <math>a + b + c</math> (オ) <math>b</math></p> <p>(カ) <math>-\frac{b}{2a}</math></p> 									
		・ グループ学習を行い、発表する。	・ $b^2 - 4ac$ については未習内容であり、判別式と呼ぶという言葉の説明のみとする。								
		<p>評価規準 1 : 2 次関数の係数の符号をグラフから考察し、分類することができる (類推)。</p> <table border="1"> <tr> <td>A 十分満足</td> <td>符号の正負が分かり、その理由も述べられる。</td> </tr> <tr> <td>B おおむね満足</td> <td>符号の正負が分かる。</td> </tr> <tr> <td>C 努力を要する</td> <td>符号の正負が判別できない。</td> </tr> </table>			A 十分満足	符号の正負が分かり、その理由も述べられる。	B おおむね満足	符号の正負が分かる。	C 努力を要する	符号の正負が判別できない。	
A 十分満足	符号の正負が分かり、その理由も述べられる。										
B おおむね満足	符号の正負が分かる。										
C 努力を要する	符号の正負が判別できない。										
		<p>【B の生徒に対する追加指導】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ グラフの頂点や凹凸、切片および <math>x</math> 軸や <math>y</math> 軸といった語句を確認し、口頭で答えさせる。その後、文章で記述するように指示する。</li> </ul>	<p>【C の生徒に対する追加指導】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>a</math> の値はグラフの凹凸、<math>c</math> の値はグラフと <math>y</math> 軸との交点の値であることを確認させる。</li> <li>・ <math>a + b + c</math> の値は、グラフ上の <math>x = 1</math> における <math>y</math> 座標の値であることを確認させる。</li> </ul>								

展開 2	10 分	<b>Q2</b> 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ について、①～④を全て満たすグラフを1つ書きなさい。また、その理由を述べよ。 ① $a > 0$ ② $b > 0$ ③ $c < 0$ ④ $a + b + c > 0$			
		・個人学習を行う。	・グラフは、頂点が第何象限にあるか、上に凸か、下に凸か、 $y$ 軸との交点の値は正か負かが分かる程度の作図とする。	イ【観察】 【プリント】	
評価規準 2 : 2次関数の係数の符号からグラフを分類し、表現することができる(類推)。					
		A 十分満足	頂点の位置・グラフの凹凸・ $y$ 軸との交点の位置が理由も含めて述べられる。		
		B おおむね満足	頂点の位置・グラフの凹凸・ $y$ 軸との交点の位置が分かる。		
		C 努力を要する	頂点の位置・グラフの凹凸・ $y$ 軸との交点の位置を求めることができない。		
		・グループ学習を行い、発表する。			
		<b>【Bの生徒に対する追加指導】</b> ・次数や係数、およびグラフの頂点や凹凸といった語句を確認し、口頭で答えさせる。その後、文章で記述するように指示する。		<b>【Cの生徒に対する追加指導】</b> ・ $a$ の値でグラフの凹凸の判断、 $c$ の値で、グラフと $y$ 軸との交点の位置を判断することを確認させる。 ・ $b$ の値、 $a + b + c$ の値が何を表すのか確認させる。	
まとめ	10 分	・プリントの演習問題を解く。	・演習問題を通じて以下の3点を確認する。 ① $y = ax^2 + bx + c$ の $a$ の符号とグラフの凹凸との関係 ② 頂点の位置(第何象限に頂点があるのか) ③ $y$ 軸とグラフの交点の位置 ・時間的な余裕がある場合には、判別式の値とグラフと $x$ 軸との交点の個数について触れる。	イ【観察】 【プリント】	

## (6) 本時の振り返り

本時は、ワークシートを用いて個人学習を行った後、グループ学習を行い、生徒同士の積極的な意見交換を促し、思考力及び表現力の活性化を図り、そのグループ学習の様子や発表を基に観点別学習状況の評価を行い、指導の改善を図ることを目的とした。

具体的には、2次関数の各項の係数の符号から、グラフの頂点の位置や凹凸等について考察することを通じて、数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させた。授業の導入時に、1次関数の具体例を挙げ、与えられた関数式からグラフの傾きや切片の特徴を捉え、グラフの形をイメージすることを意識させた。直線のグラフに関しては、中学校での既習内容であり、知識の定着率も高く、関数式からグラフの特徴を捉えることができていた。

評価規準1 : 「2次関数の係数の符号をグラフから考察し表現することができる(類推)。」については、前回までに学習してきたと問題とは違い、2次関数の係数に具体的な数値が与えられておらず、グラフから係数の符号を考える問題であったため、個人学習の段階では考え方がわからず戸惑う生徒も複数いた。そのような生徒も、その後のグループ学習を通じて周りの生徒と意見交換をすることで、グラフの凹凸や $y$  軸との交点の位置から分かる $a$ と $c$ の係数の符号については、理由も含めて理解できていた。しかし、グループ学習を通じて $b$ の符号や、 $a + b + c$

の符号について明確に答えることができる生徒がいなかったため、板書による追加指導を行った。 $b$ の符号については、「グラフの頂点を $(p, q)$ と置き、式を作って展開してみよう」とに発問し、実際に展開して $x$ の係数を比較することで理解が進んだ。また、 $a+b+c$ の符号については、 $y=ax^2+bx+c$ の式を板書し、「 $a+b+c$ が2次関数の $x$ がいくつの時の値を表しているのか考えてみよう」と意図的に発問した。その後、 $x=1$ を代入し計算することで、 $a+b+c$ が「 $y=ax^2+bx+c$ の $x$ 座標が1の時の $y$ 座標の値」と理解できた。個人学習の段階では、理解が十分ではない生徒がいたが、プリントに記述式の解答欄を設けて、正負の符号だけでなく、その理由も含めて文章で解答させることで、グループ学習では生徒同士の話し合いが活性化し、2次関数の式とグラフとを強く関連させて考察していた。

評価規準2：「2次関数の係数の符号からグラフを考察し表現することができる（類推）」については、前問での理解が進んでいたこともあり、多くの生徒が係数の符号からグラフの特徴を捉え解答することができた。また、その理由を記述する欄についても、各項の係数の符号とグラフの凹凸や頂点の座標を関連させて記述することができていた。

## (7) 成果と課題

グループ学習を取り入れたことで、意見の違いや数学的な表現の違いから、生徒にとって新しい角度から2次関数を捉えることとなり、思考の過程を整理し、2次関数をより多面的・発展的に考える力を養うことができた。また、あらかじめ評価規準を設定し、グループ学習の様子を観察すること、グループの意見を発表させることで明確な段階別評価ができたことは成果があった。さらに、生徒の理解度に応じて、授業中の指導方法を工夫できたことにより、多くの生徒の理解を深めることができた。

一般的には、数学的な見方や考え方を授業の中で評価するような意図をもって授業計画がなされておらず、数学的な技能・処理や知識の習得に偏った授業計画になっていると考える。その理由は、数学的な見方や考え方に的を絞った授業を行う場合、その題材選びが難しく、指導内容も発展的である場合が多いため、基礎的な知識が十分身に付いていない生徒に指導することは難しいと考えられる。また、生徒に思考させたり、多面的・発展的に考察させたりしたことなど、数学的な見方や考え方に関する明確な評価規準を作成することは、技能や知識の観点の評価規準を作成するよりも難しいということも、授業が技能や知識の習得に偏った計画になっている理由と考える。数学的な見方や考え方に関して、指導と評価を効果的に実施するためには、適切な題材と明確な評価規準が必要である。そして、繰り返し指導と評価を実施することが不可欠である。

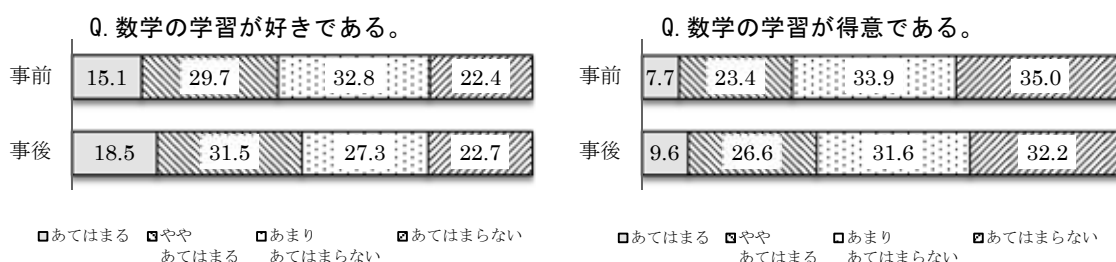


写真3 個人学習（左）グループ学習（右）に取り組む様子

## 6 事後のアンケート分析

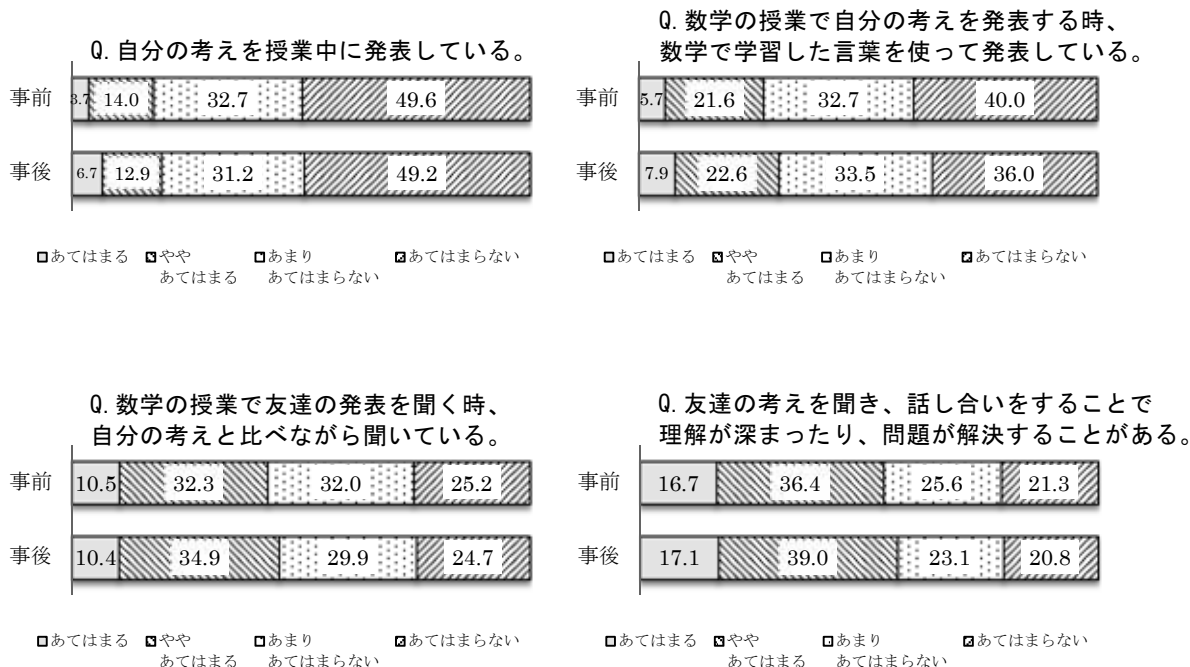
本部会の研究の有効性を検証するために、事前アンケートと同じ内容で事後アンケートを行い、結果について、平成24年度「教科基礎調査研究（1年次）（東京都教職員研修センター紀要第12号）\*5」や事前アンケートと比較・分析した。

### (1) 学習意欲について



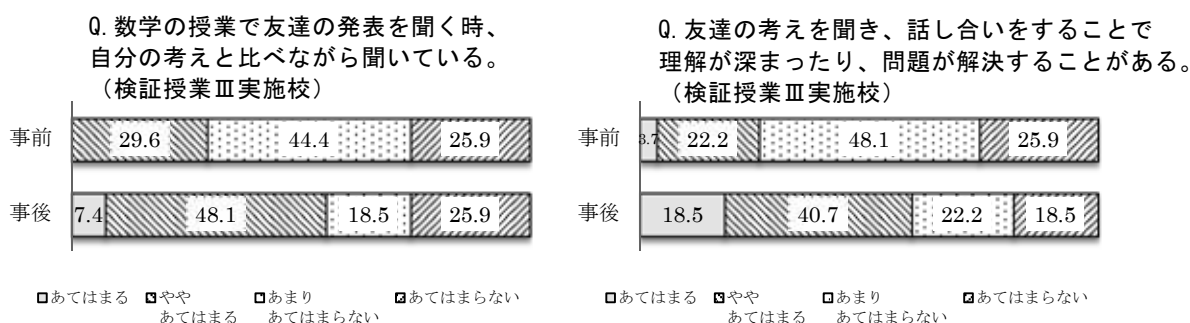
事後アンケートでの学習意欲については、「あてはまる」と「ややあてはまる」の合計では、「数学の学習が好きである。」は約50%、「数学の学習が得意である。」は約35%である。事前アンケートと比較すると、どちらの項目においても数値が上昇しており、生徒の学習意欲が向上したと考えられる。

### (2) 思考力・判断力・表現力等について

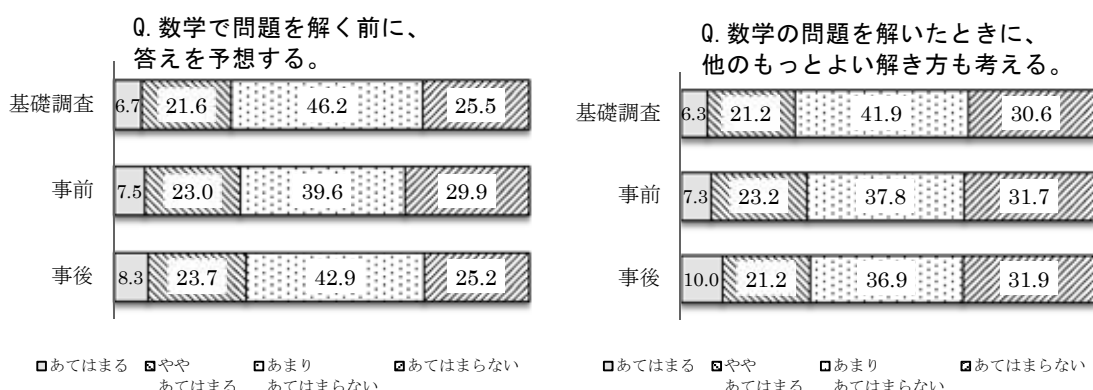


数学の授業において、発表をしている生徒の割合は事前アンケートの結果より約2%上昇し、約20%となった。また、その際に数学で学習した言葉を使っている生徒は約30%に上昇し、検証授業後の生徒の表現力の成長が読み取れる。これは、授業における発問の工夫や、ワークシートを活用した本部会の研究の成果であると考えられる。また、「友人の発表を聞くとき、

自分の考えと比べながら聞いている」「友達の考えを聞き、話し合いをすることで、理解が深まったり、問題が解決することがある」という生徒の比率がともに上昇した。



特に、検証授業Ⅲを行った学校の調査では「友人の発表を聞くとき、自分の考えと比べながら聞いている」の質問に対し、55%の生徒があてはまる、ややあてはまると答え、「友達の考えを聞き、話し合いをすることで、理解が深まったり、問題が解決することがある」の質問では 30%以上の数値の上昇がみられた。これは、グループ学習で考えを伝え合うという取組の成果の表れと考えられる。



次に、「数学で問題を解く前に答えを予想する」が約 32%まで数値が伸びている。「数学の問題を解いたときに、他のもっと良い解き方を考える」が本部会での事前調査から事後調査で僅かながら上昇が見られた。これは、授業における発問の工夫により、先を見通しての発問や他のもっと良い考え方を引き出すような発問を意識的に行ったことが要因であると考えられるため、今後の授業の中でも同様の発問を継続していく必要がある。

アンケートの結果の比較・分析から、本部会で行った明確な観点別学習状況の評価規準に基づく指導として「ワークシートに記述する」、「授業における発問を工夫する」、「グループ学習で考えを伝え合う」を行った結果、これまで以上に生徒の思考力・判断力・表現力を育むことができたと考えられる。

## VI 研究の成果

本部会では、数学的な思考力・判断力・表現力等を育むための指導と評価の実践として、「観点別学習状況の評価における数学的な見方や考え方に関する評価規準の作成」、「数学的な見方や考え方に関する評価に焦点を当てた学習指導計画に基づく検証授業」について研究を行った。

### 1 検証授業について

#### (1) ワークシートに記述することで、数学的な見方や考え方の観点を評価する取組

生徒自身の数学的な見方や考え方を、意図的に「気付いたこと」としてワークシートに記述させて、教員が記述内容を見て、観点別学習状況の評価できた点で成果があった。さらに、その評価を基にしてすぐさま指導の改善を図ったことで、生徒の授業理解を深めることにつながった。また、生徒自身にとっても、思考したことを記述することで可視化できた点や、数学用語を適切に用いて記述できた点、筋道を立てて論理的に記述できた点で成果があった。

#### (2) 授業における発問を工夫することで、数学的な見方や考え方の観点を評価する取組

教員が発問をする際に、評価規準と照らし合わせながら、C段階の生徒に自らの知識や経験と結び付けて表現できるように、B段階の生徒には数学用語を適切に用いて表現できるように発問を行うことで段階的に生徒の数学的な見方や考え方を引き出すことができた。また、発問をした後、生徒が思考する時間を十分にとることで、数学的な見方や考え方を深めさせることができた。

#### (3) グループ学習で考えを伝え合うことで、数学的な見方や考え方の観点を評価する取組

ワークシートを用いて、生徒各自が個別に数学的な見方や考え方の観点を記述した内容を、グループを組んで他の生徒と意見交換を行った結果、自分の考えを分かるように伝えることで論理的に考えることができた。また、意見の違いから思考の過程を多面的に捉えることにつながり、数学的な見方を育成することができた。また、グループ学習の様子を観察し、その内容に応じて、観点別学習状況の評価を行うことができた。

以上のことから、評価規準を明確にした学習指導計画を作成し、それに基づいて行う指導と評価の妥当性を確認することができた。

### 2 観点別学習状況の評価規準について

本部会では、毎月の月例会や8月の宿泊研修の際に、研究員8名で単元に応じて数学的な見方や考え方の評価に適した問題を検討し、その問題に対する明確な評価規準を設定して、単元指導計画を作成した。

指導計画に、評価規準に示した内容を達成するための発問、あるいは、グループ学習を通じて伝え合う、ワークシートに記述する等を意図的に盛り込み、計画的に指導を行うことで、生徒は普段の授業よりも主体的に取り組み、数学的な見方や考え方を意識して問題を考察し、



自らの考えを表現するようになった。

また、評価規準に達していないと判断した場合には、指導計画に基づいて、即座に指導方法や指導内容を予測の範囲で変更することで、指導と評価の一体化が進み、生徒の数学的な思考力・判断力・表現力等を向上させることができた。

今回、観点別学習状況の評価における数学的な見方や考え方に関する評価規準を研究員8名で作成し、同じ観点で授業改善に取り組んだ意義は大きいと考える。可視化しにくい数学的な見方や考え方について、これまで、教員の主観的な物差しで評価していた面があり、調査結果のとおり、課題と感じている。観点別学習状況の評価規準を明確にした上で、教科として統一した評価規準を作成・設定することにより、更に思考力・判断力・表現力等を育成できると期待している。

## VII 今後の課題

### 1 数学的な見方や考え方の評価を重視した学習指導計画に基づく検証授業

#### (1) ワークシートに記述することで、数学的な見方や考え方の観点を評価する取組

ワークシートに記述する際、数学的な見方や考え方として、どのように表現したらよいか、戸惑う生徒がいた。この課題を解決するために、普段から生徒が考えたことをノートやワークシートを通じて表現し、指導する教員が適切な言葉や記号を使って指導・助言を行うことで、生徒の表現する力を養う必要がある。

#### (2) 授業における発問を工夫することで、数学的な見方や考え方の観点を評価する取組

生徒に思考する時間を適切に設けることは、ややもすると沈黙を伴う時間が生じてしまう。多くの教員が、この沈黙に耐えられず、自ら答えを誘導してしまい、生徒が数学的な見方や考え方につながる機会を奪ってしまうことにつながる可能性がある。また、発問のやり取りに多くの時間をとることで、問題演習等の時間が減ってしまった。これらの課題を解決するために、日頃から授業中に発問を通じて、生徒が数学的な見方や考え方に取り組む活動を積極的かつ継続的に行っていくことが必要である。さらに、教員と生徒の発問と回答のやり取りで思考したことを、数学の用語を適切に使用して数学的な見方や考え方を表現することにも留意して取り組んでいく必要がある。

#### (3) グループ学習で考えを伝え合うことで、数学的な見方や考え方の観点を評価する取組

グループ学習で自分の考えを相手に伝えるためには、自分自身が基礎的・基本的な知識を身に付けておくことが求められる。普段から生徒自身に、思考することや表現することに慣れさせる必要がある。この課題を解決するために、適切なタイミングを見計らい、繰り返し実施することが不可欠である。

### 2 観点別学習状況の評価における数学的な見方や考え方に関する評価規準の作成

数学的な見方や考え方に関する評価規準を作成するに当たって、十分な時間が必要で、直

観・類推・帰納・演繹のどの考えに基づいているか個人差が生じてしまい、題材によっては作成が難しく、基礎的・基本的な内容よりも発展的な内容に偏ってしまった。また、評価される側の生徒が数学的な見方や考え方の評価のイメージがしにくく、生徒にどのようにして評価規準を提示し、数学的な見方や考え方を意識させるか課題が残った。生徒に数学的な見方や考え方の統一した評価規準を提示して、単発でなく継続的に指導して評価することで、単元の系統的な理解が深まるとともに、思考力・判断力・表現力等は更に育成できる。こうした課題を解決するためには、まずは各学校の実態に即して、教科としての統一した評価規準を組織的に作成し、それに基づく学習指導計画を十分な時間をかけて計画的に作成し、授業改善していきながら長期的・継続的に取り組む必要がある。

最後に、本部会では観点別学習状況の評価における評価規準を作成するに当たって、4 観点のうち、数学的な見方や考え方に絞って評価規準を作成したが、本来は全ての観点について評価規準を作成することが望まれる。今後、各学校においては、教科で熟考を重ね、組織的に評価規準を作成することが必要である。また、各教員が、課題の発見と解決に向けた主体的・協働的な学びを重視した教育を展開し、生徒の多様な学習成果や活動を適切に評価できるように、きめ細かな指導体制の充実を図ることも必要である。

#### 【参考資料】

- \* 1 P I S A 調査：O E C D 生徒の学習到達度調査
- \* 2 特定の課題に関する調査（論理的な思考）：国立教育政策研究所教育課程研究センター
- \* 3 全国学力・学習状況調査の結果報告：国立教育政策研究所
- \* 4 教科基礎調査研究（1 年次）：東京都教職員研修センター紀要第 12 号
- \* 5 児童生徒の学習評価の在り方について：文部科学省
- \* 6 高等学校学習指導要領解説 数学編：文部科学省
- \* 7 評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料（高等学校）：国立教育政策研究所
- \* 8 東京都教育ビジョン（第 3 次）：東京都教育委員会

## 平成26年度 教育研究員名簿

### 高等学校・数学

学 校 名	課 程	職 名	氏 名
都立桜町高等学校	定時制	主任教諭	○大波 陽平
都立神代高等学校	定時制	主任教諭	大西 弘将
都立向丘高等学校	全日制	教 諭	北洞 拓郎
都立忍岡高等学校	全日制	主任教諭	小山 雅賢
都立五日市高等学校	定時制	主任教諭	中山 貴興
都立三鷹高等学校	全日制	教 諭	林 恵美子
都立立川高等学校	定時制	教 諭	◎肥田 成悦
都立山崎高等学校	全日制	主任教諭	細川 光洋

◎ 世話人      ○ 副世話人

[担当] 東京都教育庁指導部高等学校教育指導課  
指導主事 横田 雅博

平成26年度  
教育研究員研究報告書

高等学校・数学

東京都教育委員会印刷物登録

〔平成26年度第186号〕  
平成27年3月

編集・発行 東京都教育庁指導部指導企画課  
所在地 東京都新宿区西新宿二丁目8番1号  
電話番号 (03) 5320-6849  
印刷会社 正和商事株式会社