

小学校

平成 16 年 度

教育研究員研究報告書

算	数
---	---

東京都教職員研修センター

【算数科共通研究主題】
数学的な考え方を育てる指導の工夫

目次

課題把握や見通しの際に働く直観力の育成	(少人数等分科会)・・・	1
単位の考えを活用して問題解決する力を高める指導の工夫	(3・4年分科会)・・・	7
演繹的な考えの基礎を培う指導の工夫	(5年分科会)・・・	13
発表・検討場面における関連付けて考える力の育成	(6年分科会)・・・	19

【概要】

算数科の目標は、数量や図形についての算数的活動を通して、基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち、筋道を立てて考える能力を育てるとともに、活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活に生かそうとする態度を育てることである。この目標を達成するためには、問題解決の過程において数学的な考え方の育成を一層重視する必要があると考え、表記の共通主題を設定した。

各分科会は、数学的な考え方を分析するとともに、児童の実態等を踏まえ、それぞれの分科会研究主題を設定した。そして、次の視点から数学的な考え方を育てる指導と評価について実践的に追究することとした。

- | | |
|------------|--|
| 少人数等分科会・・・ | 課題把握や見通しの場面で有効な考え方や技能及びその系統などを明らかにし、活用した考え方や技能のよさを価値付ける指導を計画的に行うことを通して、新たな問題に出合ったときに働く直観力を育てる指導の工夫 |
| 3・4年分科会・・・ | 単位の考え及びその系統性を明らかにし、単位の考えを意識した学習活動を取り入れることで、問題解決する力を高めるための指導の工夫 |
| 5年分科会・・・ | 根拠を明らかにして分かったことを説明し、それが正しいかどうかを確かめ、一般性を求めようとする態度など演繹的な考えの基礎を培う指導の工夫 |
| 6年分科会・・・ | 多様な考えを関連付ける指導のねらいを明らかにし、学習過程や発問を工夫することによって、発表・検討場面における関連付けて考える力の育成 |

課題把握や見通しの際に働く直観力の育成（少人数等分科会）

主題設定の理由

今日の社会的な課題の一つに「思考力・判断力の育成」がある。平成14年に教育庁が実施した教育モニターアンケートの結果や平成15年に経済同友会が実施した企業の教育・人材に関するアンケート調査の結果からは、思考力や判断力を育成することの必要性が読み取れる。また、現行の学習指導要領のねらいである「生きる力」の育成の中でも思考力や判断力が取り上げられている。一方、平成13年度小中学校教育課程実施状況調査によると、「思考・判断」について評価する問題では、通過率が設定通過率を下回るものが多く、児童・生徒の実態は十分ではないと考えられる。

算数科において、思考力・判断力を育成していくためには、課題を把握し見通しをもち筋道立てて考えていく問題解決的な学習を進める必要がある。その過程では、直観力や論理的な思考力が重要な働きをすると考えられる。例えば、考察の対象を柔軟にとらえるときや問題の構造や規則性を見抜くときには直観力が働き、明確な根拠を示しながら考えを進めていくときには論理的な思考力が働く。その重要さから、これまでも、直観力や論理的な思考力の育成を踏まえた指導は、実践されてきている。しかし、児童の実態は十分ではなく、中には、課題に対しての見通しが全くもてなかったり、なかなか構造が見抜けず誤った見通しのもと思考を進めて行き詰まってしまったり、解決の根拠を問われると答えられなかったりする姿も見られる。

そこで、本分科会では問題解決的な学習の「課題把握」「見通し」の場面に着目し、児童が「こうすれば解決できる」ということを考えつくときに働く「直観力」に焦点を当てて研究を進めることにした。「直観力」を育成することにより、児童が問題解決の際に、自ら判断し、思考を進めて解決することができるようになることが期待できる。またそのことは、数学的な考え方を育てることにもつながると考え、本主題を設定した。

研究のねらい

- ・直観力と論理的な思考力の関係を明らかにする。
- ・直観力を働かせて見通しをもつときの助けになる技能を整理し、資料化する。
- ・直観力を育成する指導の工夫を盛り込んだ学習モデルを作成する。

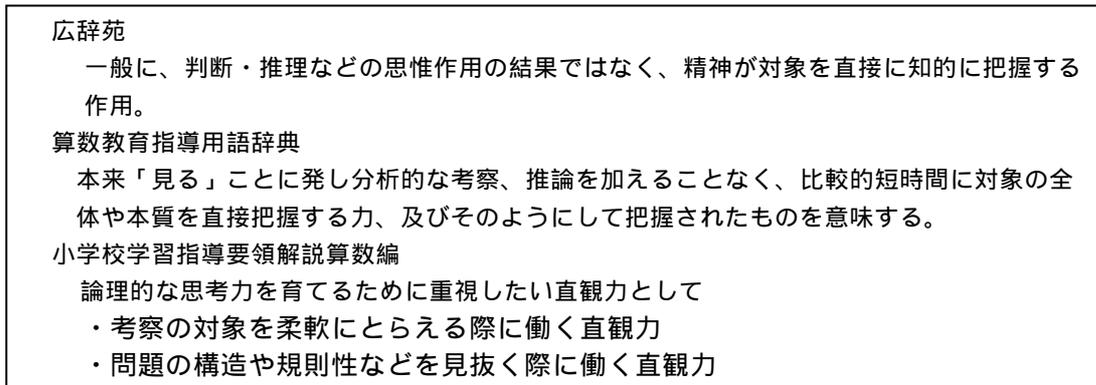
研究の仮説

課題把握や見通しの場面で有効な考え方や技能及びその系統などを明らかにし、活用した考え方や技能のよさを価値付ける指導を計画的に行うことによって、新たな問題に出合ったときに働く直観力が育っていくだろう。

研究の内容

1 「直観力」について

(1) 本分科会の考える直観力



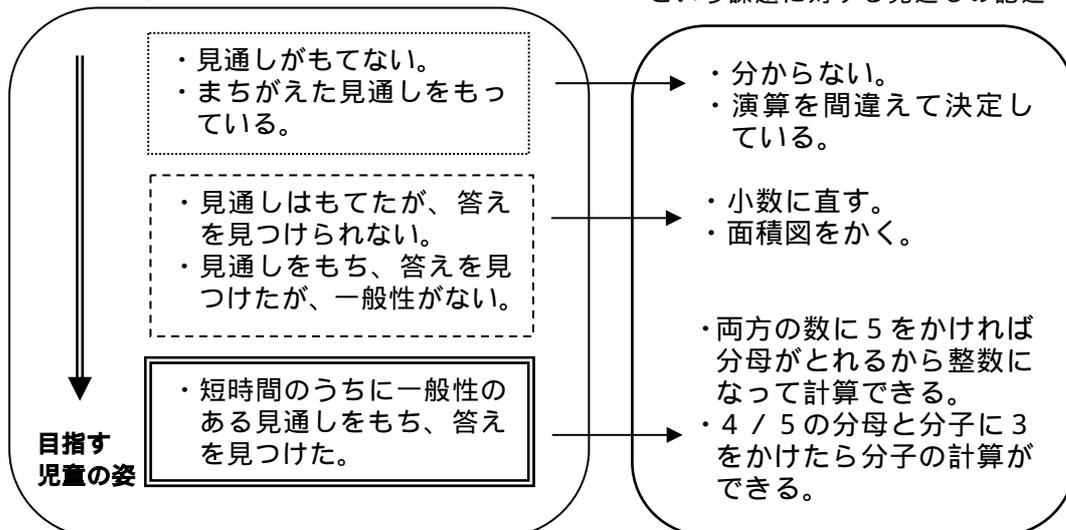
↓ これらを踏まえ、本分科会では直観力を以下のように定義した。

比較的短時間に課題の全体や本質を直接把握する力

具体的には...

児童の姿

「 $\frac{4}{5} \div 3$ の計算のしかたを考えよう」
という課題に対する見通しの記述



(2) 直観力の評価

直観力とは、比較的短時間に課題の全体や本質を直接把握する力であり、それは児童の頭の中で行われるため把握しにくいものである。そこで、児童が見通しを記述したり、発表したりする活動を学習過程に位置付けることで、教師が把握しやすいようにした。その記述等から、上記の児童の姿の中のどの段階にあるのかを評価し、小集団指導等における指導に役立てる。

(3) 直観力と論理的な思考力の関係

清水静海氏は、自らが監修した「新学習指導要領 算数科のキーワード1 論理的な思考力や直観力を育てる」(明治図書出版)の中で「直観は思考を進めていくときその前途を照らしてくれる光であり、論理はこの思考の正しいことを保証してくれるものである。」「また、

直観は、論理の裏づけによって一層洗練され、より高い直観になるともいわれている。」と述べている。その内容から、直観力と論理的な思考力は、互いが支え合い高め合うような関係にあり、どちらも大切なものであるということが分かる。

以上の関係を、本分科会が研究の対象とする「課題把握」「見通し」の場面に限定してとらえ直すと、「直観がその後の論理的な思考の方向を定める」という関係であるといえる。

(4) 課題把握や見通しの場面で働く考え方の具体例

片桐重男氏が著書「算数教育の新しい体系と課題 1 数学的な考え方を育てるねらいと評価」(明治図書出版)の中で「直観は、論理的に考えていったものが、これを繰り返すことによって、瞬間的に判断できるようになったものと考えられる。」と述べている。

本分科会では、このことを参考にし、課題把握や見通しの場面において行っている論理的な思考を右の表にまとめた。つまりきのある児童には、これらの考え方ができるように助言し、直観力の育成を図っていく。

課題把握や見通しの場面で働く考え方の具体例	
・	分かっていることと分からないことをはっきりさせる
・	簡単な数にする
・	問題の要素の関係を絵や図、式、記号などに表す
・	似ている問題はないか考える
・	問題を分けて考える
・	条件を限定して特別な場合を考える
・	決まりがあるか考える
・	1に当たる大きさに着目する
・	既習事項に関連付けて考える
・	どの方法が使いそうか考える
・	結果がどのくらいになりそうか考える

2 直観力を育成するための工夫

(1) 直観力を働かせて見通しをもつときの助けになる技能

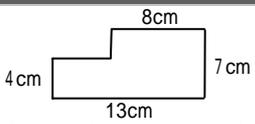
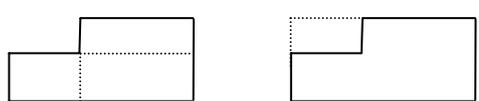
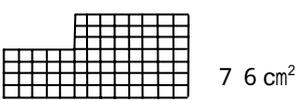
下の表にある技能は、直観力を働かせて見通しをもつときの助けになると考える。したがって、各学年の学習を通して、これらの技能を十分使いこなせるよう系統的に指導を行うことが必要である。その際には、重点的に指導する学年及び学習内容を明らかにして、意図的・計画的な指導を行うとともに、その維持・向上を図るための継続的な指導を行うことが大切である。

	数と計算							量と測定			図形		数量関係		
	具体物を操作する	半具体物を操作する	アレイ図で表す	テープ図で表す	線分図で表す	数直線で表す	を使った式に表す	図をかく	対象を操作する	数直線で表す	作図する	対象を操作する	表に整理する	数直線で表す	線分図で表す
1年															
2年															
3年															
4年															
5年															
6年															

重点的に指導する学年

 問題解決の中で活用を図る学年

(2) 直観力を育成するための指導の工夫を盛り込んだ学習モデル

学習過程	<p style="text-align: center;">指導の工夫を盛り込んだ指導例 第4学年「面積」(5/9)</p>
課題把握	<p>右の図形の面積を求めましょう。</p>  <p>どのようにしたら求められるかをワークシートの見通しをかく欄にかき、必要な長さを測って、面積を求めましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 分けて2個の長方形の面積を求めてたす。 分けて3個の長方形の面積を求めてたす。 左上をあるものとして考える。 1cm²が何個かを数える。 分からない。 <p style="text-align: right;">見通しの記述</p>
見通し	<p>小集団指導</p> <ul style="list-style-type: none"> 面積は何を並べて考えましたか。 どんな形の面積なら求められますか。 知っている形に分けられませんか。  <p style="text-align: center;"> $4 \times 4 = 16$ $3 \times 8 = 24$ $7 \times 8 = 56$ $4 \times 13 = 52$ $20 + 56 = 76$ $24 + 52 = 76$ </p>  <p style="text-align: center;"> $5 \times 4 = 20$ $5 + 8 = 13$ $3 \times 8 = 24$ $13 \times 7 = 91$ $4 \times 8 = 32$ $3 \times 5 = 15$ $20 + 24 + 32 = 76$ $91 - 15 = 76$ </p>  <p style="text-align: center;">76 cm²</p>
自力解決	<p>見通しとその見通しにしようと思ったわけと、面積の求め方を発表しましょう。</p> <p style="text-align: center;">根拠と見通しを明らかにした発表</p> <ul style="list-style-type: none"> 長方形の面積ならできるから、<u>分けて求めよう</u>と思いました。～略～ 長方形の面積ならできるからあるものとして<u>考えて、あとからそこをひいて求めよう</u>と思いました。～略～ 面積は1cm²がいくつ並ぶかだったから、縦と横が1cmのマスをかき、数えました。～略～
発表・検討	<p>今日の学習を振り返り、よい考え方やこれから役立つような考え方をカードに書きましょう。学習感想に、自分の見通しがよかったかどうかを振り返って書きましょう。</p> <p style="text-align: right;">見通しの振り返り</p>
まとめ	<p>児童が、自分の考えた見通しを記述できるようにワークシートを工夫したり、ノートを使い方を指導したりする。見通しを記述することは、問題解決後に自分の考えを見直したり、客観的に振り返ったりするなど、その後の問題解決の各場面において有効に働く。また、次の新たな問題解決の際の直観力につながるため、習慣化させていく。</p> <p>見通しをもつことが十分ではない児童を対象に、小集団指導を行う。ここでは、発問の工夫で指導の段階を細かくしたり、解決方法についての見通しを例示したりして、論理的な思考力を育てていく。このことにより、問題を解決する際の思考の進め方を身に付けることができ、直観力の育成にもつながる。</p> <p>児童には、各自が解決した筋道だけでなく、解決しようとした根拠と見通しをあわせて発表するように指導する。このことにより、その解決をした児童がどのように構造を把握し、どんな根拠と見通しを基にしているかが明確になる。この点について比較・検討し、よい考えを価値付けていく(左表の下線)。このことは、その児童に次の意欲を育てるとともに、他の児童には次の新たな問題解決の際の直観力につながる。</p> <p>児童にはよい考え方やこれから役に立ちそうな考え方をカードに記入することや、いつでも見られるように保管することを指導する。このカードは、新たな問題解決的な学習で、見通しがないときなどに、既習の学習を振り返るための有効な手がかりとなる。また、学習感想の中で自分の考えた見通しが問題解決に有効だったかどうかを振り返り、自己評価する場面を設定する。これを繰り返すことにより、よりよい見通しをもつとする態度の育成につながる。これらのことは、新たな問題解決の際の直観力につながるため、習慣になるよう指導する。</p>

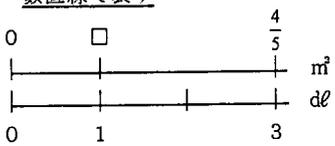
V 実践事例

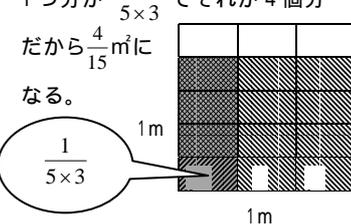
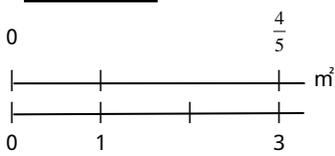
6年 「分数のかけ算わり算(1)」(4/8)

(1) 本時の目標

見通しをもち、数直線や計算のきまりなどを使って、計算の仕方を考える。(考)

(2) 展開

学習過程	<p>○主な発問 直観力を育てる指導の工夫 価値付ける考え方や技能</p> <p>・予想される児童の反応 評 評価 *具体的な指導の工夫の内容</p>
課題把握	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>$\frac{4}{5}$ m²の壁をぬるのに、ペンキを3dl使います。このペンキでは1dl当たり何m²ぬれるでしょうか。立式をし、計算の仕方を考えましょう。</p> </div> <p>○見通しをもち、計算の仕方を考えましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1dl当たりでぬれる面積を求める問題だね。 ・1dl当たりを求めるから何算で答えが求められるかな。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto;"> <p>見通しの記述</p> <p>評ノートの記述から児童の見通しがどの段階にあるのかを把握し評価を行う。(考)</p> </div>
見通し	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>・短時間のうちに一般性のある見通しをもち、答えを見つけた。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・<u>わる数とわられる数に同じ数をかけても答えは変わらないから5をかけて整数にして計算しよう。</u> ・<u>分子が3でわれるように、分母と分子に3をかけて計算しよう。</u> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>・見通しはもてたが、答えを見つけれない。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・<u>数直線を使えば、答えが求められそうだ。</u> ・<u>見通しをもち、答えを見つけたが、一般性がない。</u> <ul style="list-style-type: none"> ・<u>図に表せば答えを求めることができる。</u> ・<u>小数に直せば計算できて答えを求めることができる。</u> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>・見通しがもてない。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・何をを使って考えればよいか分からないな。 ・<u>まちがえた見通しをもっている。</u> ・この問題場面は分数のかけ算だから$\frac{4}{5} \div 3$の式になるな。
自力解決	<ul style="list-style-type: none"> ・<u>わり算のきまりを使う</u> わる数とわられる数に同じ数をかけても答えは変わらないから。 $\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4 \times 5}{5} \div (3 \times 5)$ $= 4 \div (3 \times 5)$ $= 4 \div (5 \times 3)$ ・<u>分数で表すと</u> $\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$ だから $\frac{4}{15}$ m² ・<u>小数に直す</u> $\frac{4}{5} = 4 \div 5 = 0.8$ $\frac{4}{5} \div 3 = 0.8 \div 3 = 0.222 \dots$ わりきれない。他の方法はないかな。 ・<u>数直線で表す</u>  <p>数直線から考えると式は$\frac{4}{5} \div 3$になる。 3でわると考えるとこのままでは答えが求められないな。他に方法はないかな。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>小集団指導</p> <p>*まちがった演算決定をしている児童には、数直線を用意し、分かっていることや求めたいことを書き込んで整理し、わり算であることが理解できるようにする。</p> <p>*見通しをもてない児童には、前時までのノートやアイデアカードを振り返り自分が使えるような考えを選択するように助言する。</p> </div>

<p>・かけ算のきまりを使う</p> <p>分子が3でわれるように、分母と分子に3をかける。</p> $\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4 \div 3 \times 3}{5 \div 3}$ $= \frac{4}{5 \times 3}$ $= \frac{4}{15}$ <p>だから $\frac{4}{15} \text{ m}^2$</p>	<p>・図で表す</p> <p>1 m²のうち3 で $\frac{4}{5} \text{ m}^2$ぬれるから 1 だったらその $\frac{1}{3} \text{ m}^2$ぬれる。 1つ分が $\frac{1}{5 \times 3}$ でそれが4個分 だから $\frac{4}{15} \text{ m}^2$になる。</p>  <p>1m 1m</p> <p>*いつでも使える方法かどうか考えるよう助言する。</p>	<p>・数直線で表す</p>  <p>数直線から考えると式は $\frac{4}{5} \div 3$ になる。</p> <p>・図を使って考える などへ導く。</p>
<p>発表 ・ 検討</p>	<p>自分の見通しと理由、解決の過程を発表しましょう。</p> <p>・答えが分かりやすい図を使って答えを求めました。</p> <p>・分数を整数にすれば簡単に計算できると考えて、わり算のきまりを使って答えを求めました。</p> <p>よりよい考え方はどれですか。</p> <p>・小数に直すでは、わりきれないときがあるからいつでもは使えないね。</p> <p>・かけ算やわり算のきまりを使うといつでも、どんな分数でも計算できるね。</p> <p>根拠と見通しを明らかにした発表</p> <p>*「わたしは、 と考えてやりました。理由は～だからです。まず...。そして...。結果は～となりました。」という発表をする。</p>	
<p>まとめ</p>	<p>自分のもった見通しを振り返り、学習感想を書きましょう。</p> <p>今日の学習で使えるような考えをアイデアカードに書きましょう。</p> <p>見通しの振り返り</p>	

(3) ノートの記述内容からの評価

- ・自分で考えた見通しを基に計算の仕方を考えている。(考)
- ・計算処理を正しく行っている。(表・処)

成果と課題

< 成果 >

- ・直観力と論理的な思考力の関係を明らかにすることで、直観がその後の論理的思考の方向を定める役割をもっていることが分かった。
- ・課題把握や見通しにかかわる考え方や技能を整理したことで、直観力を育成する上での授業構成や具体的な手だてが明らかになった。
- ・直観力を育成する学習モデルを基に実践を重ねたことで、ノート等の記述に短時間で一般性のある見通しを記す児童が増えてきた。このことから、作成した学習モデルは、直観力を育成する上で有効であることが分かった。

< 課題 >

- ・課題把握や見通しの際に働く直観力のよりの確な評価の方法や場面を探る。
- ・課題把握や見通しの際に働く直観力を、直接的に育成する方法を追究する。
- ・問題解決学習の他の場面で働く直観力の育成についても研究を広げていく。

単位の考えを活用して問題解決する力を高める指導の工夫（3・4年分科会）

主題設定の理由

学習指導要領は、「生きる力」の育成を目指すとともに、「自ら学び、自ら考える力を育成すること」等をねらいとしている。これを受けて算数科では、基礎的な知識と技能を身に付けることや見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てること等を、目標としている。

このようなねらいは旧学習指導要領にもある。そのねらいに照らした学習の実現状況を把握する目的で行われた平成13年度小中学校教育課程実施状況調査によると、計算の技能に比べ、計算の意味理解と計算の仕方の思考・判断にかかわる問題で、通過率が設定通過率を下回るものが多いという結果がみられた。また、問題場面の数量の関係を式に表したり、式が表している考え方を説明したりする力が弱いという結果もみられた。

実際に、授業における児童の様子からも上記のような実態がうかがえる。例えば、2位数×2位数の計算で、十の位の部分積の大きさを意識せずに計算していたり、全体量と基準量を問題の中から読み取れなかったりするという傾向がそれにあたる。この傾向の原因としては、数の構成を理解したり、問題場面の数量の関係をとらえたりする力が弱いことが考えられる。これに加えて、高学年では、低・中学年に比べて、数の範囲が広がったり、問題構造が複雑になったりすることが、解決方法の発見をますます困難にしていると考えられる。

以上のような調査結果や児童の実態から、本分科会では、数の構成を理解したり、問題場面の数量の関係をとらえたりする力を育てることが必要だと考えた。そこで、「何かを1(単位)と見る」という見方や「そのいくつか」という考え方を活用できるようにすることを目指し、本研究主題を設定した。

研究のねらい

単位の考えにかかわる学習内容の系統性を明らかにし、資料化する。そして、児童が単位の考えを活用できるように系統性を意識した指導の工夫を提案する。

研究の仮説

単位の考えの系統性を意識して指導するとともに、操作や図を用いた表現など単位の大きさや関係をイメージできる活動を取り入れることにより、児童が問題を解決する力を育てることができるであろう。

研究の内容

1 単位の考え

片桐重男氏によると、「単位の考え」は構成要素(単位)の大きさや関係に着目する考えとされている。この単位の考えは、特に数と計算、量と測定の領域において広く活用されており、数のしくみや大小関係、測定、計算を学習する際に重要な考えである。

<p><単位の考え></p> <p>単位の大きさに着目する。 『何が1(単位)か?』と考える。</p> <p>単位と単位の関係に着目する。</p>	<p>活 用 例</p> <ul style="list-style-type: none">・十進位取り記数法では、10のまとまりごとに新しい単位を決めていく。・相対的に数をとらえる。500を、10を単位として50とみる。100を単位として5とみる。・分数の場合でも、単位分数を単位としてみる。・量を測るとき単位の大きさを決める。
---	---

また、「ある大きさのいくつ分」を考えるとという点でとらえたとき、乗除の計算場面においても、単位の考えが働いていると考えられる。そこで本分科会では、以下の計算場面についてもあわせて研究していくこととした。

<p><単位の考えの活用場面> 単位の大きさとその個数及び全体との関係をとらえる</p>	<p>活 用 例</p>	<p>・乗除についての計算 (単位の大きさ) × (単位のいくつ分) = (全体の量) (全体の量) ÷ (単位の大きさ) = (単位のいくつ分)</p>
--	----------------------	---

2 単位の考えを活用する学習内容についての系統と主な流れ

学習内容の関連を系統表にまとめ、その中から主な流れを抽出した。また、それぞれの関連を類別し、記号で示した。

主な流れ

<p>十 進 数</p>	<p>0 から 20 までの整数 (1 年) ・ 2, 4, 6, … と 2 ずつ数えたり、5, 10, 15, … と 5 ずつ数えたりする活動を取り入れる。 ・ 「10 とあと 8 で 18」など 10 を意識できるようにする。 100 までの整数 (1 年) ・ 10, 20, 30, … と数え方を工夫する。 千、万、億、兆の単位 (2・3・4 年) ・ 4 年の億・兆の単位の学習で、十進位取り記数法で表されている整数をまとめる。 記数法の理解 (5 年) ・ 「小数」の記数法 (4 年) と整数を合わせて、共に十進数としてまとめる。 <単位の考えを身に付けさせるよさ> これらの数の仕組みを理解し、10 や 100 など単位としてみることで、数の相対的な大きさをとらえることができる。それは、数に対する感覚を豊かにすることにつながるのと同時に、数の能率的な処理に役立つ。</p>
<p>割 合 の 考 え と 関 数 の 考 え</p>	<p>乗法の学習 (2・3 年) ・ 乗法の意味を考えることで、もとにする量のいくつ分という考えが身に付き、割合の考えの素地を養うことになる。 ・ 乗数が 1 ずつ増減したときの積の変化に着目することで、関数的な見方を育て、関数の考えの素地を養う。 数量関係 (4・5・6 年) ・ 関数の考えの素地をもとに、2 つの数量の関係の決まりを見付けたり、グラフをよんだりかいたりし、変化の大きさをとらえられるようにする。(4 年) ・ 4 年の面積の学習において、公式によって 2 つの数量関係を表せることの理解を図る。これらは 5 年の学習の中で や を用いた式で表すなどの活動へとつながり、6 年の比例によってまとめられる。 百分率 (5 年) ・ 割合の考えから、もとにする量を 100 にした場合の表し方を学習する。 分数の乗法、除法 (6 年) ・ 乗法の意味を「1 つの量を基準として、それに対する割合から、その割合にあたる大きさを考える」として拡張する。また、除法をその逆の演算としてとらえることで、割合や、割合にあたる大きさの求め方について統合する。さらに、割合を表すもう 1 つの方法として比を学習し、割合を表す 2 つの方法として関連付けて理解できるようにする。 <単位の考えを身に付けさせるよさ> 「何かを 1 と見る」ことや「そのいくつ分」を考えることを繰り返し指導することは、2 つの数量を関係付けて考える力や問題構造を把握する力を育てることにつながる。</p>
<p>量 の 単 位</p>	<p>長さ、かさ、重さ、角 (2・3・4 年) ・ 任意単位 普遍単位・基本単位 補助単位という流れで学習していく。 組立単位 (4・5・6 年) ・ 学習の流れは、普遍単位である長さから、組立単位である面積、体積と進んでいく。 異種の二つの量の割合 (6 年) ・ 異なる単位の組立単位として位置付けることができる。 <単位の考えを身に付けさせるよさ> ここでは、基本となる単位のいくつ分かで量を数値化する学習を同じ手順で積み重ねる。そうすることにより、児童はそれまで別々のものとしてとらえていた学習内容のつながりに気付き、測定の意味の理解を深めることができるようになる。</p>

系統表

A 拡張 B 統合 C 活用 D 発展

	1年	2年	3年	4年	5年	6年
十進数・分数とその計算	<p>「100までの数」A(1)(3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ものの個数 ・2, 5, 10を単位として数を構成 	<p>「4位数」「十進位取り記数法」A(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1, 10, 100, 1000を単位として、そのいくつかで数を構成 ・十, 百などを単位として、数の大きさをとらえる 	<p>「万の単位」A(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・隣接する位を10倍, 1/10の関係をもとに, 10⁴を単位として数を構成 ・万より大きい位は, 万を単位として十万, 百万, 千万のように, 十, 百, 千をそのまま用いて表す 	<p>「億・兆の単位」A(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・10⁸を単位として構成 ・4桁ごとに「万, 億, 兆」の単位を取り入れる 	<p>「奇数, 偶数」A(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・整数の分類 	<p>「約数, 倍数」A(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・単位の大きさを変えて, 整数Nをa×bに分解
数量関係	<p>「1位数と1位数との加法, 減法」A(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・繰り上がり・繰り下がり ・筆算形式 	<p>「2位数までの加法, 減法」A(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・繰り上がり・繰り下がり ・筆算形式 	<p>「3位数の加法, 減法」A(2)</p>	<p>「1/10の位までの数の加法, 減法」A(4)</p>	<p>「1/10の位までの小数の乗法および除法」A(3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・整数の計算を基にした拡張 ・余りの大きさについての理解 	<p>「異分母の分数の加法, 減法」A(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・端数を構成する単位分数の大きさの違いに着目して, 単位分数をつくり直したり組み合わせたりして分数を構成する ・通分することで, 単位分数のいくつかとして計算する
	<p>「1位数と1位数との乗法」A(1)(3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1つの数をほかの数の積としてみる ・乗数が1ずつ増えたときの積の増え方 	<p>「2位数や3位数に1位数をかけた後, 2位数に2位数をかけたりの乗法」</p>	<p>「2位数の加法, 減法」A(2)</p>	<p>「1/10の位までの数の加法, 減法」A(4)</p>	<p>「同分母の分数の加法及び減法」A(4)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・等しい分数 ・除法の結果としての分数の表し方(=商分数)を知り整数, 小数, 分数を, 単位をよみかえたりつくりかえたりして自在に表現する ・単位分数の個数の加法, 減法 	<p>「分数の乗法, 除法」A(3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・分数を単位分数の何倍かを考えて整数に置きかえ, 整数の乗法に帰着して積を求める ・数直線の1に当たる量を求めるために, 除数の単位分数の個数に着目して(÷整数)商を求める ・乗法, 除法の意味の拡張・1つの量を基準としてほかの量の割合を考える
任意単位・普遍単位	<p>「長さの比較」B(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・適当なものの長さを単位(任意単位)としてそのいくつかで長さを測定 ・長さを数値化する 	<p>「長さの単位; cm, mm, m」B(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・普遍単位の必要性とその有用性 ・単位の関係の理解 1cmを10に分けた1つが1mm 1cmを100集めると1m 	<p>「長さの単位; km」B(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・kmはmの単位を基にしてできる単位(1km=1000m) ・必要に応じて, 新しい単位を作るといふ考え 	<p>「正方形や長方形の面積の求め方」B(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・正方形や長方形の面積は単位の大きさとなる正方形を敷き詰め, その個数を求める (縦に並ぶ単位の正方形の個数) × (横に並ぶ単位の正方形の個数) = (単位の正方形の総数) 	<p>「和, 差の見積り」A(5)</p>	<p>「積, 商の見積り」A(4)</p>
	<p>「時刻のよみ方」B(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・時刻の目盛り 	<p>「かさの単位; l, dl, ml」B(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・かさの場合にも, 測定の四つの方法(直接比較, 間接比較, 任意単位による測定, 普遍単位による測定)を用いることができることを知る ・問題場面に応じた器具の選択 ・1lを10に分けた1つが1dl ・1lを1000に分けた1つが1ml 	<p>「かさの単位; l, dl, ml」B(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・かさの場合にも, 測定の四つの方法(直接比較, 間接比較, 任意単位による測定, 普遍単位による測定)を用いることができることを知る ・問題場面に応じた器具の選択 ・1lを10に分けた1つが1dl ・1lを1000に分けた1つが1ml 	<p>「面積の単位; cm², [m², km²」B(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・単位となる大きさの図形を隙間なく敷き詰め, そのいくつかで面積を数値化 ・一辺が1cmのような長さの単位の大きさになっている正方形を単位とすると, 計算が簡単になる ・面積の単位cm²が長さの単位からできたものであることに着目 	<p>「百分率」D(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・もとにする量を100とみる ・割合の意味と使い方 	<p>「比」D(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・A:Bで表す ・もとにする大きさを自由に定める
		<p>「時間の単位; 日, 時, 分, 秒」B(3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1日=24時間 ・1時間=60分 ・1分=60秒 	<p>「重さの単位; g [kg]」B(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・単位となる重さのいくつかで測定 ・1gが1000集まると1kg 	<p>「角の大きさの単位; 度(°)」B(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・回転の大きさを表す量として角をとらえ, そうした大きさを測定する単位として「度(°)」を用いる 	<p>「資料の分類整理と円グラフ・帯グラフ」D(3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・割合と目盛り 	<p>「伴って変わる二つの数量の関係の理解を深める」「比例」D(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ある量を単位として, その何倍かで表す ・比例…いつでも割合が等しい
			<p>「面積の単位; cm², [m², km²」B(1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・単位となる大きさの図形を隙間なく敷き詰め, そのいくつかで面積を数値化 ・一辺が1cmのような長さの単位の大きさになっている正方形を単位とすると, 計算が簡単になる ・面積の単位cm²が長さの単位からできたものであることに着目 	<p>「簡単な式に表されている二つの数量の関係の考察」D(4)</p>	<p>「異種の二つの量の割合」B(3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・単位がいくつかあるかを数えるという測定の考えでは数値化できない 	<p>「立方体の単位; cm³, [m³」B(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・単位となる大きさの立方体を埋め尽くし, そのいくつかで体積を数値化
			<p>「角の大きさの単位; 度(°)」B(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・回転の大きさを表す量として角をとらえ, そうした大きさを測定する単位として「度(°)」を用いる 	<p>「三角形, 平行四辺形, 円の面積の求め方」B(1)</p>	<p>「(2~4年の普遍単位の学習)」</p>	<p>「立方体や直方体の体積の求め方」B(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・立方体や直方体の体積は一辺が1cmの立方体を積み重ねて作ることができ, 体積をその個数で表す ・面積を求める場合と同様に, 縦, 横, 高さを測ることによって, 計算で体積を求める (縦に並ぶ単位の立方体の個数) × (横に並ぶ単位の立方体の個数) = (単位の立方体の総数)

学習内容のつながりの類別

	十進数・分数とその計算	数量関係	任意単位・普遍単位
A 拡張	数の範囲を拡大	もとにする量の多様化	単位の拡張 ・任意単位 普遍単位 ・基本単位 補助単位 ・基本単位 組立単位 (A)
B 統合	記数法のまとめ	関数の考えのまとめ 割合の考えのまとめ	
C 活用	十進数で表された数を使って計算をする	割合をグラフに表す	量を使って計算をする
	組立単位を作るために割合を使う (C)		
D 発展	素地指導をもとに関数の考えや割合の考えを身に付けさせる。 ・関数的な見方 関数の考え ・割合の素地 割合の考え		

3 単位の考えを活用させるための指導の工夫

(1) 単位の考えの系統性を意識した指導計画の工夫

単元の学習内容と既習の学習内容の関連を考えると、知識・理解や表現・処理についての関連は、学習指導要領に具体的に示されておりとらえやすい。しかし、数学的な考え方は具体的な記述が少ないために、関連がとらえにくく意識的な指導がされづらい。児童が知識・理解や数学的な考え方等の関連に気づき、問題解決に活用できるようにするために、レディネステストを単元の指導計画に位置付ける。また、既習事項との関連について意識できるような発問・助言を、指導計画に位置付ける。

(2) 単位の大きさとその数量のイメージを図る学習活動の工夫

何かを1と見たり、もとにする数量をとらえたりする(単位とみる)ために、下の～のような方法で、児童が自ら表現できるように指導する。

操作的表現...数の構造や量の大きさの理解を深めるために有効

器具を使って量を測る、おはじきで10のまとまりをつくるなど、具体物を操作する活動を取り入れることにより、単位となる大きさや、そのいくつ分とした全体量をとらえられるように指導する。系統性を意識した指導を行うには、児童が学習の関連を感じられるように、操作する具体物を統一したり、類似のものを用いたりするとよい。

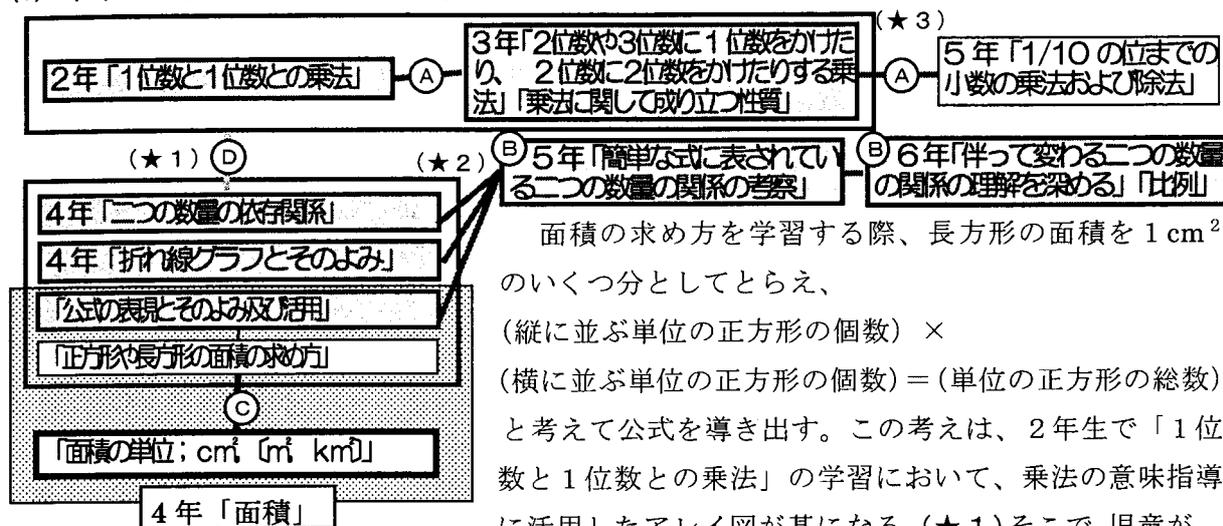
図的表現(アレイ図、テープ図、線分図、面積図、数直線など)...問題場面の把握に有効
単位を長さや広さなど、視覚的にとらえられる量に置き換え、「ある単位のいくつ分」を表現する活動を取り入れる。その表現を基に、数の相対的な大きさをとらえられるように指導する。図的表現の指導は、学年の発達段階に応じて行う必要がある。場面把握が容易なときにも、解決の過程を図によって説明させるなど、図を用いる場面を意図的に設定する。このことにより、図を通して単位の大きさに着目しようとする態度を育てる。

言語的表現...考えの意味を確認したり、他の表現を補ったりすることに有効

「何を1とみるか、そのいくつ分あるか」などを書き表したり、言い表したりするなど、話し合い活動を通して単位の考えを共有できるように指導する。自らの考えを言語で表現したり、逆に操作や図を説明したりするなど、より深く学習内容を理解するために用いる。

V 実践事例「面積」

(1) 本単元における「単位の考え」の系統



面積の求め方を学習する際、長方形の面積を 1cm^2 のいくつか分としてとらえ、
 (縦に並ぶ単位の正方形の個数) ×
 (横に並ぶ単位の正方形の個数) = (単位の正方形の総数)
 と考えて公式を導き出す。この考えは、2年生で「1位数と1位数との乗法」の学習において、乗法の意味指導に活用したアレイ図が基になる。(★1)そこで、児童が、

アレイ図との関連を意識できるようにするために、レディネステストを実施したり、小集団指導における助言で気付かせたりしていく。また、面積の公式を指導する過程では、「縦が n で一定のとき、横が1ずつ増えると面積は n ずつ増える。」といった関数の関係を表しているという見方を育てていく。その見方は6年生の「簡単な式に表されている二つの数量の関係の考察」「伴って変わる二つの数量の関係の理解を深める」「比例」へとつながる。(★2)

また、本単元での学習では、どの辺の長さも整数の場合のみ扱うため、 1cm^2 のいくつか分としてとらえて面積を求めることができるが、やがて5年生で「1/10の位までの小数の乗法および除法」を学習すると、辺の長さが小数の場合も扱うこととなる。その際には、面積の公式を小数の範囲に拡張して、面積を求めていくことになる。(★3)

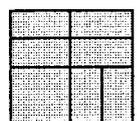
(2) 単位の大きさとその数量をイメージできる学習活動の工夫

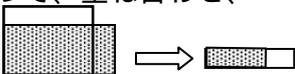
- ① 操作的表現 長方形の求積公式を考えていく学習(第3～5時)で、 1cm^2 が縦に何個、横に何列あるか色で囲む活動を通して式を導き出す。
- ② 図的表現 「広さ比べ」で、児童が視覚的にも単位に着目できる課題を工夫する。
- ③ 言語的表現 「どちらがどれだけ広いかな。」
 と  では比べられない。
 「どうしたら比べられるかな。」
 と  を 同じ大きさで表せないかな。」

(3) 本時のねらい(2/9)

- ・既習の量の大きさの比べ方と関連付けながら、広さを比べようとする。(関・意・態)
- ・単位の大きさを決め数値化することなどから、広さの比べ方を考えようとする。(考)

(4) 単位の考えを意識した授業の展開

	主な発問、学習活動及び予想される児童の反応	○留意点 ★支援 ◎評価
課題把握 見通し	<p>《課題》○○先生のとった陣地(あ)と、◇◇先生のとった陣地(い)は、どちらがどれだけ広いでしょう。</p> <p>1. どんな比べ方があるか見通しをもつ。</p>	<p>(あ)  (い) </p> <p>○クラスの実態に応じて、見通しの発表を行う。</p>

<p>自力解決</p>	<p>2. 自分が一番よいと思った方法で、広さ比べをする。</p> <p>《児童の反応》</p> <p>a) 陣取り表を切り取って、重ね合わせ、はみ出した部分を比べる。</p>  <p>b) 同じ形の四角形同士を消していき、残った形を小さな正方形のいくつかで比べる。</p> <p>c) 一番小さい四角形のいくつかで考える。</p>	<p>解決の見通しがもてない児童には、小集団指導を行う。課題を確認する。解決方法のイメージがもてるようにする。任意単位に着目するように助言する。見通しのもてた児童から自力解決に入るよう指示する。</p>
<p>解決方法の発表・検討</p>	<p>3. 自分の考えを発表し、話し合う。</p> <p>C. 同じ形の四角形同士を重ねていったら、最後に、小さい正方形が残ったので、(い)の陣地のほうが広いと分かりました。</p> <p>C. 形が違うから比べられないので、大きな正方形や長方形を分けて考えました。</p> <p>T. どうやって分けたの。 ←</p> <p>C. 大きな正方形は小さい正方形4つ、長方形は2つに分けて考えました。</p> <p>T. 大きな正方形は小さい方の4枚分なんだね。</p> <p>C. 全部数えて、正方形の数が多いほうが広いと分かりました。</p> <p>T. (あ)の陣地と(い)の陣地はどちらがどれだけ広がったでしょう。</p> <p>C. 一番小さな正方形で1枚分(い)の陣地が広い。</p> <p>T. このクラスで一番広い陣地を取ったチャンピオンを見つけます。どの方法で考えると、← 全員の陣地を比べられるでしょう。</p> <p>C. 自分の取った陣地を、みんなで決めた四角形の何枚分かで数え、「何の何枚分」とワークシートに書く。</p> <p>4. 分かったことや、広さの比べ方でよいと思ったことなど、学習感想を書いて発表する。</p> <p>C. どれか四角形の大きさを決めて、その何枚分で比べると、広さ比べができる。</p>	<p>重さやかさの比べ方と関連付けながら、広さの比べ方を考えようとしている。(ワークシート) 児童の説明にあわせて、ワークシートに線などをかき込む。何を単位として考えたのか、意識付けるような声かけをする。</p> <p>長方形は小さい正方形の2枚分、大きな正方形は4枚分となることなどを確認する。数値化することのよさにつながるような発言を認め価値付ける。単位の大きさを決め、数値化して広さの比べ方を考えている。</p> <p>ある形を1とみて、そのいくつかとして、広さを数値化するよさを感じるための活動とする。</p> <p>単位の大きさを決め、数値化して比べるよさに気付いている。(発言・ワークシート)</p>

成果と課題

< 成果 >

- ・単位の考えについての系統表を作成することで、単位の考えを活用する学習内容の関連が明確になり、学習内容の関連を踏まえた指導を実践することができた。
- ・単位の大きさとその数量をイメージできる学習活動を繰り返し行ったことにより、場面を絵や線分図で表すことを通して問題の構造をとらえようとしたり、考えの説明に活用したりする児童が増えた。

< 課題 >

- ・更に実践を重ね、児童が単位をイメージできる具体的な手だてを追究していく。

演繹的な考えの基礎を培う指導の工夫（5年分科会）

主題設定の理由

学習指導要領改訂のねらいの一つに「基礎・基本の確実な定着を図り、個性を生かす教育を充実すること」が挙げられている。

算数科における基礎・基本には、知識や技能だけでなく、それらを習得する過程で育成が図られる多面的にもものを見る力や論理的に考える力などの数学的な考え方も含まれる。

小学校では、帰納的（いくつかの具体的な例に共通する一般的な事例を見いだす）に考えたり、類推的（既習の内容との類似性に着目して、新しい事柄を見いだす）に考えたりしながら、学習内容の理解を図るとともに、その過程で数学的な考え方の育成を目指す授業が多く行われている。

一方、演繹的な考えの育成に焦点を絞り、問題解決の結果や活用された考え方などが正しいかどうかを、明確な根拠を基に説明するといった授業はあまり行われていなかった。その理由として、小学校では演繹的な考えを育てる学習場面が明確ではないために、教師の意図的な指導が行われにくいこと等が挙げられる。そのため、児童の「なぜ、そうなるのか」という疑問や「はっきりとした理由が知りたい」という追究に対しては十分な指導が行われていなかったのではないかと考える。

これらのことから、本分科会ではこれまでの指導に加え、小学校の学習から演繹的な考えを育てていくことも数学的な考えを育てる上で必要ではないかと考えた。そこで、本研究では、小学校における学習内容や指導の実態を踏まえ、小学校における演繹的な考えを「根拠を明確にもって考えを進めようとする」などの考える態度も含めてとらえ、研究を進めることにした。

具体的には、小学校で演繹的な考えを用いる学習内容と場面を明確にするとともに、問題解決に活用した既習事項を説明することや自らの考えが正しいかどうかを確かめること、「どんなときにも言えること」「どんなときにも使える方法」といった一般性にかかわる見方をすることの3点を学習過程に位置付け、意図的に繰り返すことで演繹的な考えの基礎を培おうと考えた。

研究のねらい

- ・小学校の学習において、児童に身に付けさせる演繹的な考えの基礎を明確にする。
- ・演繹的な考えの基礎を培うための学習活動や期待される児童の姿、具体的な手だてを明確にした学習過程を提案する。

研究の仮説

以下のような授業を繰り返し行うことで、演繹的な考えの基礎が培われると考える。

- ・既習事項を、解決を行う上での明確な根拠としてとらえ、活用を図る。
- ・根拠を明らかにして、分かったことを説明する活動を学習過程に位置付ける。
- ・活用したり見いだしたりした考え方の一般性に気付く活動を学習過程に位置付ける。

研究の内容

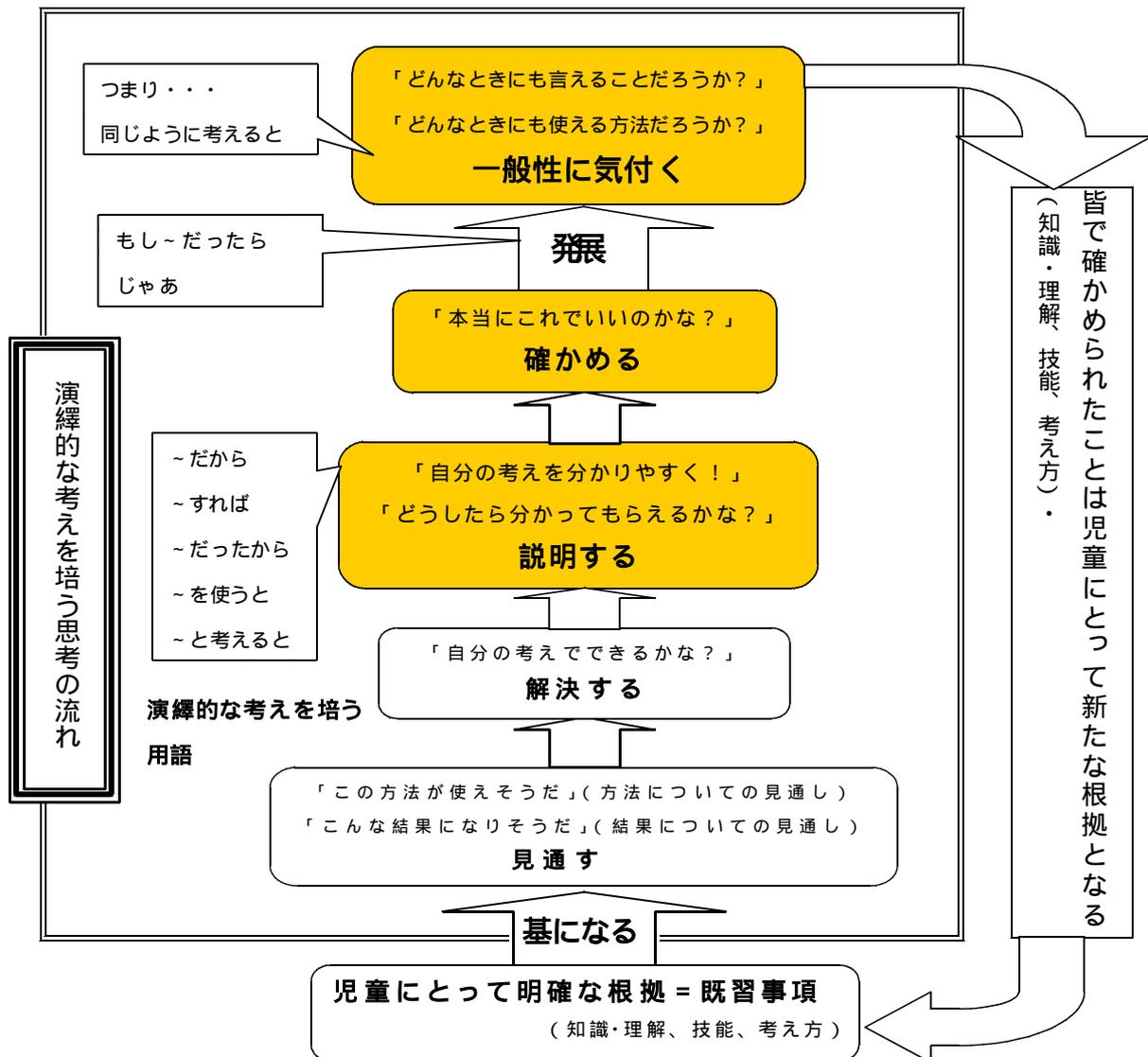
1 「演繹的な考えの基礎」とは何か

定義や自明な性質（公理）を基に新たな性質を導き、これを検証するのが演繹である。検証する段階で「どんなときにもいえる」ことを演繹的に証明していくのは中学2年「図形」からである。小学校算数においては、児童の発達段階に合わせて、生活経験や学習活動から類推的・帰納的に性質を見いだしていくことが多い。またこれを検証する段階でも、類推的・帰納的な結論を導き出していくことが多い。

しかし、児童は性質を見いだしたり検証する段階で、「正しいのはなぜだろう」「ほかの場面でも同じことがいえるだろうか」などと考えようとする。検証の際に用いる手段は類推的・帰納的であっても、これらの態度は演繹的といえる。

本研究においては、主に考えや方法を検証する場面において表れる、児童の『演繹的に考えようとする態度』を「演繹的な考えの基礎」とする。

【小学校における「演繹的な考えの基礎」】



【演繹的な考えの基礎】

	低 学 年	中 学 年	高 学 年
解決する	自分の考えが間違っていないか確かめる。	自分の考えが間違っていないか確かめ、他の解決方法がないか考える。	様々な方法で考え、答えが正しいことを確かめる。よりよい解決方法がないか、考える。
	計算を確実にし、確かめをする		
説明する	具体物等を操作しながら、自分の考えを説明する。 簡単な絵や図を用いて、自分の考えを説明する。	図や絵を用いて、自分の考えの正しさを説明する。 適切な用語を用いて分かりやすく説明する。	図や数直線、既習の方法を用いて自分の考えを説明する。 根拠とした既習事項を明らかにして、自分の考えの正しさを説明する。
確かめる	人の説明を聞いて、答えが合っているか、間違っているか確かめる。	既習事項を基に、合っている理由や間違っている理由を確かめる。 人の説明を聞いて、自分の考えと同じ点や違う点を確かめる。	既習事項と照らし合わせて確かめたことを分かりやすく述べる。 様々な考え、解決方法を比較し、よりよい考え方を求める。
一般性に気付く		数値や条件を変えて、新しい課題を考えようとする。 公式の意味を理解し、公式のよさに気付く。	導き出された結果の一般性について考えようとする。 公式を導こうとする。

【演繹的な考えを培う用語例】

	演繹的な考えが表れる児童の言葉	演繹的な考えを導く教師の発問
根拠を明らかにして、考えを説明する	「～だから」「～すれば」 「～だったから」「ということは」 「～という方法を使うと」 「～と考えると」	「今まで学んだ考え方や方法の中で、使えそうなものはありますか？」 「なぜこのように考えたのですか？」 「なぜ正しいとわかりますか？」
一般性に気付く	「もし～だったら」 「では、～だったらどうだろう」 「同じように考えると」 「つまり・・・」 「どんな にもあてはまる」	「数を変えて考えてみましょう」 「他の形ではどうですか？」 「いつでも言えますか？」 「どんなときでもあてはまりますか？」

2 「演繹的な考えの基礎」を培う手だてと児童の姿

演繹的な考えの基礎は、教師が意図的・計画的に繰り返し指導することでしだいに身に付いていくと考える。下の表は、演繹的な考えの基礎を培うことを意図して、問題解決学習の各過程における育てたい児童の姿及び教師の手だてを整理したものである。

【学習過程における育てたい児童の姿と教師の手だて】

	育てたい児童の姿（評価方法）・発言例	演繹的な考えを培う教師の手だて
見通す	既習事項を想起し、解決方法や答えについて見通しをもつ。 ・分かっていることを基に考えよう ・この方法が使えるそうだ（発言、ワークシート）	既習事項を想起できるようにヒントカード等を用意し、児童の学習状況に応じて提示する。
解決する	既習の知識や考え方、解決方法を用いたり、発展させたりして問題を解決する。自分の答えが合っているか確かめられる。よりよい解決方法を考えようとする。 （観察 ワークシート）	問題を解決する過程を表記し、振り返る時間を設ける。 答えの正当性や考え方を確かめるよう助言する。
説明する	根拠を明確にして、自分の考えが正しいことを説明する。 ・～だから、正しいことが分かります。 ・～という方法を使うと～になります。 ・～だったから、…ということが分かります。 ・～ということは、～ということだから… （発言 ワークシート）	ノート、ワークシート、小黑板等に、自分の考え、解決の過程を表記する習慣を付ける。 解決の道筋を説明する場を設定する。 周りの人に グループの中で 全体の前で 既習のどの考え、どの方法を基にしたのかを明確にするよう助言する。
確かめる	説明を聞いて、なぜ正しいのか、なぜ間違っているのかが分かる。 よりよい方法について考えようとする。 ・なるほど、～だからこうなるんだね。 ・ここは、～だからこのように考えたらどうかな。 ・ここまでは分かるけれど、ここが分からないな。 （発言 観察 ワークシート）	説明から、分かったところと分からないところを明確にする。 説明から「どこがなぜ正しいのか」「どこがなぜ違うのか」を明確にする。 様々な考え方や方法のよさ、共通点を検討するとともに、よりよい考え方等について考える場を設定する。
一般性に気付く	条件や数値を変えても使える考え方、方法が確かめようとする。 導き出された結果が、どんな場合でもあてはまるかどうか、考えようとする。 ・どんなときにもあてはまるのかな。 ・どんなときにも使える方法かな。 （発言 ワークシート）	どんな場合でもあてはまる方法かどうか、確かめようとする態度を養う。 考え方の共通点に気付き、一般性に着目するよう発問を工夫する。 新しく分かったことを活用して解決できる問題を設定する。 いつでも使える考え方や方法を学習カードにまとめる。

実践事例

演繹的な考えは、小学校の段階から、どの領域どの単元においても部分的、局所的に表れている。なかでも、推論の過程を視覚的にもとらえることができる図形の領域においてより多く表れる。そこで本研究においては、「B量と測定」「C図形」領域を中心に、それぞれの単元や授業の中で、演繹的に考える場面を意図的に設定した。

この事例は、「三角形の3つの角の大きさの和は180度」「四角形の4つの角の大きさの和は360度」「多角形は対角線でいくつかの三角形や四角形に分けられる」といった児童にとって明確な根拠をもとに、多角形の内角の和を求めるという学習である。自分の考え方を説明したり内角の和を求める公式を考えたりする過程で演繹的な考えの基礎を培うことをねらいとした。

1 単元名 「図形の角の大きさ」

2 本時の目標

- ・自分の考えが正しいことを明確な根拠を示して、説明しようとする。(関・意・態)
- ・多角形の内角の和を、三角形の内角の和や四角形の内角の和を基にして求める。(考)

	学習活動と児童の反応 【 】演繹的な考えの基礎	評価(評) 支援(支) 演繹的な考えを引き出す指導の手だて
つかむ	1 本時の課題を知る <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">三角形・四角形のひみつを考えましょう</div> T 三角形や四角形の角のひみつは何ですか。 C1 三角形の角の大きさの和は180°です。 C2 四角形の角の大きさの和は360°です。 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">分かっていることを基にして、多角形の角の和を求めましょう</div>	三角形や四角形の内角の和を「分かっていること(明確な根拠)」として学習を進める。 (支)児童の学習状況により、内角の和の大きさを学習カードで確認する。
見通す	C3 三角形と四角形では、角の大きさの和は180°違います。五角形ではさらに180°増えて540°になると思います。 C4 四角形の4つの和を求めるときに、対角線を引いたから、五角形も同じようにすればできると思う。【 】 C5 どの形でも、対角線を引けば三角形や四角形ができるので、三角形の和は180°を使えばどんな形でも分かると思います。【 】	新たな課題を解決するときには、今の考え方や方法が使えないか考えるように助言する。 (支)見通しがもてない児童には、三角形や四角形に帰着すればよいことを助言する。 (評)四角形の内角の和を求めるときに用いた方法や得た知識を基に多角形の内角の和を求める方法を考えている。
解決する	C 五～二十角形のうち、それぞれ調べたい多角形の内角の和を求める。 C 求めた答えが、正しいことを確認する。	答えだけでなく、考え方や方法も表記することで、答えが正しいことを確認するよう助言する。

説明する	<p>C6 五角形に対角線を二本引くと三角形が3つできます。三角形の3つの角の大きさの和は 180° なので、$180^\circ \times 3 = 540^\circ$</p> <p>C7 同じ方法で二十角形もできます。対角線を引くと三角形が18個できるので、$180^\circ \times 18 = 3240^\circ$ と分かります。【 】</p>	<p>「～だから」「～なので」などの適切な言葉を用いて説明するよう助言する。</p> <p>(評)自分の考えを根拠を明らかにして説明しようとする。</p>
確かめる	<p>T それぞれの多角形の角の和が何度になるか、表にまとめてみましょう。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">表を見て気付いたことを発表しましょう</p> <p>C8 どんな多角形でも、式で表せる。</p> <p>C9 どの多角形も $180^\circ \times$ になっている。</p> <p>C10 に入る数は、できる三角形の数です。</p> <p>C11 対角線を引いていくつ三角形ができるか分かれば、この式が使えます。</p>	<p>(評)表を見て、共通の考え方 ($180^\circ \times$)を見付けられる。</p> <p>$180 \times$ を見付けるだけでなく、の意味を考えるようにする。</p> <p>(支)式の意味が十分ではない児童には、多角形を対角線で分け、できる三角形の数を確認する。</p>
一般性に気付く	<p>C12 に入る数は、角の数から2を引いた数になっています。【 (一般性)】</p> <p>C13 百角形でも $180^\circ \times (100 - 2)$ で角の大きさの和が出せます。17640°です。</p> <p>C14 どんな多角形でも、角の大きさの和を求める場合は、三角形に分けて考えればよいことが分かりました。【 (一般性)】</p>	<p>児童全員に対して、$180^\circ \times (- 2)$ の理解を図ることが目的ではない。多角形の内角の和は、三角形の内角の和を基に求められることが理解できれば、演繹的な考えの基礎が培われたととらえる。</p>

成果と課題

< 成果 >

- ・学習内容や児童が学習を進める際の思考の流れを分析したことにより、学習過程において演繹的な考えが活用される主な場面や具体的な児童の姿、演繹的な考えの基礎を培う上での具体的な手だてを見いだすことができた。
- ・「～だから」「～なので」などの用語を用いて自らの考えを説明する指導を繰り返し行ったところ、児童は自らの考えの根拠を明らかにして発言することが多くなった。このことから、根拠を示す用語を用いて自らの考えを説明する学習を意図的に行うことが、演繹的な考えの基礎を培うことにつながることが分かった。

< 課題 >

- ・演繹的な考えを活用して問題を解決する力を更に伸ばすために、児童の実態を踏まえて既習事項を指導者が明らかにしておくなど、支援の在り方を更に追究していく。
- ・「図形」以外の領域においても演繹的な考えを活用して問題を解決する学習内容を明確にするとともに、中学校の数学の関連を追究していく。

発表・検討場面における関連付けて考える力の育成（6年分科会）

主題設定の理由

小学校学習指導要領は、豊かな人間性や社会性、国際社会に生きる日本人としての自覚を育成すること、自ら学び、自ら考える力を育成すること等をねらいとして改訂された。算数科の改善の基本方針としては、「数量や図形についての基礎的・基本的な知識・技能を習得し、それを基にして多面的にもものを見る力や論理的に考える力などの創造性の基礎を培うとともに、事象を数理的に考察し、処理することのよさを知り、自ら進んでそれらを活用しようとする態度を一層育てるようにする。」ということ等が示されている。

算数科の改善の基本方針の中に示されている多面的な見方や論理的な思考力、数理的に考察し、数理的処理のよさを知り活用しようとする態度は、児童が問題解決的な学習を繰り返し行い、多様な考えの比較を行ったり、よりよい考えを求めたりすること等を通してしだいに育成されていくと考える。

問題解決的な学習の各過程について児童の実態を振り返ってみると、課題を把握し、解決していく場面までは積極的に取り組む様子がみられる。しかし、その後の発表・検討場面では、自分の考えの根拠を明らかにして発表したり、多様な考えを聞いて比較したりしようとする事等については、積極性はないと考えられる。本分科会で行った実態調査においても、自分の考えと友達の考えが同じかどうかを考えている児童は見られるものの、友達の多様な考えを比べている児童は少ないという傾向がみられた。

そこで、多面的な見方や論理的な思考力などを育成するためには、発表・検討場面において、多様な考えを比較し同じ考えをまとめたり、よりよい考えを見付けたりするなど、多様な考えを関連付けて考える力の育成が必要であると考え、研究主題を「発表・検討場面における関連付けて考える力の育成」と設定し研究を進めることにした。

研究のねらい

発表・検討場面における関連付けて考える力を明らかにするとともに、それらを育成するための手だてを明確にした学習過程を作成する。

研究の仮説

発表・検討場面に互いの意見を比較したりまとめたりする等の学習活動を位置付け、発問等を工夫した指導を繰り返し行うことによって、児童は互いの考えのよさに気付くとともにそれらを関連付けて考える力が育つであろう。

研究の内容

1 発表・検討場面における関連付けて考える力とは

先行研究を参考に、本分科会では「発表・検討場面における関連付けて考える力」を次のようにとらえた。

- ・多様な考えを関連付けてとらえる力
- ・既習事項と関連付けて考える力
- ・生活場面と関連付けて考える力

本分科会で行った実態調査の結果から、児童は、友達の考えを何となく聞いていることや、互いの考えを比べたりまとめたりしようとするのは少ないことが分かった。その理由としては、児童が、多様な考えを関連付けてとらえる必要性を感じていないことやどのようにまとめればよいか分からないことなどが挙げられる。そこで、本研究では、関連付けて考える3つの力の中から、発表・検討場面で活用する「多様な考えを関連付けてとらえる力」の育成に焦点をあて、具体的な指導の工夫を中心に研究を進めていくこととした。

2 多様な考えを関連付けてとらえる活動を通して育てたい数学的な考え方

数学的な考え方は、それぞれの問題解決に、必要な知識や技能に気付かせ、知識や技能を導き出す力のことである（参考文献 片桐重男著「新版 数学的な考え方とその指導第1巻 数学的な考え方の具体化と指導」(明治図書出版)）。

問題解決の際に、自らがどういう考え方をすればよいか気付き、それらを選択する力を育てるために、発表・検討場面での多様な考えを関連付けてとらえる活動を通して、ア 統合的な考え方、イ 一般化の考え方、ウ 記号化の考え方を中心に育てていこうと考える。

ア 統合的な考え方

多くの事柄を個々ばらばらにしておかないで、より広い観点から、それらに本質的な共通性を見だし、同じものとしてまとめていこうという考え方である。多様な考えを比べてまとめたり、新しいものを取り入れて発展的な見方をしたりすることで育つ。

イ 一般化の考え方

問題解決で、一般的な法則を見だし、これを用いて、解法の一般性を求めていこうとする考え方である。多様な考えを比べ、いつでも言えることを考えていくことで育つ。

ウ 記号化の考え方

記号に表していこうとする考え方と記号化されたものを読んでいこうとする考え方である。多様な考えを整理し、簡潔、明確に示そうとしていくことで育つ。

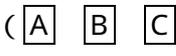
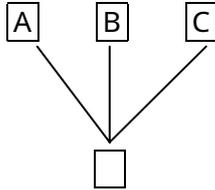
3 多様な考えを関連付けてとらえる力を育てるために

(1) 多様な考えを関連付けてとらえる力を育てる指導のねらい

児童は、多様な考えを用いて自力解決を行う。それは、児童一人一人が多様に考え解決をする場合や学級全体として多様に解決をする場合など、学習する内容や児童の実態に応じて様々である。いずれにしても、算数科では、解決に用いられた多様な考えをどのように扱いまとめていくかなどを明確にすることが重要である。そこで、1時間の授業の中で、多様な考えを関連付けてとらえる上での指導のねらいを明確にするために、多様な考えの関連のとらえ方を21ページの表1のように3つのパターンに分類し、それらにあてはまる学習内容を整理した。

多様な考えを関連付ける力を育てるための具体的な手順としては、まず、単元のねらいや学習内容を分析し、児童の既習の学習状況から反応をあらかじめ予測することが必要である。次に、予想される児童の考えが表1のどのパターンにあてはまるかを明らかにした上で、単元の指導計画及び展開を工夫し、指導のねらいを明確にすることが必要である。

表1：多様な考えの関連のとりえ方と主な学習内容の例

関連のとりえ方	パ タ ー ン 1 それぞれのよさを考える。	パ タ ー ン 2 よりよい考えを求める。	パ タ ー ン 3 一つにまとめる。
イメージ図 ( は 児童の考え)			
多様な考えの 生かし方	見方によって求め方が違うなど、これ以上まとまらない考えの、それぞれのよさを分かり合う学習	簡単に計算できる方法を考えるなど、それぞれの考えの長所や短所からよりよい考えを見付ける学習	いくつかの考えから公式を導くなど、それぞれの考えの共通点を見付け、一つにまとめる学習
学習内容の例 (第6学年の学習内容から)	「体積」 ・複合図形の体積を求める。 ・およその体積を求める。	「分数のかけ算わり算」 ・約分を使ったり、まとめて計算したりする。	「比」 ・比の意味や等しい比を見付ける。 「分数のかけ算わり算」 ・分数÷分数の計算の仕方を考え、まとめる。

(2) 多様な考えを関連付けてとらえる活動を促す学習過程

友達の考えを理解するとともに、多様な考えを生かし、関連付けてとらえる力を育てていくために、発表・検討の場面を以下の5つの過程に細分した。そして、それぞれの過程における発問例を22ページの表2に示した。

自分の考えを、理由をはっきりさせながら説明する。

友達の考えを理解し、その方法に誤りがないかを考える。

考えの共通点・相違点を見付け整理する。

整理された考えの特徴やよさに着目し、単元のねらいに迫るよさを追究する。

自分なりに考えを整理する。

上の5つの過程と表1の多様な考えの関連のとりえ方を踏まえ、発問等を工夫することによって、関連付ける視点が児童にとって明確になる。このことが、多様な考えを関連付けてとらえる力の育成につながると考える。

また、発表・検討の場面では、多様な考えの関連のとりえ方に応じたまとめができるよう、小集団による検討の場を効果的に取り入れる。この活動は、自分の考えを基に友達の考えを比較しながら理解できるので、多様な考えを関連付けてとらえる力が育つと考えられる。

表2：発表・検討場面の5つの学習過程における発問例と児童の姿

学習過程や発問例		関連のとらえ方		パターン1	パターン2	パターン3
				それぞれのよさを考える。	よりよい考えを求める。	一つにまとめる。
過程		発問例：T	関連付けようとする児童の姿			
発表	考えを分かりやすく発表する。	T自分の考えを分かりやすく発表しよう T根拠を明らかにして発表しよう	～だから～になりました。 前にやったことを利用して～のようにしました。 ～のようにしました。なぜなら～だからです。 ～のようにやろうとしたけど、うまくいきませんでした。			
	友達の考えを理解する。	Tみんなの考えが正しいかどうか考えよう	～は～が違うので、～した方がいい。 ～にこういう言葉を付け足すと分かりやすい。			
検討	考えの共通点や相違点を見付ける。	T考えの似ているところや違うところを探そう T似たところをまとめよう	<p>[A]と[A]の意見は似ている。</p> <p>[A]と[A]は、表し方が違うが同じ考えだ。</p> <p>[A]と[C]はかき方が似ているが、考えは違う。</p> <p>[A]を図にすると[A]になっている。</p> <p>前に学習したことを利用している。</p> <p>[A]を利用すると[A]が説明しやすくなる。</p> <p>～のようだから～方式と名付けると分かりやすい。</p>			
	よさを追究する。	Tそれぞれの考えのよさについてまとめよう	Tそれぞれの考えのよいところはどこですか？ [A]は～のよさがある [B]は～やすい	Tよりよい考えは、どれですか？ [A]はいつでもできる [B]は確実に大変 [C]は特別	T考えを整理しよう [A]と[B]と[C]は一つにまとめて言うことができそうだ	
まとめ	自分なりに考えを整理する。	T今日の学習を振り返ろう	それぞれの考えによさがある	[A]が一番分かりやすい	まとめると□になった	
			今日は～することでできた 次は～を使ってみたい 友達の考えを聞いて、よさに気が付いた			

よさの例・・・簡単、はやい、確実、どんなときでも使える、便利など

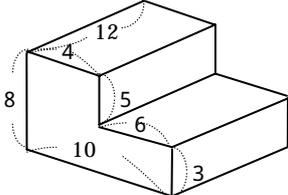
実践事例

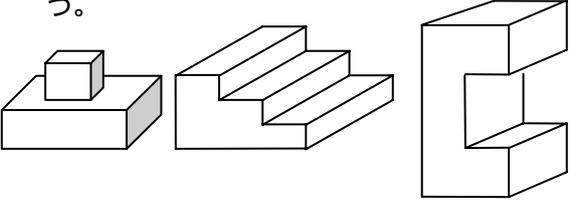
単元名 「体積」 第4時（複合図形の体積の求め方）

(1) ねらい

- ・既習事項を生かして複合図形の体積を求めることができる。（表・処）
- ・解決に活用したそれぞれの考えのよさについて考える。（考）

(2) 展開

学習過程	主な発問と予想される児童の反応 (: 関連付けて考える力を育てる発問)	指導上の留意点 * 評価 支援					
課題把握	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">階段のようにになっている形の体積を求めよう</div> 						
見通し	<p>T 1 どうやったらできそうか、考えましょう。 どうしてそうしようと思ったか理由を書きましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・図形を2つに分け、後で足す ・大きな直方体と考え、後で引く ・形の向きを変えて考える 	* 面積の学習や前時の学習を利用しようとしている。（ノート）					
自力解決	<p>T 2 解決していきましょう。 どんな考えで解決したのか、みんなに分かりやすく説明できるようにしておきましょう。</p> <table border="1" data-bbox="245 1223 1129 1664"> <tr> <td data-bbox="245 1223 424 1664">C 1 図形を縦に切り、2つの直方体の体積を求め、後から、足す考え。 (縦切り方式)</td> <td data-bbox="424 1223 603 1664">C 2 図形を横に切り、2つの直方体の体積を求め、後から、足す考え。 (横切り方式)</td> <td data-bbox="603 1223 782 1664">C 3 図形を縦と横に切り、3つの直方体の体積を求め、後から3つを足す考え。(3つ切り方式)</td> <td data-bbox="782 1223 960 1664">C 4 大きな直方体を求め、そこからへこんだ部分をひく考え。 (引き算方式)</td> <td data-bbox="960 1223 1129 1664">C 5 図形の向きを変え、底面が複合図形の柱体として見る考え。 (向き変え方式)</td> </tr> </table>	C 1 図形を縦に切り、2つの直方体の体積を求め、後から、足す考え。 (縦切り方式)	C 2 図形を横に切り、2つの直方体の体積を求め、後から、足す考え。 (横切り方式)	C 3 図形を縦と横に切り、3つの直方体の体積を求め、後から3つを足す考え。(3つ切り方式)	C 4 大きな直方体を求め、そこからへこんだ部分をひく考え。 (引き算方式)	C 5 図形の向きを変え、底面が複合図形の柱体として見る考え。 (向き変え方式)	見通しがもてない場合には、実物を提示したり、既習事項を考えるよう助言したりする。 * 既習事項を生かして複合図形の体積を求めている。（ノート）
C 1 図形を縦に切り、2つの直方体の体積を求め、後から、足す考え。 (縦切り方式)	C 2 図形を横に切り、2つの直方体の体積を求め、後から、足す考え。 (横切り方式)	C 3 図形を縦と横に切り、3つの直方体の体積を求め、後から3つを足す考え。(3つ切り方式)	C 4 大きな直方体を求め、そこからへこんだ部分をひく考え。 (引き算方式)	C 5 図形の向きを変え、底面が複合図形の柱体として見る考え。 (向き変え方式)			
発表	<p>考えを分かりやすく発表する。 相手の考えを理解する。</p> <p>T 3 どんな考えで解決したか、理由も加えて他の人に分かるように発表しましょう。</p> <p>T 4 自分の考えと似たところ、違うところについて考えながら聞きましょう。考えのよいところを見付けながら聞きましょう。 (C 1 ~ C 5 の発表)</p>	聞いている児童が分かりやすいように、見通しで考えたことから発表するよう助言する。					

		<p>C 6 私とは違う（同じ）考えだ。</p> <p>C 7 自分は考えつかなかったけど、よく分かった。</p> <p>C 8 直方体の体積の求め方を利用している。</p> <p>C 9 式を一つにすると簡単になる。</p>	
集団検討	<p>考えの共通点・相違点を考える。</p>	<p>T 5 似ている考えはありますか。</p> <p>C 10 C 1 C 2 C 3は、切るということでは、考えは同じだ。</p> <p>C 11 C 1とC 2は似ているけど分け方が違う。</p> <p>C 12 これ以上はまとまらない。</p> <p>C 13 C 1は横切り方式と名付けよう。</p> <p>T 6 複雑な体積の求め方をまとめましょう。 直方体に分けて、あとで足す。 大きな直方体から小さな直方体を引く。 見方を変えて考える。</p>	<p>考えを簡潔にするために名前を付ける。</p>
小集団検討・まとめ	<p>よさを追究する。</p> <p>自分なりに考えを整理する。</p>	<p>T 7 次のような形の体積を求めるには、どの考えを使うとよいでしょうか。理由も書きましょう。</p>  <p>C 14 凸型は横に切ったらすぐできる。</p> <p>C 15 3段階だったら分けて足すといい。</p> <p>C 16 コの字は大きな直方体から小さな直方体を引くと簡単。</p> <p>T 8 今日の学習をノートにまとめましょう。</p>	<p>*多様な考えのよさについて考えている。 (ノート) 多くの児童が自分の言葉でよさを整理するために小集団指導を行う。</p>

成果と課題

< 成果 >

- ・発表・検討の場面の中で、多様な考えの関連のとらえ方と学習過程を具体的にしたことにより、多様な考えのまとめ方が明確になり、適切な発問や支援に結び付いた。
- ・多様な考えを関連付けてとらえる活動を繰り返し指導したことにより、「これはいつでも使える。」「これは、 のときは、便利だ。」などの発言が増え、解決に活用した考えのよさについて考えようとする態度が育ってきた。

< 課題 >

- ・児童の実態、学習集団の編成に応じて発表・検討の方法及び学習形態の工夫等を更に考えていく必要がある。
- ・関連付けて考える力を明らかにした指導計画や多様な考えを引き出すことに有効な課題を開発する。

平成16年度

教育研究員名簿(算数)

分科会	地 区	学 校 名	氏 名
少人数等	杉並区	杉並区立桃井第五小学校	畔柳 信之
	葛飾区	葛飾区立高砂小学校	森 由子
	江戸川区	江戸川区立西一之江小学校	松下由紀子
	府中市	府中市立府中第四小学校	古林 香苗
	東久留米市	東久留米市立下里小学校	内田かほ里
	西東京市	西東京市立田無小学校	大塚 恵子
3・4年	港区	港区立本村小学校	高嶋 英視
	大田区	大田区立赤松小学校	麦島 明子
	豊島区	豊島区立さくら小学校	伊藤 はるみ
	足立区	足立区立花畑小学校	大江 直子
	日野市	日野市立日野第六小学校	村瀬 真紀子
	稲城市	稲城市立稲城第四小学校	岡本 かおり
5年	墨田区	墨田区立第二寺島小学校	前田 文子
	江東区	江東区立豊洲小学校	山田 美菜子
	品川区	品川区立清水台小学校	立川 晶
	板橋区	板橋区立志村坂下小学校	坂本 薫
	八王子市	八王子市立第八小学校	橋元 智美
	青梅市	青梅市立霞台小学校	藤沼 俊成
6年	文京区	文京区立誠之小学校	相原 玲奈
	世田谷区	世田谷区立山崎小学校	桑田 亜貴子
	世田谷区	世田谷区立深沢小学校	田村 諭
	荒川区	荒川区立第四峡田小学校	梶野 智江子
	練馬区	練馬区立中村小学校	曾我 泉
	立川市	立川市立上砂川小学校	大谷 利枝
利島村	利島村立利島小学校	高橋 宏幸	

全体世話人

分科会世話人

(担当) 東京都教職員研修センター指導主事 栗原 宏成

東京都教職員研修センター指導主事 荒谷 弘喜

平成16年度教育研究員研究報告書

(東京都教育委員会印刷物登録
平成16年度 第21号
(東京都教育委員会主要刊行物))

平成17年1月24日

編集・発行 東京都教職員研修センター
所在地 東京都目黒区1-1-14
電話番号 03-5434-1974

印刷会社名 鮮明堂印刷株式会社