

高等学校

平成 29 年度

教育研究員研究報告書

数 学

東京都教育委員会

目 次

| | | |
|-----|-----------|----|
| I | 研究主題設定の理由 | 1 |
| II | 研究の視点 | 2 |
| III | 研究仮説 | 3 |
| IV | 研究方法 | 4 |
| V | 研究内容 | 5 |
| VI | 研究の成果 | 20 |
| VII | 今後の課題 | 23 |

| | |
|-------------|---|
| 研究主題 | 「数学的な見方・考え方」を働かせ、協働的な学習を通して、思考力・判断力・表現力を高めるための授業改善 |
|-------------|---|

I 研究主題設定の理由

1 新しい時代に求められる生徒の姿と学校教育における取組

「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」（中央教育審議会 平成 28 年 12 月 21 日（以下、「答申」と表記））では、「2030 年の社会と、そして更にその先の豊かな未来において、一人一人の子供たちが、自分の価値を認識するとともに、相手の価値を尊重し、多様な人々と協働しながら様々な社会的変化を乗り越え、よりよい人生とよりよい社会を築いていくために、教育課程を通じて初等中等教育が果たすべき役割を示すこと」と述べられている。

学校教育を通じて生徒の育てたい姿として「社会的・職業的に自立した人間として、我が国や郷土が育んできた伝統や文化に立脚した広い視野を持ち、理想を実現しようとする高い志や意欲を持って、主体的に学びに向かい、必要な情報を判断し、自ら知識を深めて個性や能力を伸ばし、人生を切り拓いていくことができること」、「対話や議論を通じて、自分の考えを根拠とともに伝えるとき、他者の考えを理解し、自分の考えを広げ深めたり、集団としての考えを発展させたり、他者への思いやりをもって多様な人々と協働したりしていくことができること」、「変化の激しい社会の中でも、感性を豊かに働かせながら、よりよい人生や社会の在り方を考え、試行錯誤しながら問題を発見・解決し、新たな価値を創造していくとともに、新たな問題の発見・解決につなげていくことができること」と述べられている。

新しい時代においては、生徒が、自分の価値を認識し、互いに尊重し合い、多様な人々と協働しながら、よりよい人生とよりよい社会を築くことが大切である。このために、学習指導要領の改訂の基本的な考え方を深く理解し、学校の教育目標の実現に向けた教育内容の見直しや授業改善の方向性について、協議・検討・改善が求められている。

2 学習指導における現状と課題

答申では「学力に関する調査において、判断の根拠や理由を明確に示しながら自分の考えを述べたり、実験結果を分析して解釈・考察し説明したりすることなどについて課題が指摘されている。また、学ぶことの楽しさや意義が実感できているかどうか、自分の判断や行動がよりよい社会づくりにつながるといった意識を持てているかどうかという点では、肯定的な回答が国際的に見て相対的に低いことなども指摘されている。」「こうした調査結果からは、学ぶことと自分の人生や社会とのつながりを実感しながら、自らの能力を引き出し、学習したことを活用して、生活や社会の中で出会う課題の解決に主体的に生かしていくという面から見た学力には、課題があることが分かる。」と述べられている。

これらを受け、本研究では、「問題解決の過程や結果を振り返り、新たな問いを見だし、知識・技能を統合・体系化する力が乏しいこと」、「問題の本質や関係を認識し、問題解決の方向性を選択、決定する判断力が足りないこと」、「自らの考えを簡潔・明瞭・的確に説明し、他者

と協働し伝え合う表現力を高める必要があること」を課題と捉えた。

3 高等学校部会における主題設定について

本研究では、数学科における「新しい時代に求められる『思考力・判断力・表現力等』」をそれぞれ定義した。また、「答申」の算数・数学科の学習に述べられている『数学的な見方・考え方』を働かせながら、「知識・技能」を習得したり、習得した「知識・技能」を活用して探究したりすることにより、生きて働く「技能」となり、「技能」の習熟・熟達にもつながるとともに、より広い領域や複雑な事象を基に思考・判断・表現できる力が育成される」という視点を意識した授業改善に主眼を置いた。

そこで、研究主題を『数学的な見方・考え方』を働かせ、協働的な学習を通して、思考力・判断力・表現力を高めるための授業改善」とし、思考力・判断力・表現力の伸長に向けた授業改善の方法についての研究を行うこととした。

II 研究の視点

1 数学科における主体的・対話的で深い学び

答申では、学びの質を重視した改善を図っていくことが重要であり、その質を高めていくために「学びの過程において子供たちが、主体的に学ぶことの意味と自分の人生や社会の在り方を結び付けること」、「多様な人との対話を通じて考えを広げること」、「単に知識を記憶する学びにとどまらず、身に付けた資質・能力が様々な課題の対応に生かせることを実感できるような、学びの深まり」が重要であると述べ、このような学びを「主体的・対話的で深い学び」と定めている。またこれらを実現し、生きて働く「知識・技能」や、未知の状況にも対応できる思考力・判断力・表現力等や、学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」を身に付けていくことが求められている。

数学科における「主体的・対話的で深い学び」は、「児童・生徒自らが、問題の解決に向けて見通しをもち、粘り強く取り組み、問題解決の過程を振り返り、よりよく解決したり、新たな問いを見いだしたりする(主体的な学び)」、「事象を数学的な表現を用いて論理的に説明したり、よりよい考えや事柄の本質について話し合い、よりよい考えに高めたり事柄の本質を明らかにしたりする(対話的な学び)」、「数学に関わる事象や、日常生活や社会に関わる事象について、『数学的な見方・考え方』を働かせ、数学的活動を通して、新しい概念を形成したり、よりよい方法を見いだしたりするなど、新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し、思考、態度が変容する(深い学び)」と述べられている。

これらのことを踏まえて本研究では、新しい時代に求められる「思考力・判断力・表現力等」を高めるために、「主体的な学び」、「対話的な学び」、「深い学び」の視点から授業改善の取組を検討することとした。

2 本研究における思考力・判断力・表現力

答申には、思考・判断・表現の過程は、「物事の中から問題を見だし、その問題を定義し解決の方向性を決定し、解決方法を探して計画を立て、結果を予測しながら実行し、振り返って

次の問題発見・解決につなげていく過程」、「精査した情報を基に自分の考えを形成し、文章や発話によって表現したり、目的や場面、状況等に応じて互いの考えを適切に伝え合い、多様な考えを理解したり、集団としての考えを形成したりしていく過程」、「思いや考えを基に構想し、意味や価値を創造していく過程」の三つに分類されると述べられている。そして、それぞれの過程の中で、「新たな情報と既存の知識を適切に組み合わせ、それらを活用しながら問題を解決したり、考えを形成したり、新たな価値を創造していくために必要となる思考」、「必要な情報を選択し、解決の方向性や方法を比較・選択し、結論を決定していくために必要な判断や意思決定」、「伝える相手や状況に応じた表現」を行うことができることが重要であると述べられている。

これらのことを踏まえて、数学科としての新しい時代に求められる「思考力・判断力・表現力」を次のように定義した。

- ・ 思考力
数学的な見方・考え方を働かせながら、見通しをもって問題解決を行い、その過程や結果を振り返ることで、新たな問いを見だし、知識・技能を統合・体系化する力
- ・ 判断力
問題解決の場面で、既習の内容や精査した情報を基にして、その本質や関係を認識し、方向性を選択、決定する力
- ・ 表現力
自らの考えを、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いることで、簡潔・明瞭・的確に説明し、他者と協働し伝え合う力

Ⅲ 研究仮説

本部会では、高等学校数学部会主題である『『数学的な見方・考え方』を働かせ、協働的な学習を通して、思考力・判断力・表現力を高めるための授業改善』を実現するために、以下のことを考えた。なお本研究では、意見や考えをもった生徒同士が力を合わせ、よりよく課題を解決することを協働的な学習と位置付けた。

- ・ 分野を横断させた考えや既習事項等と新たに学習した内容を相互に関連付ける学習活動を通して「数学的な見方・考え方」を働かせることで、思考力・判断力・表現力が高まるのではないか。
- ・ 他の生徒と考え方・解き方を比較するなど一つの解法に捉われず、多面的・多角的に考察する学習活動を通して「数学的な見方・考え方」を働かせることで、思考力・判断力・表現力が高まるのではないか。

これらを受け、「既習事項等と新たに学習した内容を相互に関連付ける学習活動や多面的・多角的に考察する学習活動等の『数学的な見方・考え方』を働かせる数学的活動を行うことで、思考力・判断力・表現力が高まる。」という仮説を設定した。

IV 研究方法

本研究の仮説である「既習事項等と新たに学習した内容を相互に関連付ける学習活動や多面的・多角的に考察する学習活動等の『数学的な見方・考え方』を働かせる数学的活動を行うことで、思考力・判断力・表現力が高まる。」ことを検証するために、以下に示すとおり実践研究を行う。

1 「数学的な見方・考え方」を働かせる教材の工夫や発問の仕方の工夫を行い、「数学的な見方・考え方」を働かせる授業の計画・実践

以下の取組を意図的に取り入れた指導計画を作成し、授業を実践する。

(1) 生徒が自ら問題を見いだす課題の設定

「数学的な見方・考え方」を働かせながら、知識・技能を活用させ、自分の思いや考えと結び付けさせる。

(2) 複数の解き方が考えられる課題の設定及び発問の工夫

解に至るまでの過程が複数存在する課題を設定し、既習内容の経験と関連付けた思考を促進させる。

(3) 問題の解き方や解答の考察

自らの考えを振り返らせることで、問題の解き方や解答が簡潔・明瞭・的確に表現されているか再確認させ、次の学習活動へつなげさせる。

(4) 多様な考えを共有する活動

他者との話し合う場面や解法や考え方を学び合う場を設定し、意見を伝え合うことで問題を多面的に考察し、協働的な学習活動につなげる。

2 検証授業

上記1の内容に基づいた実践授業を、全日制普通科高等学校2校、昼夜間定時制普通科高等学校1校において行う。

3 振り返りシートの考察

共通の振り返りシートを作成する。検証授業を行う三校においては、作成した振り返りシートを活用し、定期的に振り返りシートに記入させる。生徒が記入した記述内容を分析し、生徒の変容を考察する。

4 成果と課題のまとめ

「既習事項等と新たに学習した内容を相互に関連付ける学習活動や多面的・多角的に考察する学習活動等の『数学的な見方・考え方』を働かせる数学的活動を行うことで、思考力・判断力・表現力が高まる。」という仮説に基づき、授業を実践し、その成果と課題を整理する。

V 研究内容

1 研究構想図

全体テーマ 「『主体的・対話的で深い学び』の実現に向けた授業改善」

高校部会テーマ

「新しい時代に求められる『思考力・判断力・表現力等』を高めるための授業改善」

各教科等における「新しい時代に求められる『思考力・判断力・表現力等』とは

- ・思考力 「数学的な見方・考え方」を働かせながら、見通しをもって問題解決を行い、その過程や結果を振り返ることで、新たな問いを見いだし、知識・技能を統合・体系化する力
- ・判断力 問題解決の場面で、既習の内容や精査した情報を基にして、その本質や関係を認識し、方向性を選択、決定する力
- ・表現力 自らの考えを、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いることで、簡潔・明瞭・的確に説明し、他者と協働し伝え合う力

高校部会テーマにおける現状と課題

【現状】

- ・思考力について：生徒は、問題解決の過程や結果を振り返り、新たな問いを見いだし、知識・技能を統合・体系化する力に乏しい。
- ・判断力について：生徒は、問題の本質や関係を認識し、問題解決の方向性を選択、決定する力が足りない。
- ・表現力について：生徒に、自らの考えを簡潔・明瞭・的確に説明し、他者と協働し伝え合う力を高めさせたい。

【課題】新しい時代に求められる、思考力・判断力・表現力を高める授業を行う必要がある。

高等学校数学部会主題

「数学的な見方・考え方」を働かせ、協働的な学習を通して、思考力・判断力・表現力を高めるための授業改善

仮 説

「数学的な見方・考え方」を働かせる教材や発問の工夫をし、数学的活動をさせることで思考力・判断力・表現力を高められる。

具体的方策

以下の取組により、思考力・判断力・表現力が高められる。

- ①生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。
- ②複数の解き方が考えられる課題を設定し、発問を工夫する。
- ③問題の解き方や解答を考察させる。
- ④多様な考えを共有する活動を取り入れる。

検証方法

上記具体的方策を継続的に行い、定期的に振り返りシートなどの記述内容を分析し、考察することで研究成果の有用性を検証する。

2 実践事例 検証授業 I

(具体的方策「①生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。」「③問題の解き方や解答を考察させる。」)

| | | | | | |
|-----|----|-----|------|----|------|
| 教科名 | 数学 | 科目名 | 数学 A | 学年 | 1 学年 |
|-----|----|-----|------|----|------|

(1) 単元 (題材) 名 使用教材 (教科書・副教材)

ア 単元名 第3章 第2節 ユークリッドの互除法

イ 使用教材 「新編数学 A」(数研出版)

(2) 単元 (題材) の目標

- ・ 整数の除法の性質に基づいてユークリッドの互除法の仕組みを理解し、それを用いて二つの整数の最大公約数を求めることができる。
- ・ 二元 1 次不定方程式の解の意味について理解し、その整数解を求めることができる。

(3) 単元の評価規準

| ア 知識・技能 | イ 思考・判断・表現 | ウ 主体的に学習に取り組む態度 |
|--|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ・ 互除法を用いて 2 数の最大公約数を求めることができる。 ・ a、b が互いに素であるとき、$ax + by = c$ を満たす整数 x、y の組を、互除法を利用して求めることができる。 ・ 1 次不定方程式の特殊解並びに一般解を求めることができる。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ 最大公約数を求める際、ユークリッドの互除法が有効であるのはどのような時かを理解し、適切に用いることができる。 ・ 1 次不定方程式を立式し、x と y の係数からどの解法が適切であるかを考え、解法を選び問題を解いている。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ 提示された問題に対し、既習事項や周囲との意見交換によって解決方法を探そうとすることができる。 |

(4) 単元 (題材) の指導と評価の計画 (5 時間扱い)

| 時間 | 学習活動 | 評価の観点 | | | 評価規準 (評価方法など) |
|---------------|---------------------------------------|-------|---|---|---|
| | | ア | イ | ウ | |
| 第 1 時 | 互除法の原理を理解し、互除法を用いて 2 数の最大公約数を求める。 | ● | ● | | ユークリッドの互除法を理解し、互除法を用いて最大公約数を求めることができる。 |
| 第 2 時 | 互除法を利用して、等式を満たす整数 x 、 y の組を一つ求める。 | ● | | | $ax + by = c$ を満たす整数 x 、 y の組を、互除法を利用して求めることができる。 |
| 第 3 時 (本時) | 係数が小さい場合の 1 次不定方程式の特殊解並びに一般解を求める。 | | ● | ● | 1 次不定方程式の一般解を求めることができる。 提示された課題を積極的に解決しようとする。 |

| | | | | |
|-----|---------------------------------|---|---|--|
| 第4時 | 係数が大きい場合の1次不定方程式の特殊解並びに整数解を求める。 | ● | | 係数が大きい不定方程式の特殊解を求める場合は互除法が有効であることに気付き、それを用いて一般解を求めることができる。 |
| 第5時 | 整数に関する問題について、1次不定方程式を用いて問題を解く。 | | ● | これまでの知識を基に発展的な問題を解くことができる。 |

(5) 本時（全5時間中の3時間目）

ア 本時の目標

(ア) 1次不定方程式とは何かを理解する。

(イ) 係数が小さい場合の1次不定方程式 $ax + by = 0$ の、全ての整数解を求めることができる。

イ 仮説に基づく本時のねらい

問題を互いに作成・採点し合う活動を通して、思考力・判断力・表現力を高める。

ウ 本時の展開

| 時間 | 学習内容・学習活動 | 指導上の留意点 | 評価規準・方法 |
|-----------|--|--|-----------------------------|
| 導入 15分 | <p>1次不定方程式とは何か</p> <ul style="list-style-type: none"> 飛行機の座席に関する問題 修学旅行で乗る飛行機の座席が3人席と4人席に分かれているとする。A組40名が過不足なく使用することはできるだろうか。 答え合わせ 3列席の数を x、4列席の数を y とすると、 $3x + 4y = 40$ これを満たす整数 x、y の組は 1次関数 $y = -\frac{3}{4}x + 10$ のグラフ上にある、 (0, 10)、(4, 7)、(8, 4)、 (12, 1) の4点である。 <p>このように、解が幾つもある1次方程式を「1次不定方程式」といい、 $ax + by = c$ (a、b、c は整数、 $a \neq 0$、$b \neq 0$) の形で表される。</p> | <ul style="list-style-type: none"> 解き方は生徒に任せる（周りに相談してもよい）。 幾つかの異なる解があることに気付くよう導く。 1次関数の形に変形し、グラフ上に解が無数に存在していることを示す。 今回は「座席の数」なので、x、y がともに0以上の整数であることを確認する。 | ウ（態度） 自分で考え、解答を出そうとしている。 |

| | | | |
|-------------------|--|--|---|
| <p>展開 30分</p> | <p>1 次不定方程式の解き方</p> <ul style="list-style-type: none"> • $ax + by = 0$ の全ての整数解の求め方 <p>$3x + 4y = 0$ を満たす整数 x、y の組は、 $(x, y) = (0, 0)$、$(4, -3)$、 $(8, -6)$、$(12, -9)$、… と、無数に存在する。 x は 4 の倍数、y は -3 の倍数になっているので、整数 k を用いると $x = 4k$、$y = -3k$ と表される。</p> <p>よって、$3x + 4y = 0$ の解は $x = 4k$、$y = -3k$ (k は整数)</p> <ul style="list-style-type: none"> • もう一つの考え方 4 と 3 は互いに素である。互いに素な 2 数が等しくなるには、それぞれを他方にかけてよい。 よって $3x = -4y$ を成り立たせるものは $x = 4k$、$y = -3k$ (k は整数) <ul style="list-style-type: none"> • 演習 1 (1) $2x + 5y = 0$ 答え $x = 5k$、$y = -2k$ (2) $3x - 2y = 0$ 答え $x = 2k$、$y = 3k$ <ul style="list-style-type: none"> • a、b が互いに素でない場合や分数の場合 $2x + 4y = 0$ の一般解を、a、b が互いに素のときと同様に求めると $x = 4k$、$y = -2k$ (k は整数) となるが、これは全ての整数解を表していない。 <p>よって、$2x + 4y = 0$ の一般解は 両辺を最大公約数 2 で割って $x + 2y = 0$ にしてから解く。 同様に a、b が分数の場合も、両辺を整数倍してから、必要に応じて公約数で割り、a、b を互いに素にしてから解く。</p> | <ul style="list-style-type: none"> • 解には法則性があることに気付かせる。 <ul style="list-style-type: none"> • 変形すると $y = \frac{3}{4}x$ であることから、y が整数になるためには x が 4 の倍数になる、という考え方もある。 <ul style="list-style-type: none"> • k を用いて表した全ての整数解を「一般解」といい、一つ一つの具体的な解は「特殊解」といわれていることを紹介する。 <ul style="list-style-type: none"> • 互いに素な 2 数である a、b の最小公倍数は、ab であることを思い出させる。 <ul style="list-style-type: none"> • (1) の答えは $x = -5k$、$y = 2k$ と表しても良い。 <ul style="list-style-type: none"> • $x = 4k$、$y = -2k$ と $x = 2k$、$y = -k$ のそれぞれについて k に 1、2、3… を代入して特殊解を幾つか求め、違いを確認する。 | <p>イ (思考・判断) 符号の付き方などよく考えながら解いている。</p> |
|-------------------|--|--|---|

| | | | |
|---------------------------|--|--|---|
| | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 演習 2 - 1 1次不定方程式を自分で作る。 【① 生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。】 </div> <ul style="list-style-type: none"> ・各自ノートに $ax + by = 0$ の式を二つ作成し、その一般解を求める。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ a、b は互いに素でないものや、分数などにする。 | イ (思考・判断) 問題をよく考えて作成し、解いている。 イ (表現) ウ (態度) 隣の生徒の問題に真剣に取り組み、解を正しく表現しようとしている。 |
| | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 演習 2 - 2 隣の生徒と交換し、互いに解き合う。 【③ 問題の解き方や解答を考察させる。】 </div> <ul style="list-style-type: none"> ・配布された紙にその問題を二問とも書き、隣の人と交換して、互いに解き合う。 ・再び交換し、採点をする。互いに、相手の間違いをチェックし、正解を確認する。 ・自分で問題を作成すること、また互いに採点し合うことで気付いた点は何か話し合う。 | <ul style="list-style-type: none"> ・解くときに、一問はわざと間違えて解くよう指示する。 ・何組かの問題を書画カメラで公開し、気付いた点などを発表させる。 | |
| ま と め 5 分 | <ul style="list-style-type: none"> ・まとめ 二つの整数 a、b が互いに素であるとき、方程式 $ax + by = 0$ の全ての整数解は $x = bk$、$y = -ak$ (k は整数) ・自作問題を書いた紙を回収する。 (宿題及び) 次回の授業範囲を伝える。 | | |

(6) 本時の振り返り

ア 具体的方策

本時は1次不定方程式の導入の時間であるが、まず「飛行機の座席には3人席と4人席があるが、修学旅行で利用する際、一クラス40名がちょうど納まることは可能か。」という問いを生徒に投げ掛け、自由に考えさせた。生徒はそれぞれ工夫して解く中で「よりよい解き方はないか」と感じ、他の生徒の解き方や今後の学習内容に興味をもたせることがねらいである。

その後、解法を学び、生徒各自が一次不定方程式を作問することを通して、具体的方策「①生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。」をし、更に作成した問題を生徒が互いに解き合うことにより、具体的方策「③問題の解き方や解答を考察させる」の活動につながった。

イ 生徒の取組

数学に対する苦手意識をもつ生徒が多かったが、生徒は導入の問題をはじめ、1次不定

方程式の作問では、 a 、 b を互いに素でない問題や分数の問題などを作問し、隣の生徒と交換して解き合うなど意欲的に取り組んだ。

また、本時において、解く側の生徒はわざと一問間違えて解くよう指示をした。再び交換して採点する際、問題を作成した生徒がその間違えに気づき、どのように間違えたのか考察するよう指示した。

授業のまとめの時間では、生徒の意見として「与えられた問題を解くのは楽だけど、自分で作るのは難しかった。」「隣の人の解答を採点するとき、自分の解答が合っているのか気になって何度も確認した。」等の感想があり、1次不定方程式の特徴や解法について理解を深めたことが伺える。

(7) 成果と課題

成果は、教科書に頼らず、生徒が自力で考え解く問題を扱うことで、生徒が既習事項と本時の内容をつなぐなど数学的思考をしていることが観察できた。また、問題を自作させることを通して、数値の設定だけに留まらず、式の構成やよりよい解法の考察など生徒が主体的に学ぶことにつながった。表1のように、本時では、6割以上の生徒が「ただ解くのではなく、問題に対して見通しをもって解決しようとするようになった。」について肯定的な回答をしている。振り返りシートの自由記入欄には「自分で考えるのがすごくよかった。」「分かるようになると数学って楽しいと思えた。」という意見があった。

課題は、生徒が既習事項を十分に理解していない場合、扱える問題に限りがあり、思考し考察させるまでの時間も必要になることである。本時では、導入から作問させるまでモジュールステップで導いたため時間がかかった。特に、「作問し」、「他の生徒と交換して解き合い」、「採点し合い」、「正解を確認し合う」取組は、基礎的な数学の知識が定着していない生徒には、意義ある活動にならないこともある。今回の1次不定方程式において、 $ax + by = 0$ の a 、 b を互いに素でない式や分数の式を作ることができない生徒や、正しい解が導き出せなかった生徒にとって、ペアになって一緒に取り組んでも、ペアになった生徒の理解の差が大きいため満足いく活動ができずに終わってしまった。主体的・対話的な活動を取り入れた授業を行うためには、生徒の学習状況をよく考慮し、事前に個別指導や補習等により、ねらいに沿った授業ができるように工夫することが大切である。

表1 検証授業後のアンケート結果 単位 (%)

| | 質問内容 | すごく そう思う | そう思う | あまり 変わらない | まったく 変わらない |
|---|---|-------------|------|--------------|---------------|
| 1 | 数学的な見方・考え方を働かせながら考えるようになってきた。 | 12.5 | 42.5 | 32.5 | 12.5 |
| 2 | ただ解くのではなく、問題に対して見通しをもって解決しようとするようになってきた。 | 7.5 | 57.5 | 27.5 | 7.5 |
| 3 | 問題解決の過程や結果を振り返り、新たな問いを見いだしたり、知識・技能をつなげたり整理したりするようになってきた。 | 5.0 | 27.5 | 55.0 | 12.5 |
| 4 | 問題に対して、それまでに習ったり経験したりした内容や、新たに得た様々な情報をもとに、解決の方向性を選択・決定するようになってきた。 | 12.5 | 42.5 | 37.5 | 7.5 |
| 5 | 言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いることで、自らの考えを表現しようとするようになってきた。 | 2.5 | 42.5 | 47.5 | 7.5 |
| 6 | 自らの考えを、簡潔・明瞭・的確に説明し、他者と協働し伝え合うようになってきた。 | 7.5 | 35.0 | 50.0 | 7.5 |

3 実践事例 検証授業Ⅱ

(具体的方策「①生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。」「③問題の解き方や解答を考察させる。」)

| | | | | | |
|-----|----|-----|-----|----|------|
| 教科名 | 数学 | 科目名 | 数学Ⅱ | 学年 | 2 学年 |
|-----|----|-----|-----|----|------|

(1) 単元（題材）名 使用教材（教科書・副教材）

- ア 単元名 第3章 第2節 加法定理
 イ 使用教材 「新編数学Ⅱ」（東京書籍）

(2) 単元（題材）の目標

- ・ 加法定理や三角関数の合成を用いて、公式の導出や式変形を行うことができる。
- ・ 与えられた式に応じて、加法定理に基づいた解決を試みることができる。
- ・ 公式を扱った場面を振り返り、他の場面で応用することができる。

(3) 単元の評価規準

| ア 知識・技能 | イ 思考・判断・表現 | ウ 主体的に学習に取り組む態度 |
|---|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ・ 定理や三角関数の合成による式変形を正確に行い、値などを求めることができる。 ・ 加法定理から体系的に導出される公式について、関連を理解している。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ 加法定理や三角関数の合成に基づき、解決の方向性を選択できる。 ・ 公式の導出や値を求める過程について、式によって表現できる。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ 与えられた式や場面に対し、既習事項や経験、周囲との相談によって解決方法を探そうとすることができる。 |

(4) 単元（題材）の指導と評価の計画（5時間扱い）

| 時間 | 学習活動 | 評価の観点 | | | 評価規準 (評価方法など) |
|-----|--|-------|---|---|---|
| | | ア | イ | ウ | |
| 第1時 | ・ 正弦、余弦の加法定理を用いて、与えられた角の正弦、余弦の値を求める。 | ● | | | ・ 正弦・余弦の加法定理を用いて、与えられた角の正弦、余弦の値を求めることができる。(小テスト) |
| 第2時 | ・ 正接の加法定理を用いて、与えられた角の正接の値を求める。 ・ 正接の加法定理を用いて2直線のなす角を求める。 | ● | ● | | ・ 正接の余弦定理を用いて、与えられた角の正接の値を求めることができる。(小テスト) ・ 直線の傾きを正接で表現し、加法定理を用いて大きさを求めることができる。(小テスト) |
| 第3時 | ・ 加法定理と三角関数の性質から2倍角の公式を求める。 ・ 2倍角の公式を用いて与えられた角における三角関数の値を求める。 | ● | ● | | ・ 加法定理を利用して2倍角の公式を導くことができる。(プリント) ・ 2倍された角が同じ大きさの角の和であることを見だし、加法定理を利用することができる。(小テスト) |

| | | | | |
|-------------|---|---|---|--|
| 第4時 | <ul style="list-style-type: none"> 三角関数の合成を行う。 三角関数の合成によって正弦、余弦の和で表された三角関数の最大値と最小値を求める。 | ● | ● | <ul style="list-style-type: none"> 三角関数の合成を用いて正弦と余弦の和を正弦で表すことができる。(小テスト) 既習事項や周囲との協働的な学習によって公式を導出しようとする。(プリント) |
| 第5時 (本時) | <ul style="list-style-type: none"> 加法定理を用いて三角関数の和を積にする公式を導く。 | | ● | <ul style="list-style-type: none"> 三角関数の積が加法定理の一部であることを見だし、適切な式を用いて変形することができる。(小テスト) |

(5) 本時 (全5時間中の5時間目)

ア 本時の目標

加法定理から三角関数の積を和にする公式を導くことができる。

イ 仮説に基づく本時のねらい

変形の必要性をもとに既習事項から公式を導出する活動及びその振り返りにより、思考力・判断力を養うことができる。

ウ 本時の展開

| 時間 | 学習内容・学習活動 | 指導上の留意点 | 評価規準・方法 |
|-----------|---|---|---------|
| 導入 20分 | <ul style="list-style-type: none"> 板書された$\sin(\alpha + \beta)$の加法定理を見て、内容を復習させる。 配布されたプリントの課題に取り組む。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center;">0.8988 × 0.9336をできるだけ簡単にして計算しよう。</p> <p style="text-align: center;">【① 生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。】</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 与えられた積が$\sin 64^\circ \times \cos 21^\circ$と表せることから、既習事項である加法定理との関連を考えさせる。 | <ul style="list-style-type: none"> 最初に時間を設け、筆算による計算に挑戦させる。 「三角関数の表」に基づいた場合、組合せとして以下のものが考えられる。 <ul style="list-style-type: none"> ①$\sin 64^\circ \times \cos 21^\circ$ ②$\cos 26^\circ \times \sin 69^\circ$ ③$\sin 64^\circ \times \sin 69^\circ$ ④$\cos 26^\circ \times \cos 21^\circ$ 生徒の実態から、①を指定して、後の活動を行う。 $64^\circ = \alpha, 21^\circ = \beta$として積を$\sin \alpha \cos \beta$と表し加法定理を想起しやすくする。 | |
| 展開 20分 | <ul style="list-style-type: none"> $\sin \alpha \cos \beta$が$\sin(\alpha + \beta)$、$\sin(\alpha - \beta)$の加法定理の一部分であることから$\sin \alpha \cos \beta$を導く方法を考えさせる。 | <ul style="list-style-type: none"> $\sin(\alpha - \beta)$に気付かない生徒のため、$\sin \alpha \cos \beta$が現れる加法定理の式が他にないか問い掛ける。 | |

| | | | |
|-----------|--|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • $\sin 64^\circ \times \cos 21^\circ$ を和の形に表してから、値を計算させる。 • 三角関数の積を和にする公式と、導出の方法について確認させる。 • $\cos 105^\circ \sin 15^\circ$ の値を求める例題から、積を和にする公式の使い方を学ばせる。 • 以下の点について確認させる。 <ul style="list-style-type: none"> ①加法定理を使うことで積を和にすることができること ②公式の暗記よりも導出の過程が重要であること ③積を和にする工夫ができること • 演習問題に取り組む。 | <ul style="list-style-type: none"> • 積を和の形に変形して計算を完了した生徒には、電卓の使用を許可し、積の計算結果と比較させる。 • 結果の暗記ではなく、導出の動機（複雑な積を和にすることで計算を簡便にできる）と過程を指導する。 • 公式の導出から解説する。ただし、板書の速度を確保するため、導出の方法については書き写すことを推奨せず、素早く提示する。 • これらの確認点は、まとめの時間に評価規準として用いる。 | |
| | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> $\cos 75^\circ \cos 15^\circ$ の値を求めよ。 【③ 問題の解き方や解答を考察させる。】 </div> <ul style="list-style-type: none"> • 本時の内容を文章でまとめる。 | <ul style="list-style-type: none"> • 加法定理を確認させる。 • 周囲との協働的な学習や、教科書の参照は自由とする。 • 解けた生徒は授業者の確認を得る。正答であった生徒は、周囲の未完了者に対して支援するか、次の課題に取り組む。 • 今日の活動を振り返るよう指導する。特に、今日学んだ公式、なぜ、このような公式が必要だったのか振り返らせる。 | <p>イ（判断） $\cos(\alpha + \beta)$ の加法定理を用いて式変形を行っている。（プリント）</p> <p>イ（思考） 加法定理を用いて積を和にすること、それにより煩雑な計算を簡便にできることを理解している。（プリント）</p> |
| まとめ 5分 | <ul style="list-style-type: none"> • 生徒の回答から、本時の授業のポイントを確認する。 | <ul style="list-style-type: none"> • 回収したプリントの生徒の回答を読み上げ、共有する。 • 該当生徒がいない場合、授業者からポイントを提示する。 | |

(6) 本時の振り返り

今年度当初から、授業の最後に 15 分程度の時間を設けて確認の小テストを行ってきた。小テストの問題は、授業で解説した定義や公式を組み合わせて解くことができるが、教科書の例題等を真似るだけの問題にならないよう注意している。さらに、授業者が支援しすぎず、生徒同士の協働的な学習や教科書等を参考にして解決するようにし、生徒の主体的な活動が活性化するように図っている。

2 学期からは「生徒の興味を喚起しながら本質的な内容を自然に獲得できる」ことを目指した導入教材を取り入れている。また、確認の小テストのプリントには授業のまとめを文章で記入する欄を設け、その時間の学習内容を文章でまとめ、生徒に学習内容を振り返る機会を設定している。更に、振り返りの時間では、生徒のまとめを活用して全体で共有している。

ア 具体的方策

本時は、複雑な小数の乗法を導入問題として扱い、積を和にする公式を暗記に頼った計算の技術として教えるのではなく、数学的に思考させた結果として獲得できる公式になるような授業を計画した。

イ 生徒の取組

1 学期から継続した確認の小テストの効果として、生徒は与えられた問題について既習事項を振り返るなど主体的に考えていた。また、一人で解決できない場合には、教科書を参考にすることや、周囲の生徒と互いの考えを交換する態度も定着していた。

これまでに 2 倍角の公式を扱う際に類似した教材を用いていたため、本時の導入時に全体の 3 分の 1 程度の生徒が三角関数を利用することに気付くことを期待していた。しかし、実際には 30 名のうち 5、6 名程度が気付いた。また「有名角 (30° 、 45° 、 60° 等) の三角関数の値」も三角比の表を活用しようとするなどの課題が見られた。

(7) 成果と課題

ア 生徒の反応と変容から考えられる成果と課題

導入教材については、「既習した知識と結びつけるイメージがしやすい。」「今回の授業で何をするのか大まかな流れを理解する事ができる。」「例題を理解しやすくなった。」「どうしてその方法が利用できるかが分かる。」「少し前の授業を振り返ることができる。」「少し遊びがあったりして楽しい。」など授業者のねらいが機能している様子が見て取れた。

確認の小テスト及び授業のまとめでは、「次から頑張ろうと思える。」「自分がどれだけ理解しているかを確認することができる。」「自分が本当に理解できているかがよく分かる。」

(小テスト)、「他の人がどのようなことを重点において授業を受けていたのかを、まとめによって確認することができるのがよい。」「問題のみでは確認不足だったところもまとめがあることで再確認できる。」「改めて自分でまとめることで、明確に理解できる。テスト前の復習の時に思い出しやすい。」(授業のまとめ) などの回答が多かった。

これらの実践の結果、「一つ一つの手順をしっかりと理解した上で、答えを導き出せるようになった。そのおかげで応用の問題なども自分の力で答えを出せるようになった。」「少し難しい問題は、人に聞き(授業内や後)自分で端的にまとめるようになった。」「今までよりも一つ一つの問題に、より深く取り組めるようになってきた。」など、よい変容を生徒自身が実

感じている記述が見られた。また、毎週提出を課している宿題ノートの中には、生徒が思考力を発揮している様子も見られる。

反面、導入教材について「分かりづらい。」「あまりやっていない。」など、有用性を感じていない生徒や、授業のまとめについて「まとめに時間をとられて提出できなくなった。」「何を書けばいいか分からない。」など時間や理解の不足を感じている生徒がいること課題である。

表1のように、本時では、6割以上の生徒が「ただ解くのではなく、問題に対して見通しをもって解決しようとするようになった。」「問題に対して、それまでに習ったり経験したりした内容や、新たに得た様々な情報をもとに、解決の方向性を選択・決定するようになってきた。」「言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いることで、自らの考えを表現しようとするようになってきた。」について肯定的な回答をしている。しかし、5割以上の生徒が「問題解決の過程や結果を振り返り、新たな問いを見いだしたり、知識・技能をつなげたり整理したりするようになってきた。」は否定的な回答であった。

イ 授業者の視点からの成果と課題

1学期から授業の最後に小テストを行うこと、2学期からは導入教材と授業のまとめを用いることを徹底したことは、中・長期的な効果を確認するにあたり大きな意義があった。授業の最後の小テストでは生徒個々の集中力が高まったことや、面識のなかった生徒同士の意見交換など交流も見られるようになった。導入教材を活用することは、授業に緩急が付き、概念についての生徒の理解が深まっていく様子が見られた。

実践してきた講座は、実践者が単独で担当しているものであり、年間指導計画の作成、定期考査ごとの出題範囲や内容など自由度が高かったことが大きいと考えられる。また、導入教材の開発は教授内容の研究、提示する方法の工夫など、複数の手順が必要であり、準備に時間を要した。今後、扱った内容の質や精度について改めて検討していく必要がある。さらに、組織として実践するためには、教科全体の協力や情報共有により年間指導計画や教材の作成が重要である。

表1 検証授業後のアンケート

単位 (%)

| | 質問内容 | すごく そう思う | そう思う | あまり 変わらない | まったく 変わらない |
|---|---|-------------|------|--------------|---------------|
| 1 | 数学的な見方・考え方を働かせながら考えるようになってきた。 | 14.8 | 44.4 | 37.0 | 3.7 |
| 2 | ただ解くのではなく、問題に対して見通しをもって解決しようとするようになってきた。 | 22.2 | 55.6 | 18.5 | 3.7 |
| 3 | 問題解決の過程や結果を振り返り、新たな問いを見いだしたり、知識・技能をつなげたり整理したりするようになってきた。 | 11.1 | 29.6 | 55.6 | 3.7 |
| 4 | 問題に対して、それまでに習ったり経験したりした内容や、新たに得た様々な情報をもとに、解決の方向性を選択・決定するようになってきた。 | 18.5 | 59.3 | 22.2 | 0 |
| 5 | 言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いることで、自らの考えを表現しようとするようになってきた。 | 18.5 | 48.1 | 22.2 | 11.1 |
| 6 | 自らの考えを、簡潔・明瞭・的確に説明し、他者と協働し伝え合うようになってきた。 | 14.8 | 40.7 | 29.6 | 14.8 |

4 実践事例 検証授業Ⅲ

(具体的方策「②複数の解き方が考えられる課題を設定し、発問を工夫する。」「④多様な考えを共有する活動を取り入れる。」)

| | | | | | |
|-----|----|-----|-----|----|------|
| 教科名 | 数学 | 科目名 | 数学Ⅲ | 学年 | 3 学年 |
|-----|----|-----|-----|----|------|

(1) 単元 (題材) 名 使用教材 (教科書・副教材)

- ア 単元名 5章 積分法 1節 不定積分
 イ 使用教材 「新編 数学Ⅲ」(第一学習社)

(2) 単元 (題材) の目標

- 不定積分の基本的な性質についての理解を深め、それらを用いて不定積分を求めることができる。
- 置換積分法及び部分積分法について理解し、簡単な場合について自分の考えを文章や発話によって表現し、互いに考えを適切に伝え合いながら、それらを用いて不定積分を求めることができる。
- いろいろな関数について、既習事項や精査した情報を基に、問題解決の方向性を工夫しながら求めることができる。

(3) 単元の評価規準

| ア 知識・技能 | イ 思考・判断・表現 | ウ 主体的に学習に取り組む態度 |
|--|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> 関数 x^{α} や三角関数・指数関数の不定積分について理解し、正しく求めることができる。 置換積分法や部分積分法について理解し、それらを用いて不定積分を正しく求めることができる。 複雑な分数関数や三角関数の積の不定積分を正しく求めることができる。 | <ul style="list-style-type: none"> 関数 x^{α} や三角関数・指数関数の不定積分の公式を導く過程を考察することができる。 置換積分法や部分積分法の公式を導く過程を考察することができる。 いろいろな関数の不定積分を求める過程を考察することができる。 | <ul style="list-style-type: none"> 関数 x^{α} や三角関数・指数関数の不定積分に関心をもち、調べようとするすることができる。 複雑な分数関数や三角関数の積の不定積分に関心をもち、調べようとするすることができる。 |

(4) 単元 (題材) の指導と評価の計画 (11時間扱い)

| 時間 | 学習活動 | 評価の観点 | | | 評価規準 (評価方法など) |
|-----|--------------------------------------|-------|---|---|-----------------------------------|
| | | ア | イ | ウ | |
| 第1時 | 不定積分の意味, 関数の定数倍や和, 差の不定積分などの公式を理解する。 | ● | | ● | ア、ウ (観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話) |
| 第2時 | 三角関数の不定積分, 指数関数の不定積分などの公式を理解する。 | | ● | ● | イ、ウ (観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話) |

| | | | | | |
|------------------|--|---|---|---|-----------------------------------|
| 第3時 〜 第8時 | <ul style="list-style-type: none"> 置換積分法について理解する。 部分積分法について理解する。 | ● | ● | | ア、イ (観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話) |
| 第9時 ・ 第10時 | <ul style="list-style-type: none"> 複雑な分数関数の積などの不定積分について理解する。 複雑な三角関数の積などの不定積分について理解する。 | ● | | ● | ア、ウ (観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話) |
| 第11時 (本時) | <ul style="list-style-type: none"> 問題解決の方向性を決定しながら不定積分を求め、いろいろな関数について既習の内容や精査した情報を基にして考察する。 | | ● | | イ (観察、机間指導、ワークシートなどの記述内容、発話) |

(5) 本時 (全 11 時間中の 11 時間目)

ア 本時の目標

- 問題解決の方向性を選択、決定しながら不定積分を求め、考え方や解法を吟味し、理解を深めることができる。
- いろいろな関数の不定積分を既習の内容や精査した情報を基に考察し、関数の特徴を統合・体系化することができる。

イ 仮説に基づく本時のねらい

「数学的な見方・考え方」を働かせる教材や発問の工夫をし、数学的活動をさせることにより思考力・判断力・表現力を高められる。

ウ 本時の展開

| 時間 | 学習内容・学習活動 | 指導上の留意点 | 評価規準・方法 |
|--------------|---|---|---------|
| 導入 7 分 | <ul style="list-style-type: none"> 本時の流れを説明する。 宿題の答え合わせをして、これまでに学んだ不定積分の復習をするとともに、既習事項の確認をする。 | <ul style="list-style-type: none"> 解答プリントを配布する。 積分計算では、大きく分けて置換積分法と部分積分法があることを確認する。 | |
| | 宿題 次の不定積分を求めよ。 (1) $\int x\sqrt{x-1} dx$ (2) $\int x \log x dx$ (3) $\int \sin^2 x dx$ | | |

| | | | | |
|----------------|---|--|--|--|
| 展開 ① 20分 | 問題1 次の不定積分を置換積分法か部分積分法で求めよ。 $\int \cos x \sin x dx$ 【② 複数の解き方が考えられる課題の設定、発問の工夫】 | | イ ・不定積分を求める過程を2通りの解法で考察することができる。 ・不定積分を求める過程を考察することができる。 ・不定積分を求める過程を考察することができない。 【観察・ノートの記述内容・発話】 | |
| | <ul style="list-style-type: none"> ・問題を解く前に、置換積分法、部分積分法のどちらの方法で求められそうか予想する。 ・個人で考える。 ・解答を板書する。 ・解の形が違うが変形すれば一致することをプリントで確認する。 | <ul style="list-style-type: none"> ・どちらの方法で解くか選択させる。 ・机間指導で、考えの進まない生徒にはヒントを与える。 ・解けた生徒には、他の方法でも解くように指示する。 ・置換積分法で解いた生徒と部分積分法で解いた生徒の二グループに分け、板書させる。 | | |
| 展開 ② 18分 | 問題2 置換積分法と部分積分法で解いた問題を洗い出し、関数の特徴を調べよ。 【④ 多様な考えを共有する活動】 | | イ ・どちらの解法でも解ける問題の特徴を考察することができる。 ・それぞれの解法で解ける問題の特徴を考察することができる。 【観察・ノートの記述内容・発話】 | |
| | <ul style="list-style-type: none"> ・グループで考える。 ・考えを発表する。 | <ul style="list-style-type: none"> ・置換積分法と部分積分法で解いた問題の洗い出しは宿題として取り組ませておく。 ・自分の考えを文章や発話によって表現し、互いに考えを適切に伝え合いながら考える。 | | |
| まとめ 5分 | <ul style="list-style-type: none"> ・本時を振り返る。 | <ul style="list-style-type: none"> ・今回の授業を振り返るワークシートを記入する。 | | |

(6) 本時の振り返り

ア 具体的方策

導入時に復習として、置換積分法、部分積分法、三角関数の公式について確認してから置換積分する方法を振り返った。

「問題1」は置換積分法、部分積分法、三角関数の公式のどれを使っても解を求めることができる。問題を解く前に、どの方法で解くか選択させたが、半数以上の生徒が部分積分を選択した。生徒自ら選択した解法で解けた生徒は、他の解法でも解けるか試していた。答え合わせでは、復習で取り組ませた三つの方法で解いた解答を板書させた。各解答を比較すると、答えが異なっていた。

一見違っているように思えるが、どの解き方も正しいことを確認し、なぜ答えが異なっているのか生徒同士で意見を交換する場面も見られた。

「問題 2」ではこれまで置換積分法で解いた問題と部分積分法で解いた問題をそれぞれ模造紙に書き出し、式の特徴を考察させ、比較させた。二つのグループで特徴を考察し、他のグループの生徒と意見を交換し、他のグループからの意見も参考にしながら考えを深めていた。

イ 生徒の取組

- ・ 「問題 1」では、生徒各自が考え、解けない場合、解からないところを聞いたり、教え合ったりしていた。また、別解を考えるなど主体的に活動していた。さらに、生徒同士で解き方や解法を吟味し、不定積分の理解を深めていた。
- ・ 「問題 2」において、置換積分法で解いた問題では「関数に $\sqrt{\quad}$ を含んでいる」ことや、「合成関数である」ことなどの特徴を挙げていた。
- ・ 部分積分法で解いた問題では、「二つの関数の積の形になっている。」ことや、「微分はできるが積分することが難しい関数を含んでいる。」などの特徴を挙げていた。
- ・ 「置換積分法と部分積分法のどちらの解法で解くかという見分け方や式の特徴をつかめば、問題を解きやすくなる。」という感想も挙げていた。
- ・ こうした活動を通して、いろいろな関数の不定積分を既習の内容や精査した情報を基に考察し、関数の特徴を統合・体系化することができた。

(7) 成果と課題

表 1 は、本時の最後に振り返りシートの集計結果である。各アンケートの項目について、全員が「よくできた。」「まあまあできた。」と肯定的な回答をしている。このことから、扱った具体的方策には効果があったことを確認することができた。

表 2 は、これまでの授業を通しての振り返りシートのアンケート結果である。この結果から、「ただ解くのではなく、問題に対して見通しをもって解決しようとするようになってきた。」「問題に対して、それまでに習ったり経験したりした内容や、新たに得た様々な情報をもとに、解決の方向性を選択・決定するようになってきた。」と肯定的な回答をしており、「問題解決の過程や結果を振り返り、新たな問いを見いだしたり、知識・技能をつなげたり整理したりするようになってきた。」「言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いることで、自らの考えを表現しようとするようになってきた。」と否定的な回答をしており、今後も継続的な指導をして肯定的な回答になるようにする必要がある。

今回の検証授業の「問題 1」では置換積分法と部分積分法のどちらでも解くことができる関数を扱ったが、一方でしか解けない関数、置換積分法と部分積分法を両方使って解く関数、積分ができない関数なども扱うことで、生徒の思考力・判断力・表現力を高められると考える。

また、本時で扱った問題の中には、解の式が一見異なっているものもある。これらは、三角関数の公式等を使うことで解が一致することを丁寧に確認する必要がある。この部分を課題として捉え、授業を展開することも思考力・判断力・表現力を高めるために必要であると考える。

表 1 検証授業後のアンケート

(単位 %)

| No | 質問 | よくできた (すごくそう思う) | まあまあできた (そう思う) | あまりできなかった (あまり変わらない) | できなかった (まったく変わらない) |
|----|--|--------------------|-------------------|-------------------------|-----------------------|
| 1 | 問題を解くにあたり、あきらめずに考え続けることはできましたか？(態度・思考力) | 40.0 | 60.0 | 0.0 | 0.0 |
| 2 | 自分の解法を吟味し、自分なりに考えようと努力することはできましたか？(判断力・思考力) | 60.0 | 40.0 | 0.0 | 0.0 |
| 3 | 自分の考えを文章や発話で表現し、互いに考えを伝え合いながら調べようと努力できましたか？(表現力) | 80.0 | 20.0 | 0.0 | 0.0 |
| 4 | このような授業で数学的思考力は養われると思いますか？ | 60.0 | 40.0 | 0.0 | 0.0 |

表 2 定期考査後のアンケート

(単位 %)

| | 質問内容 | すごく そう思う | そう思う | あまり 変わらない | まったく 変わらない |
|---|---|-------------|------|--------------|---------------|
| 1 | 数学的な見方・考え方を働かせながら考えるようになってきた。 | 12.5 | 62.5 | 25.0 | 0 |
| 2 | ただ解くのではなく、問題に対して見通しをもって解決しようとするようになってきた。 | 25.0 | 75.0 | 0 | 0 |
| 3 | 問題解決の過程や結果を振り返り、新たな問いを見いだしたり、知識・技能をつなげたり整理したりするようになってきた。 | 25.0 | 37.5 | 37.5 | 0 |
| 4 | 問題に対して、それまでに習ったり経験したりした内容や、新たに得た様々な情報をもとに、解決の方向性を選択・決定するようになってきた。 | 12.5 | 87.5 | 0 | 0 |
| 5 | 言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いることで、自らの考えを表現しようとするようになってきた。 | 25.0 | 25.0 | 50.0 | 0 |
| 6 | 自らの考えを、簡潔・明瞭・的確に説明し、他者と協働し伝え合うようになってきた。 | 37.5 | 50.0 | 12.5 | 0 |

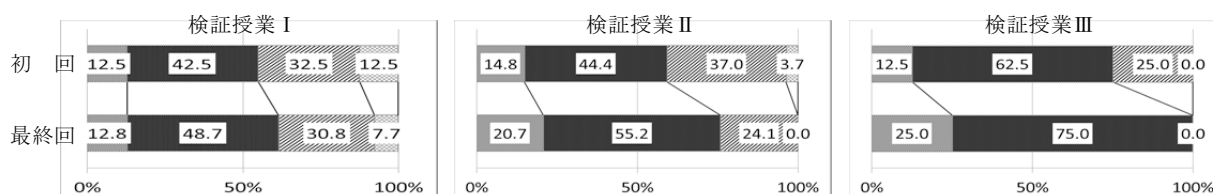
VI 研究の成果

1 検証授業について

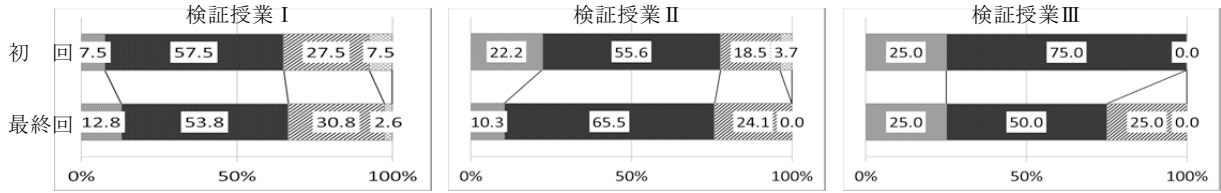
(1) 振り返りシートの比較について

今回、検証授業では、本研究の仮説である『数学的な見方・考え方』を働かせる教材や発問の工夫をし、数学的活動をさせることで思考力・判断力・表現力を高めるために、四つの中から二つの具体的方策を取り入れた。また、定期的に振り返りシートを書かせ、それらを活用しながら成果を検証した。以下、振り返りシートの質問とその回答をグラフにしたものである。左から順に検証授業Ⅰ、検証授業Ⅱ、検証授業Ⅲであり、上段が初回とったアンケート結果、下段が最終回にとったアンケート結果である。

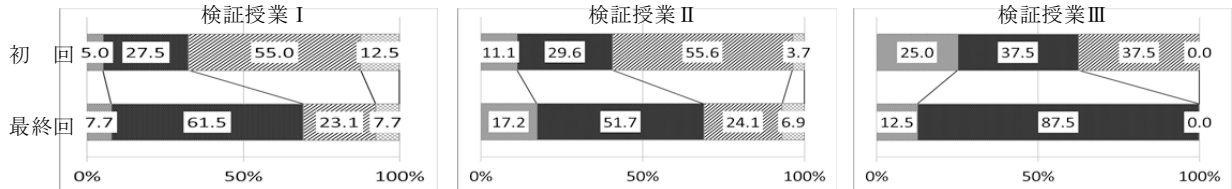
質問 1 数学的な見方・考え方を働かせながら考えるようになってきた。(思考力)



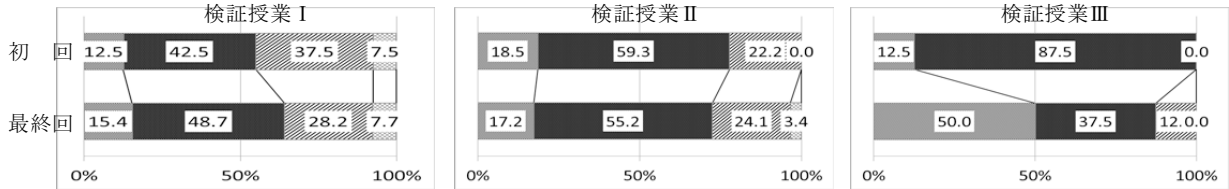
質問2 ただ解くのではなく、問題に対して見通しをもって解決しようとするようになってきた。(思考力)



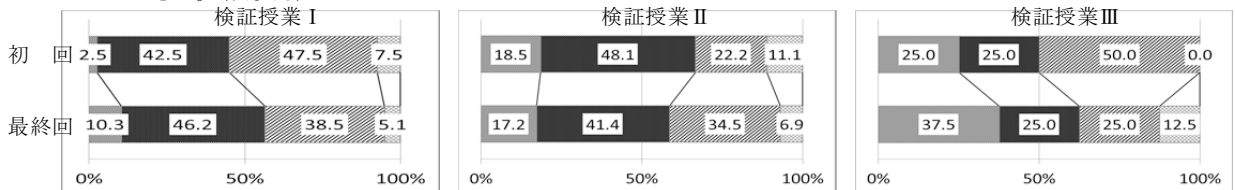
質問3 問題解決の過程や結果を振り返り、新たな問いを見いだしたり、知識・技能をつなげたり整理したりするようになってきた。(思考力)



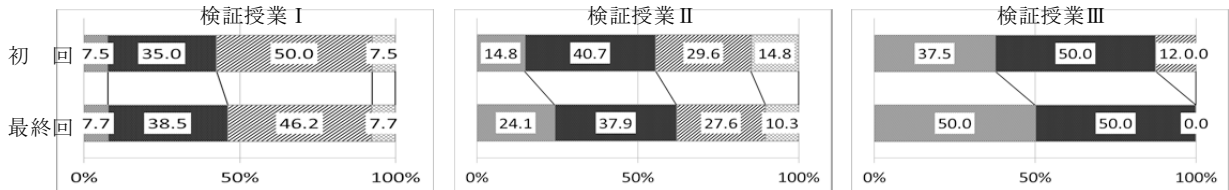
質問4 問題に対して、それまでに習ったり経験したりした内容や、新たに得た様々な情報をもとに、解決の方向性を選択・決定するようになってきた。(判断力)



質問5 言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いることで、自らの考えを表現しようとするようになってきた。(表現力)



質問6 自らの考えを、簡潔・明瞭・的確に説明し、他者と協働し伝え合うようになってきた。(表現力)



(データ：左から、すごく思う、そう思う、あまり変わらない、まったく変わらない)

(2) 検証授業 I について

(具体的方策「①生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。」「③問題の解き方や解答を考察させる。」)

初回の振り返りシートでは、「思考力」に係わる質問に対しては過半数の生徒が肯定的であったものの、「判断力」や「表現力」に係わる質問は否定的な回答のほうが多く見られた。

「自分で問題を作る。」「それを隣の生徒と交換し、解き合う。」「採点し、正解を確認し合う。」という活動を取り入れ、生徒の主体的な活動や対話しながら活動した。また問題の難易度を生徒が選べるようにし、生徒が参加できるように工夫した結果、最終回の振り返りシートでは、全てのアンケートの項目において、改善が見られた。特に「質問3 問題解決の

過程や結果を振り返り、新たな問いを見いだしたり、知識・技能をつなげたり整理したりするようになってきた。(思考力)」で大きな効果があった。生徒からは「どんな数字を設定するかで、解き方や答えに色々な違いが出ることが分かった。」「分からなくても先生に聞かないで自分で考えたら解決できた。」という回答を得た。また、このような活動を通して「主体的に考え、取り組むようになる。」と多数の意見があった。

(3) 検証授業Ⅱについて

(具体的方策「①生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。」「③問題の解き方や解答を考察させる。」)

初回の振り返りシートでは、「質問3 問題解決の過程や結果を振り返り、新たな問いを見いだしたり、知識・技能をつなげたり整理したりするようになってきた。(思考力)」のみ否定的な意見が過半数を超えていた。

毎時間、授業の最後に文章による授業の振り返りを行った。また、「生徒の興味を喚起しながら本質的な内容を自然に獲得できる。」ことを目指した導入教材を取り入れた。更に、授業の最後に小テストを実施し、面識のなかった生徒同士の交流も見られるようになった。

最終回の振り返りシートでは「思考力」に係わる項目が大きく改善された。また、生徒同士で交流し対話的な活動が充実した影響で、「質問6 自らの考えを、簡潔・明瞭・的確に説明し、他者と協働し伝え合うようになってきた。(表現力)」も改善された。

(4) 検証授業Ⅲについて

(具体的方策「②複数の解き方が考えられる課題を設定し、発問を工夫する。」「④多様な考えを共有する活動を取り入れる。」)

初回の振り返りシートでは、「質問5 言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いることで、自らの考えを表現しようとするようになってきた。(表現力)」以外の項目で肯定的な意見が多かった。また、振り返りシートの自由記述欄では、問題を解いた後、見直しが必要だと改めて感じた生徒が多かった。更に生徒は、問題の過程や結果を振り返りやすくするため、ノートを丁寧に書くことの大切さやノートを見返した時に見やすいかを確認する重要さに気が付くことができた。その他、「間違えた問題は時間を空けて何回か解くようにしたい。」という意見もあった。

最終回の振り返りシートでは、質問5も肯定的な意見に改善された。また、生徒からは、「復習を繰り返し、基礎を固め、応用に挑戦し、分からなかった問題も解けるようになった。」「図を書くことで答えを見いだすことができた。図を書くことの重要性を改めて理解した。」「様々な解法があり、どの解法で解くのか、自分の中でより考え抜いて問題に取り組むことができた。また、分からなくて困っている仲間との教え合いや解法について意見を交換するようになった。」との意見があった。

2 「数学的な見方・考え方」を働かせ、協働的な学習を通して、思考力・判断力・表現力を高めるための授業改善について

検証授業の結果から、四つの具体的方策を取り入れた授業を行うことで、思考力・判断力・表現力を高めることができることを確認した。特に、振り返りシートの「質問3 (思考力)」については、特色の異なる三校全ての検証授業において大きな改善が見られた。具体的方策

を取り入れることで、生徒の学習が主体的・対話的で深い学びへと変容するとともに、生徒自身が自己を肯定的に評価するようになるという、好ましい変容も確認できた。

また、振り返りシートのその他の質問項目についても、改善の見られるものが多かった。否定的な意見についても、減少しているものも多く見られる。各校の学習実体や学校の状況に応じて、ねらいに即した具体的方策を取り入れることにより、思考力・判断力・表現力を高める授業改善につながり、生徒の学びが変容することが分かる。

Ⅶ 今後の課題

1 検証授業について

(1) 検証授業Ⅰについて

(具体的方策「①生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。」「③問題の解き方や解答を考察させる。」)

「思考力」に関しては生徒自身も高まったと実感しているが、「判断力」「表現力」に関しては高まったと実感させることができなかった。生徒にとって、各単元で学ぶ内容が既習事項等とつながらず、断片的な理解に留まっている。今後、既習事項と新たな内容をつなぎ、総合的に考え、判断し、表現できるようにすることが課題である。

初回の振り返りシートでは、授業への率直な意見を述べてさせた際、多くの生徒から「授業が速すぎて分からない。」「理解できないまま先へ進んでしまう。」などの意見があった。最終回の結果では、まだ同様の意見があったが、大きく減少した。また、「理解した内容を定着させるために演習の時間を多くしてほしい。」という意見もあり、学力の定着を図るために講義と演習の時間のバランスを検討する必要がある。

(2) 検証授業Ⅱについて

(具体的方策「①生徒が自ら問題を見いだす課題を設定する。」「③問題の解き方や解答を考察させる。」)

振り返りシートの初回と最終回を比較すると、若干であるが、質問2、質問4、質問5、質問6について肯定的な回答が低くなった。理由として、導入教材を用いた取組に困難さを感じている生徒や、授業のまとめの時間や理解の不足を感じている生徒がいる。導入教材の更なる改善、授業の時間構成について再検討の必要がある。

(3) 検証授業Ⅲについて

(具体的方策「②複数の解き方が考えられる課題を設定し、発問を工夫する。」「④多様な考えを共有する活動を取り入れる。」)

数学Ⅲの積分において、必ずしも複数の解き方が存在する問題があるとは限らず、授業によっては検証授業のような取組ができない場合もある。また、今回の検証授業のように、解が異なる式となった場合に、それらが一致しているか確認する作業が必要になる。授業で理解させたい内容とその他必要になる知識や作業のバランスをとることや、課題設定、発問の工夫の準備など工夫が必要である。

今回検証したクラスは、生徒の理解度や授業に対する意欲が高く、また少人数の選択授業であったため、協働的な活動がしやすかったが、生徒数が多い場合や扱う学習内容によっては、生徒のつまづきを予想した対応も検討する必要がある。

2 振り返りシートを活用するための課題

今回は、各検証授業において、授業後に振り返りシートを記入させた。共通の振り返りシートは最低2回実施した。振り返りシートの結果から判断力や表現力を高めるためには、今回のように短期的ではなく、中・長期的に取り組む必要がある。振り返りシートの内容の改善や中・長期的に実施することで、生徒個々に自己課題を認識させ、各単元とのつながりを考えた体系的に考える力を高めることで、よりよい変容が期待できると考える。

3 思考力・判断力・表現力を高める具体的方策の課題

振り返りシートの結果から、思考力・判断力については、充実感等が高められたが、表現力については高めることができなかった。原因として、これまで十分に数学的に表現する活動をしておらず、表現することが不慣れであることが予想される。これまでも教師は記述の仕方、数学的な考えや概念について説明や指導をしているが、生徒は解法だけを理解し、概念や解答に至るまでの過程を理解することが難しい。また、言葉、図、式などは解答に至るための機械的な作業の一環と認識し、他者に説明するためのツールとして活用する意識が高められていなかった。今回の研究を受け、数学的に表現することについて、どのような表現をすることが大切なのか研究し、生徒の表現する活動（板書、説明などの発言）を充実させ、表現力を高めるために繰り返し演習させるような取組も必要であると考え。そのために、組織的に年間指導計画について共通理解を図り、公式や定理等が成り立った背景や他の単元とのつながりなどを考慮した授業展開を実施し、生徒の思考力・判断力・表現力を高める取組を継続的に行うことが大切である。また、具体的方策についても再考し、改善する必要があると考える。

平成 29 年度 教育研究員名簿

高等学校・数学

| 学 校 名 | 職 名 | 氏 名 |
|----------------|------|-----------|
| 東京都立六本木高等学校 | 教 諭 | 池 田 卓 也 |
| 東京都立小石川中等教育学校 | 主任教諭 | 齋 藤 隆 徳 |
| 東京都立日本橋高等学校 | 主任教諭 | 碓 井 慶 彦 |
| 東京都立桜町高等学校 | 教 諭 | 渡 邊 直 子 |
| 東京都立深沢高等学校 | 教 諭 | ○ 今 井 陽 一 |
| 東京都立鷺宮高等学校 | 主任教諭 | ◎ 北 村 洋 |
| 東京都立砂川高等学校 | 教 諭 | 坂 井 田 博 史 |
| 東京都立立川国際中等教育学校 | 教 諭 | 市 川 優 |

◎ 世話人 ○副世話人

[担当] 東京都教育庁指導部高等学校教育指導課
指導主事 小泉 博紀

平成 29 年度

教育研究員研究報告書

高等学校・数学

東京都教育委員会印刷物登録

平成 29 年度第 142 号

平成 30 年 3 月

編集・発行 東京都教育庁指導部指導企画課
所在地 東京都新宿区西新宿二丁目 8 番 1 号
電話番号 (03) 5320-6849
印刷会社 康印刷株式会社