

小学校

平成25年度

教育研究員研究報告書

算 数

東京都教育委員会

目 次

I	研究主題設定の理由	1
II	研究の仮説	2
III	研究の内容	2
IV	研究の方法	2
V	研究構想図	3
VI	基礎研究	4
VII	調査研究	1 2
VIII	実践研究	
	1 研究主題にせまるための手立て	1 4
	2 実践事例	
	(1) 第6学年「速さ」	1 6
	(2) 第4学年「計算のきまり」	1 9
	(3) 第4学年「面積」	2 2
IX	成果と課題	2 4

研究主題

数学的な思考力・表現力の育成

～式の読みを通して、追究する児童～

I 研究主題設定の理由

学習指導要領総則には、「学校の教育活動を進めるに当たっては、各学校において、児童に生きる力をはぐくむことを目指し、創意工夫を生かした特色のある教育活動を展開する中で、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくむとともに、主体的に学習に取り組む態度を養い、個性を生かす教育の充実に努めなければならない。」とある。

数学的な思考力・表現力について、中央教育審議会答申（平成20年1月）では、「数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。」とある。また、学習指導要領には、「各教科の指導に当たっては、体験的な学習や基礎的・基本的な知識及び技能を活用した問題解決的な学習を重視するとともに、児童の興味・関心を生かし、自主的、自発的な学習が促されるように工夫すること。」とある。

これらのことは、児童が筋道立てて考え、説明し、伝え合い、さらに主体的に学習に取り組んで解決を図ろうとする姿を目指している。しかし、現状では、一つの問題提示に対して、その解決で終わってしまったり、多様な考えを発表するだけになってしまったりしている。そこで本研究では、まず、思考力・表現力が身に付いている児童の姿を「自分の考えをもち表現し、友達の考えを読み取って理解を深めることができ、自ら新たな問いを見いだして考えを広げようとする児童」と捉えることとした。

次にこのような児童を育成していくために、式に着目することとした。それは、算数の授業において、表現方法の一つとして、式を用いることが最も多いからである。そして、自分の思考過程を表し、その考えを伝えたり、友達の思考過程を読み取ったりすることに、式がとて有効であると考えからである。また、式には、数量やその関係を簡潔、明瞭、的確に、しかも一般的に表現することができ、目的に合うように形式的に処理をしたり、共通するきまりや関係を一般化したり、数値や条件を変えて、考えたりするよさがあるからである。

本研究では、児童が言葉や数、式、図、表、グラフなどを関連付け、新たな考えを知ったり、新たなことに気付いたりすることを「理解を深める」とする。また、児童が条件や場面を変えて考えようとするを「考えを広げる」とする。この二つを小学校学習指導要領解説 算数編に示されている式の読み方と照らし合わせると、次のようになる。

ア 式からそれに対応する具体的な場面を読む。

イ 式の表す事柄や関係を一般化して読む。

ウ 式に当てはまる数の範囲を、例えば、整数から小数へと拡張して、発展的に読む。

エ 式から問題解決などにおける思考過程を読む。

オ 数直線などのモデルと対応させて式を読む。

この5項目のうちア・エ・オの式の読み方を身に付けることは、児童が、理解を深めることにつながると考える。イ・ウの式の読み方を身に付けることは、児童が、共通するきまりや関係を発見し、それをまとめ、さらに考えを広げようとする態度につながると考える。この態度を身に付けている児童を、追究する児童の姿として捉えることとした。追究するとは、提示問題を解決したときの考えを生かして、自ら新たな問いを見いだし、考えを広げようとする営みと捉えることとした。

以上のことから、本研究では、式を読み、追究する活動に焦点を当て、その主題を「数学的な思考力・表現力の育成」、副主題を「式の読みを通して、追究する児童」と設定し、次のⅡのような仮説をたてて、研究を進めていくこととした。

Ⅱ 研究の仮説

式を用いて、互いの考えを伝え、理解を深めたり、式を比較したりする活動を重視すれば、自ら新たな問いを見いだし、考えを広げようとする児童を育成することができるであろう。

Ⅲ 研究の内容

- 1 式のはたらき、式の読み方を理解する。
- 2 問題解決の学習について考察し、それをもとに追究することの意義を明らかにする。
- 3 児童の式についての意識調査及び、教員の式の読みについての意識調査を行い、児童及び教員の課題を明らかにする。
- 4 式を読むことを重視し、追究につながる場面を明らかにする。

Ⅳ 研究の方法

1 基礎研究

研究内容1、2については、分析、整理、考察から、式の読みを通じた追究のあり方を明らかにする。

2 調査研究

研究内容3については、研究員の所属校15校で、「算数の授業に関するアンケート」を実施する。その分析から式の読みの指導についての実態を把握する。

3 実践研究

研究内容4については、式の読み・追究MAPを作成し、9月（第6学年）、10月（第4学年）、11月（第4学年）の3回、仮説の検証を図る。

V 研究構想図

今日の課題

「数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。」

算数の授業における課題

- ・一つの問題提示に対してその解決で終わってしまう。
- ・多様な考えを発表するだけになってしまう。

目指す児童像

○自分の考えをもち表現できる児童

○友達のことを読み取って、理解を深めることができる児童

◎自ら新たな問いを見いだして考えを広げようとする児童

教師の願い

○理解を深める

- ・新たな考えを知る。
- ・新たなことに気付く。

◎考えを広げる

- ・条件を変える。
- ・場面を変える。

式を読む

- モデルと対応させて読む。
- 具体的な場面を読む。
- 思考過程を読む。
- ◎一般化して読む。
- ◎発展的に読む。

追究する

提示問題を解決したときの考えを生かして、自ら新たな問いを見だし、考えを広げようとする児童。

平成 25 年度 東京都教育研究員算数部 研究主題

数学的な思考力・表現力の育成

～式の読みを通して、追究する児童～

研究仮説

式を用いて、互いの考えを伝え、理解を深めたり、式を比較したりする活動を重視すれば、自ら新たな問いを見だし、考えを広げようとする児童を育成することができるであろう。

研究主題にせまるための手だて

式の読み・追究 MAP

授業の導入から終末まで児童の追究する姿が視覚的に分かるように「式の読み・追究 MAP」を作成する。

式の読み

- ・言葉や数、図、表と式を関連付ける。
- ・式と式を関連付ける。

追究する

児童が理解を深めたり、考えを広げたりしやすいように、教師のはたらかかけを明確にし、引き出したい児童のつぶやきを明らかにする。

VI 基礎研究

基礎研究では、式についてと、問題解決の学習についての2つを明らかにする。

1 式について

式の定義を基に、式のはたらきを明確にする。式のはたらきとは、式のよさであると考ええる。しかし、今回の研究では、児童に式に表すよさ、それを読むよさを感得させること自体が最終的なねらいではない。むしろ、式を読む活動の過程で、児童が式のよさを感じることが、追究への足掛かりになる。そこで、教師自身がよさとは何かを明確にしておくことが、よりよい式の読みをし、追究活動をする上で重要であると考えた。

(1) 式とは

(「算数教育指導用語辞典 第四版」参考)

式とは、数学的な内容を表現する句、文であり、数や記号などで結びつけた数学的な言葉である。小学校で扱う式の表示で使われる記号を大別すると、次のようになる。

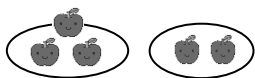
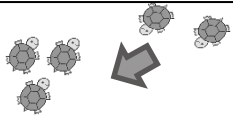
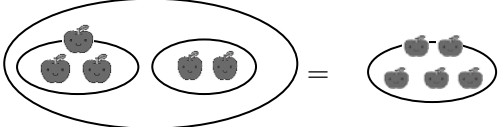
ア 1, 3, $9\frac{3}{4}$, □, △, ○, a, b, c, x, y など対象を表すもの

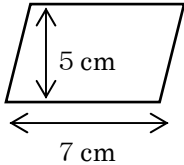
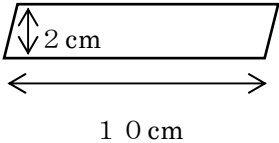
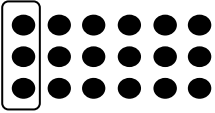
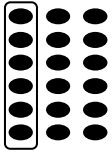
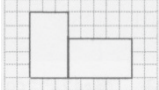


イ +, -, ×, ÷, () など操作や手順を表すもの

ウ =, >, <, : など関係を表すもの

(2) 式のはたらき

(「小学校学習指導要領解説 算数編」より)

式のはたらき	例
<p>ア</p> <p>事柄や関係を簡潔、明瞭、的確に、また、一般的に表すことができる。</p>	<p>事柄 ○どちらも表す事柄は違っても、同じ「$3 + 2$」で表すことができる。</p> <div data-bbox="625 1205 1394 1361" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>りんごが3こあります。 りんごが2こあります。 りんごをあわせて何こありますか。</p>  </div> <div data-bbox="625 1397 1394 1541" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>かめが3びきいます。 あとから2ひききました。 かめはぜんぶで何ひきになりますか。</p>  </div> <p>関係 ○事柄を、関係を表す記号でつなげて場面を表すことができる。</p> <p>りんごが3こあります。 りんごが2こあります。 あわせるとりんごは5こありました。</p> <div data-bbox="750 1792 1027 1868" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> $3 + 2 = 5$ </div> 

	<p>一般的に ○面積を一般的に表すことができる。 この面積を求めましょう。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>$7 \times 5 = 35 \quad 35 \text{ cm}^2$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$10 \times 2 = 20 \quad 20 \text{ cm}^2$</p> </div> </div>
<p>イ 式の表す具体的な意味を離れて、形式的に処理することができる。</p>	<p>○計算のきまりを使って、簡便さを味わい、処理することができる。</p> $8000 \div 250$ <p style="text-align: center;">↓10でわる ↓10でわる</p> $800 \div 25$ <p style="text-align: center;">↓4をかける ↓4をかける</p> $3200 \div 100$
<p>ウ 式から具体的な事柄や関係を読み取ったり、より正確な考察をしたりすることができる。</p>	<p>○式から求め方の違いを読むことができる。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> 3×6  </div> <div style="text-align: center;"> 6×3  </div> </div>
<p>エ 自分の思考過程を表現することができ、それを互いに的確に伝え合うことができる。</p>	<p>○図と式を対応させて、互いの考えを理解し合うことができる。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>2つの長方形 $5 \times 3 + 3 \times 5$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>大きな長方形からひく $5 \times 8 - 2 \times 5$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>移動して大きな長方形 3×10</p> </div> </div>

(3) 学年別 式の読み方の例

「小学校学習指導要領解説 算数編」では、式の5つの読み方を挙げている。そこで5つの読み方を下記のように分類し、その読み方に当てはまる具体的な内容を例示する。

ア 式からそれに対応する具体的な場面を読む。

…式に表すことと読むことは表裏一体であるので、その相互関係のことを表している。

イ 式の表す事柄や関係を一般化して読む。

…式のはたらき「ア」に相当する読み方と、一般化された式をさらに一般化して読むという二重の一般化がある。

ウ 式の当てはまる数の範囲を、例えば、整数から小数へと拡張して、発展的に読む。

…数範囲の拡張をしながら、一般化したり意味を拡張したりすることを表している。

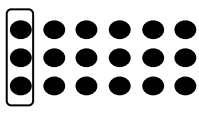
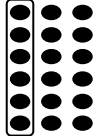
エ 式から問題解決などにおける思考過程を読む。

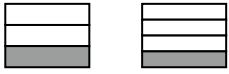
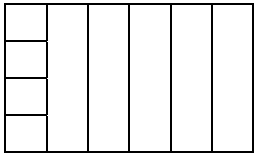

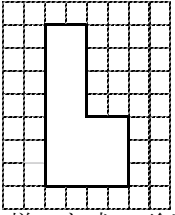
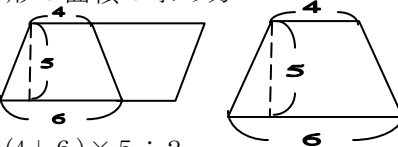
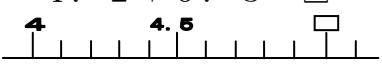
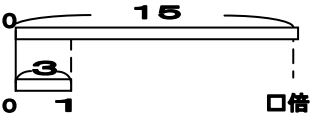
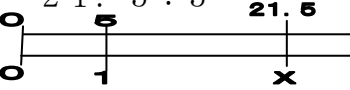
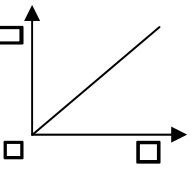
…式のはたらき「エ」の裏返しで、式から思考過程を読むことを表している。

オ 数直線などのモデルと対応させて式を読む。

…表現様式の間での読みと書きのことを表している。

学年別 式の読み方の例

	1年	2年	3年
ア 式からそれ に対応する 具体的な場 面を読む。	<p>・3+2の問題づくり はこにりんごが3こあります。 あとから2こいれました。 ぜんぶでなんこですか。(増加)</p> <p>みきさんはくりを3こ、 ゆきさんは2こもっています。 あわせてなんこですか。(合併)</p>	<p>・5×6の問題づくり 5人乗りの車が6台あります。 全部で何人乗れますか。 ・5×6と6×5の意味の違いを読む。</p> <p>・□を用いた問題づくり リンゴがいくつかありました。5こ食べ たら、リンゴは7こになりました。はじ めにあったリンゴはいくつですか。 □-5=7</p>	<p>・12÷3の問題づくり 12÷3=□ 12まいのカードを3人で同じ数ずつ 分けます。1人分は何まいになりますか。</p> <p>・等分除 □×3=12 12まいのカードを1人に3まいずつ あげます。何人に分けられますか。 ・包含除 3×□=12 他の数でも試していく。</p>
イ 式の表す事 柄や関係を 一般化して 読む。	<p>・答えが10になるたし算を考え、 一般化して読む</p> <p>1+9=10 2+8=10 3+7=10 4+6=10 5+5=10 6+4=10 7+3=10 8+2=10 9+1=10</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>(言葉の式) たされるかず が1ふえると、 たすかずが 1へる。</p> </div>	<p>・具体的な場面を表す式を、一般的に読む</p> <p>4+4+4+4+4=4×5</p> <p>・いくつかの式から一般化して読む</p> <p>4×6 =4+4+4+4+4+4 =20+4 4×5+4</p> <p>「かける数が1ふえると、答えは4ずつ 増える」と読む。</p>	<p>・0をかけても0になることを読む 的当てゲームで3点の場所に1回も入らな かった。</p> <p>・3×0の事柄と関係 3×3=9 3×2=6 3×1=3 3×0=0 (3に1回も入っていない)</p> <p>・0×3の事柄と関係 的当てゲームで0点の場所に3回入れるこ とができた。 0+0+0=0×3 (0が3こ) 0×□=0 □×0=0 0に何をかけても0になることを読む。</p>
ウ 式の当ては まる数の範 囲を、例え ば、整数から 小数に拡張 して、発展的 に読む。	<p>・5+4をもとにして50+ 40の式を読む</p> <p>*□を40にする。 50+40=90 10のまとまりとして考える と、5+4=9として考えら れる。 *□が50や60になったら 50+50=100 50+60=110</p>	<p>・九九を広げて式を読む</p> <p>3×1=3 3×2=6 3×3=9 3×4=12 3×5=15 3×6=18 3×7=21 3×8=24 3×9=27 3×10=□ 3×100=□</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>3×11は 3×10から 3増えた または、 3×1+3×10と も読める では、3×100は</p> </div>	<p>・除法の場面で0÷4の場面を拡張して読 む</p> <p>クッキーがお皿に□まいあります。 4人で分けると、1人分は何まいに なりますか。 4÷4=1 わられる数がない場 8÷4=2 面を想像し、0でも 12÷4=3 除法が成り立つこと 16÷4=4 を発展的に読む。</p> <p>もしもクッキーがひとつもないなら・・・ 0÷4=□</p>
エ 式から問題 解決などに おける思考 過程を読む。	<p>・どのように10をつくったのかを 式から読む</p> <p>8+7=15 7を2と5に分解 8+2+5 10+5=15 ●●●●●●●●○○</p> <p>○○○○○ 8を5と3に分解 5+3+7 5+10=15 ●●●●●●●●○○○○○</p>	<p>・式から求め方の違いを読む</p> <p>3×6 </p> <p>6×3 </p> <p>答えが同じでも、かけられる数とかける数 の意味が違うことを読む。</p>	<p>・マッチ棒が28本のとき、正方形は何個 になるのかを読む</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px 0;"></div> <p>①28-1=27 27÷3=9 →最初に重なり1本を省いている。 ②3×9=27 27+1=28 →後から省いた1本を足している。</p>
オ 数直線など のモデルと 対応させて 式を読む。	<p>・●などの図と対応させて読む</p> <p>14+8=14+6+2 ○○○○○○○○○○ ○○○○14</p> <p>●●●●●● ●● 6+2</p> <p>式を具体物や半具体物に 置き換えて式を読む。</p>	<p>・表す関係を式とテープ図で読む</p> <p>1組は29人。2組は31人。 違いは何人かを求める。</p> <p>31-29=□</p> <p>1組  29人</p> <p>2組  31人</p>	<p>・□を使った式を線分図と対応して読む</p> <p>□円のえん筆と50円のキャップを買った ら代金が80円になりました。 えん筆はいくらだったのでしょうか。</p> <p>□+50=80 80-□=50 80-50=□</p> <div style="text-align: center;">  </div>

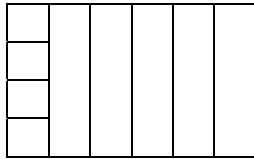
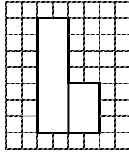
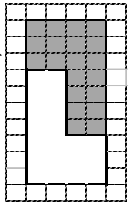
4年	5年	6年														
<p>・()を使った式の問題づくり 1000 - (120 × 12 ÷ 2)</p> <p>1箱120円するチョコレートを、1ダース買おうとしました。1000円では、お金が足りないようなので半ダース買うことにしました。おつりはいくらになるでしょうか。</p>	<p>・異分母分数の加法、減法の問題づくり $\frac{3}{5}$Lのジュースと、$\frac{2}{5}$Lの牛乳があります。体積のちがいは何Lでしょうか。</p> <p>$\frac{3}{5} - \frac{2}{5}$ </p> <p>・□を使った式の問題づくり 5 × □ = 145 5個入りのおまんじゅうセットを□人に配ったら、145個になりました。何人に配ったのでしょうか。</p>	<p>・$\frac{3}{5} \div \frac{2}{5}$ □ □ になる問題づくり</p> <p>$\frac{3}{5}$ m²のへいをぬるのに、青いペンキを$\frac{2}{5}$ L使います。このペンキは1 L当たり何m²ぬれるでしょうか。</p>														
<p>・1辺が1 cmの正方形がいくつ分であるかを読む (長方形の公式) 1列の個数 × 列の数 たて × 横 = 正方形の個数 4 × 6 = 24</p> <p>4個 </p> <p>6列</p>	<p>・三角柱の側面積から読む 底面の各辺が2 cm、3 cm、4 cm、高さ6 cm 2 × 6 + 3 × 6 + 4 × 6 = (2 + 3 + 4) × 6 (2 + 3 + 4)は底面の周 三角柱の側面積 = 底面の周 × 高さ 三角柱を□角柱と考へて 違う形でも求めてみる。</p> <p></p> <p>五角柱や円柱でも・・・ □角柱の側面積 = 底面の周 × 高さ</p>	<p>・交換、結合、分配法則を一般化して読む</p> <p>A × B = B × A A × (B + C) = A × B + A × C</p> <p>・比例、反比例の式を一般化して読む。 y = 2 × x → y = a × x x × y = 2 → x × y = a</p>														
<p>・整数 × 整数から小数 × 小数を発展的に読む (被乗数) × (乗数) 2.3 × 4.3 = 9.89</p> <p>被乗数が小数でも乗数が整数ならこれまでの累加が成り立つ。 2.3 × 4.3 = 9.8.9</p> <p>*もとの数を÷10させて読む。</p>	<p>・小数でも乗法が成り立つことを読む</p> <p>・交換法則や分配法則が小数でも成り立つことを読む 1.8 × (2.4 + 1.6) = 1.8 × 2.4 + 1.8 × 1.6</p> <p>・求積公式において辺の長さが小数でも公式が成り立つことを読む。</p> <p>・文字式を使った乗法の式でも小数が成り立つことを読む。</p>	<p>・分数でも乗除法が成り立つことを読む</p> <p>・交換法則や分配法則が分数でも成り立つことを読む。</p> <p>$(\frac{3}{5} \times \frac{2}{5}) \div \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \div \frac{2}{5}$</p> <p>・既習公式が分数でも成り立つことを読む。</p> <p>・比例、反比例の式が小数や分数でも成り立つことを読む。</p>														
<p>・式から計算の仕方や工夫を読む</p> <p> ① 7 × 2 + 3 × 2 = 20 ② 10 × 4 ÷ 2 = 20 ③ 5 × 4 = 20 ④ 7 × 2 + 3 × 2 = 20 ⑤ 7 × 4 - 4 × 2 = 20 など</p> <p>様々な式の形から、面積を求める方法や式の工夫を読む。</p>	<p>・既習を生かした過程を式から読む 台形の面積の求め方</p> <p></p> <p>① (4 + 6) × 5 ÷ 2 ② (4 + 6) × (5 ÷ 2) ③ (4 + 6) ÷ 2 × 5 ④ 4 × 5 ÷ 2 + 6 × 5 ÷ 2 ⑤ 6 × 5 - (6 - 4) × 5 ÷ 2 など 様々な式から思考を比較・検討する。</p>	<p>・3人の速さの順番を式から読む</p> <table border="1" data-bbox="1062 1301 1477 1391"> <tr> <td>とおる</td> <td>40 m</td> <td>8 秒</td> </tr> <tr> <td>りえ</td> <td>50 m</td> <td>9 秒</td> </tr> <tr> <td>ゆき</td> <td>□ m</td> <td>□ 秒</td> </tr> </table> <p>*公倍数で距離や時間をそろえる。(時間をそろえる場合) 8 × 9 = 72 9 × 8 = 72 40 × 9 = 360 50 × 8 = 400</p> <p>*1秒あたりに進む距離をそろえる。 40 ÷ 8 = 5 50 ÷ 9 = 5.5</p> <p>*1m進むのにかかる時間をそろえる。 8 ÷ 40 = 0.2 9 ÷ 50 = 0.18</p>	とおる	40 m	8 秒	りえ	50 m	9 秒	ゆき	□ m	□ 秒					
とおる	40 m	8 秒														
りえ	50 m	9 秒														
ゆき	□ m	□ 秒														
<p>・小数+小数の式を数直線と対応させて読む</p> <p>4.2 + 0.8 = □</p> <p></p> <p>・もとの何倍かにあたるかを読む 親クジラ15m 子クジラ3m 親は子の体長の何倍か。 15 ÷ 3 = 5 3 × 5 = 15</p> <p></p>	<p>・単位量当たりを数直線から読む 1m当たり5kgの物が21.5kgでは何mか。(小数÷整数) x = 21.5 ÷ 5</p> <p></p> <p>*次のような問題にも当てはまる。 1m当たり2.4kgの物が8.4kgでは何mか。 x = 8.4 ÷ 2.4 (小数÷小数)</p>	<p>・式とグラフを対応させて読む (100g 300円のお肉の関係)</p> <table border="1" data-bbox="1062 1682 1477 1760"> <tr> <td>重さ(x)</td> <td>0</td> <td>100</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>400</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>値段(y)</td> <td>0</td> <td>300</td> <td>600</td> <td>900</td> <td>1200</td> <td>1500</td> </tr> </table> <p>y = 3 × x の式をグラフと対応させる。反比例でも同様のことが当てはまる。</p> <p></p>	重さ(x)	0	100	200	300	400	500	値段(y)	0	300	600	900	1200	1500
重さ(x)	0	100	200	300	400	500										
値段(y)	0	300	600	900	1200	1500										

(4) 式の表す対象における 読み方の例

(3)の「学年別 式の読み方の例」の視点を変えて、式のはたらきから、式は何を表しているかを整理してみた。式は「事柄や関係」「思考過程」を表していることが分かる。また、式の読み方に照らし合わせると、「発展的に読む」ということも分かる。このことは、一般化や数範囲の拡張のことを表している。そこで、式の表す「事柄や関係」「思考過程」に着目し、その読み方を整理してみた。

- ア 式からそれに対応する具体的な場面を読む。
- イ 式の表す事柄や関係を一般化して読む。
- ウ 式の当てはまる数の範囲を、例えば、整数から小数へと拡張して、発展的に読む。
- エ 式から問題解決などにおける思考過程を読む。
- オ 数直線などのモデルと対応させて式を読む。

ア・イ・エは式の表す対象のことである。これらを縦軸とし、書き・読みの対象とする。イは、表されたものをさらに一般化して、二重の一般化を意味している。これはウの発展的に読むことつながるので、イ・ウを横軸の読み方にする。オは全般に関わって図や表と対応させて読むことなので、今回は省略する。

書き		読み	* 式を読む 事柄や場面を式から読む 具体的な場面を読む	* 式を発展的に読む 一般化する読み（帰納的に読む） 拡張する読み（類推的に読む）
		書き		
書き・読みの対象	事柄・関係 場面を表す		<p>◎式には、具体的な場面、事柄や関係を形式的に表して読めるよさがある。</p> $4 \times 6 = 24$ <p>4個 </p> <p>6列</p>	<p>◎きまりや似ていることを見つけ、そのきまりなどを使って、新たな問いや式などを見付けられるよさがある。</p> $\begin{array}{l} 7 \times 2 + 3 \times 2 = 20 \\ 4 \times 2 + 4 \times 3 = 20 \\ 4 \times 2 + 3 \times 2 + 3 \times 2 = 20 \\ 4 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 = 20 \end{array}$ <p>→長方形の面積の公式を使えば、複雑な形の面積も長方形のように求められる。(一般化) →違う形の図形でもこの方法が使えるのか。(新たな問い)</p>
	思考過程を表す		<p>◎式には、どのように考えたのかを表して読めるよさがある。</p> <ul style="list-style-type: none"> • $7 \times 2 + 3 \times 2 = 20$ → 7×2の長方形と 3×2の長方形に図形を縦に分けている。  • $10 \times 4 \div 2 = 20$ →同じ形の図形を組み合わせ大きな長方形を作った。その面積の半分を求めるため、$\div 2$をした。  	<p>◎共通する式や考え方を整理したり、関連付けたりしていくことで、新たな問いや式と式の関係などを見付けられるよさがある。</p> <ul style="list-style-type: none"> • $5 \times 4 = 20 \neq (7-2) \times 2 + (3+2) \times 2$ • $7 \times 4 - 4 \times 2 = 20$ → 7×4の大きな長方形から 4×2の小さな長方形を引いたという意味。 →もしも、この式が表す意味にすればいいなら、「7×4の中のどの場所から 4×2の長方形を引いてもよいか」という新たな問いが見つかる。

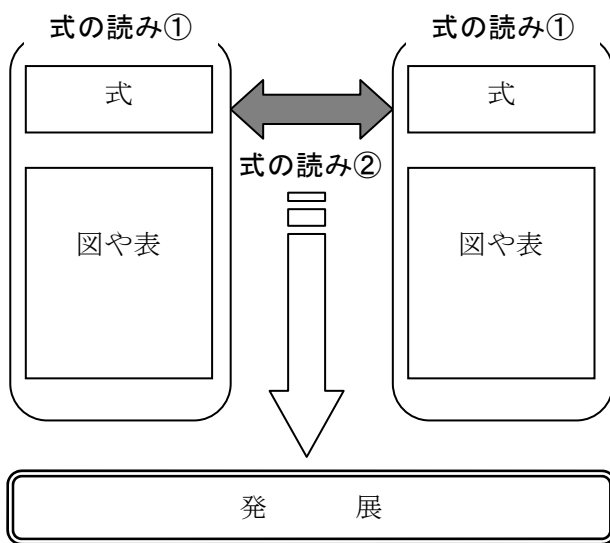
(5) 考察

以上の基礎研究で、式のはたらきや、式の表すものとは何かが明らかになった。また教師自身、児童が考えた式を価値付ける観点も明らかになった。「学年別 式の読み方の例」を作成したことについては、どの学年でどのような読み方ができるのか、小学校学習指導要領解説 算数編に載っている5つの読み方を具体的な場面で考えることができた。特に、具体場面を整理していくことで、それぞれの読み方の違いも分かってきた。

また、「式の表す対象における 読み方の例」からは、実際の授業を想定したときの式の読ませ方が明らかになった。縦軸の書き・読みの対象である「事柄や関係」「思考過程」を読む表の左側を「式の読み①」とする。これは、式の意味を図や表を用いて読むことである。そして、それらを発展的に読む表の右側を「式の読み②」とする。これは、式と式を関連付け、式の形からポイントとなる数に注目することで共通する事柄や関係を見いだしていくことである。

書き・読みの対象	式を読み①	式を読み②
事柄・関係 場面を表す	<p>*式を読む 事柄や場面を式から読み、 具体的な場面を読む</p> <p>①式には、具体的な場面、事柄 や関係を形式的に表して数 のよさがある。</p> <p>$4 \times 6 = 24$</p> <p>4個</p>	<p>*式を発展的に読む 一般化する読み(帰納的に読む) 拡張する読み(帰納的に読む)</p> <p>②あまりや似ていることを見付け、その よさなどを使って、新たな類似や式 などを見付けられるよさがある。</p> <p>$7 \times 2 + 3 \times 2 = 20$ $4 \times 2 + 4 \times 2 = 20$ $4 \times 2 + 3 \times 2 + 3 \times 2 = 20$ $4 \times 2 + 3 \times 2 + 2 = 20$</p> <p>→長方形の面積の公式を使えば、様々な 形の面積も長方形のように求まら れる。(一般化) →違う形の図形でもこの方法が使え るか。(新たな問い)</p>
思考過程 を表す	<p>②式には、どのように考えたのか を表現して読めるよさがある。</p> <p>・ $7 \times 2 + 3 \times 2 = 20$ → 7×2の長方形と 3×2の 長方形を並べて</p> <p>・ $10 \times 4 + 2 = 20$ → 同じ形の図形を組み合わ せ大きな長方形を作った。 その面積の半分を求め るため、÷2をした。</p>	<p>③共通する式や考え方を整理したり、関 連付けたりしていくことで、新たな類 似や式と式の関係などを見付けられ るよさがある。</p> <p>・ $5 \times 4 = 20 + (7-5) \times 2 + (3+2) \times 2$ ・ $7 \times 4 - 4 \times 2 = 20$ → 7×4の大きな長方形から 4×2の 小さな長方形を引いたという意味。 → もしも、この式が算数意味にすれば いいなら、「7×4の中のどの場所か ら 4×2の長方形を引いてもよ いか」という新たな問いが見つかる。</p>

ここから一般化や拡張をさせ、式を発展的に読んでいく。この「式の読み①」と「式の読み



②」をすることで、児童にとって効果的な式の読みになると考えた。

以上のように、教師が式の読みの価値を理解しておくこと、授業の展開のさせ方も変わってくる。式から何を読ませるのかを教師自身がはっきりさせていないと、展開がぶれてしまうのである。すなわち、教材研究の重要性が一層明確になった。

そこで、実践研究では「式の読み・追究 MAP」を作成し、「式の読み①」と「式の読み②」を授業に取り入れて、研究を進めていくことにした。

2 問題解決の学習について

式を読み、追究する学習活動をするには、授業の展開が重要と考えた。そこで、問題解決の学習とは何かを明らかにすることで、追究することの意義を明確にしていくこととした。

(1) 「小学校 算数 指導資料 指導計画の作成と学習指導」より（平成3年3月 文部省）

- 問題解決の指導は、児童一人一人に確かな自己教育力を育てるために大切な指導である。すなわち、自ら学ぶ目標を定め、主体的な学び方を身に付け、適切に判断し行動できるような力を育てるために、問題解決の指導は必要不可欠である。(P. 33)
- 問題解決のとらえ方は多様であるが、大雑把にみて三つのとらえ方があるようである。第一のとらえ方は、最も狭いもので、「解決の実行」に焦点を当てたとらえ方である。第二のとらえ方は、第一のとらえ方よりも広く、「問題の理解、解決の計画、解決の実行、解決の検討」を問題解決とするのとらえ方である。さらに、第三のとらえ方は、すべての要素について「問題の構成（設定）、問題の理解、解決の計画、解決の実行、解決の検討」を問題解決とするのとらえ方である。ここでは、算数科の目標の実現や、改訂の趣旨などからみて、第三の考えをとることとする。(P. 34)
- 問題の構成や理解は、解決の検討と深く関連していることである。解決の検討は、問題解決の過程やその成果などを適切に評価し、はっきり分かったことや次に検討すべきことを明確にすることといてよい。実際の指導ではややもすると「次に検討すべきことを明確にすること」の指導が必ずしも十分に行われていないようである。このことは、主体的に学習に取り組む児童を育てることからみても、次時以降の問題解決においての問題の構成、理解などの精神的、時間的な負担を軽減し、全精力を、解決の計画、実行、及び検討に振り向けることができるようにすることからみても重要である。(P. 34)
- 一連の問題解決の中で述べた問題解決の各要素は、繰り返し何度も現れるものであるということである。問題は、そもそも自己増殖的な性格をもっているといわれている。すなわち、ある問題を解決すればそれを契機として新たな問題が派生し、その解決をするというようにして認識が次第に広がり深まりをもっていくのである。(P. 35)

(2) 「学習指導要領解説 算数編 及び 数学編」より（平成20年8月 文部科学省）

算数的活動とは、児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動を意味している。ここで「目的意識をもって主体的に取り組む」とは、新たな性質や考え方を見いだそうとしたり、具体的な課題を解決しようとしたりすることである。算数的活動を通して、数量や図形の意味を実感をもってとらえたり、思考力、判断力、表現力等を高めたりできるようにするとともに、算数を学ぶことの楽しさや意義を実感できるようにするためには、児童が目的意識をもって主体的に取り組む活動となるように指導する必要がある。

数学的活動は、基本的に問題解決の形で行われる。すなわち、疑問や問いの発生、その定式化による問題設定、問題の理解、解決の計画、実行、検討及び新たな疑問や問い、推測などの発生と問題の定式化へと続く。

(3) 考察

以上の資料から、問題解決の学習をすすめることが大事であるということが読み取れる。このときの問題解決とは「問題の構成（設定）、問題の理解、解決の計画、解決の実行、解決の検討」を示している。解決の検討は、問題解決の過程やその成果などを適切に評価し、はっきり分かったことや次に検討すべきことを明確にすることと明記されている。つまり、問題解決の学習は、まとめの段階で課題を解決するだけではいけない。数範囲を拡張させるなどの広がりをもたせたり、一般化をしたりして発展をさせ、児童にとって質的な深まりがあることが問題解決の学習で求められている。

また、それを算数的活動・数学的活動に位置付けていることから、児童が自ら主体的に取り組むことが前提とされていることが分かる。本研究では、追究する児童の姿を「自ら新たな問いを見いだして考えを広げようとする態度を身に付けている姿」と定義している。つまり、本当の意味での問題解決の学習に取り組むことで、副主題である「追究する児童」を育成することができる考えた。

そこで、本研究では問題解決の様相を、以下のように捉えることとした。

問題解決の段階	本研究での段階	学 習 活 動
問題の構成	問題を捉える	提示問題の意味を理解し、課題を把握する。そして、解決の見通しをもつ。これは、前時の追究からのつながりで問題設定される場合もある。
問題の理解		
解決の計画		
解決の実行	式に表す (自力解決)	式、図、表などを用いて、問題を解く。
解決の検討	式を読む (集団検討)	式の読み① …式と図や表の関連 式の読み② …式と式の関連で一般化、発展
	追究する	式の読み②から、問題場面をもとに新たな問いを見だし、学習を発展させたり、次時への課題を見付けたりする。

この中でも特に、本研究では式の読みに着目して追究活動を進めていくので、集団検討の段階を「式を読む」場として設定する。そして、自力解決の段階は「式に表す」場と設定する。紀要の5ページにも示した通り、式に表すことと読むことは表裏一体であると捉えている。よって本研究では、問題解決を大きく「問題を捉える」「式を読む」「追究する」の3つの段階に分けて、実践研究を進めていくこととした。

VII 調査研究

部員の所属校15校の教員195人、第4～6学年の児童2657人を対象に次のような調査を質問紙により行った。

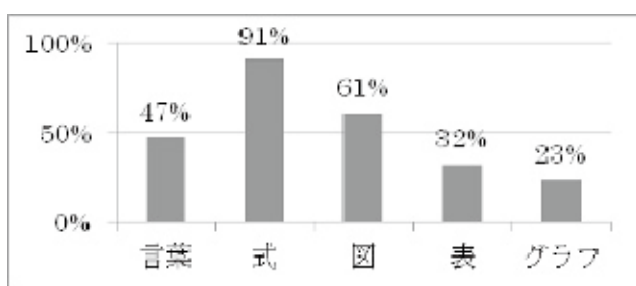
目的

教師、児童それぞれが式についてどのような意識をもっているかを把握し、日頃の授業で行われている式指導について改善を必要とする場面や実態を捉える。また、児童が問題解決の場面において考えを広げることを意識的に行っているかについて調査する。

これらの調査をもとに実態を把握し、授業において数学的な思考力・表現力を育成するために効果的な指導の手立てを開発する。

1 児童が問題を解く場面において用いる手段

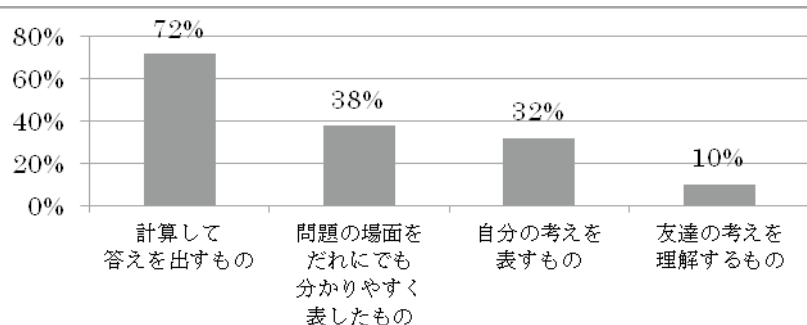
問題を解く時に何を使って考えていますか。



問題を解く時に式を使うと答えた児童が91%で、ほとんどの児童が式を用いて問題を解いていることが分かる。

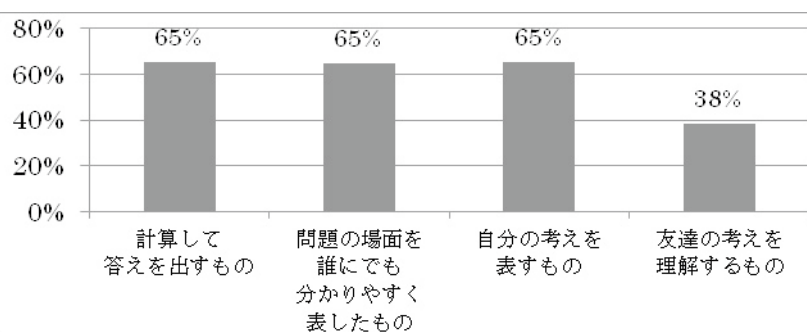
2 児童と教師の式に対する認識

(児童) 式をどんなものだと思いますか。



児童の72%が「計算して答えを出すもの」と回答しており、児童は式に対して計算して答えを出すものという意識が強いことが分かった。

(教師) 式をどんなものだと思いますか。

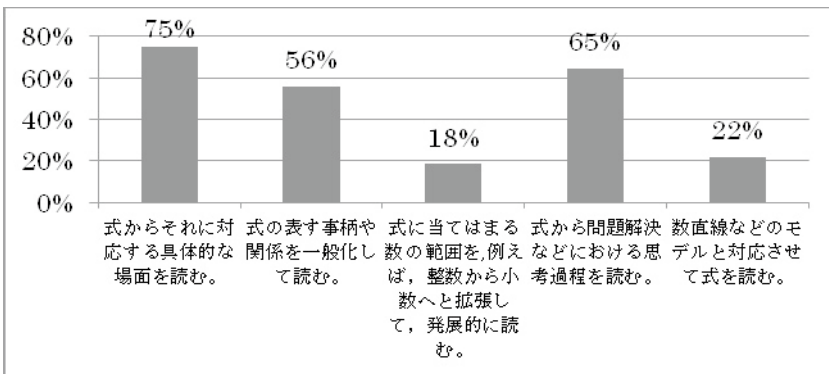


教師と児童の結果を比較すると、「問題場面を表す」「自分の考えを表す」「友達の考えを理解する」という項目において、教師に比べ、児童の数値が30ポイント近く下がっている。このことから、教師は計算以外の式のはたら

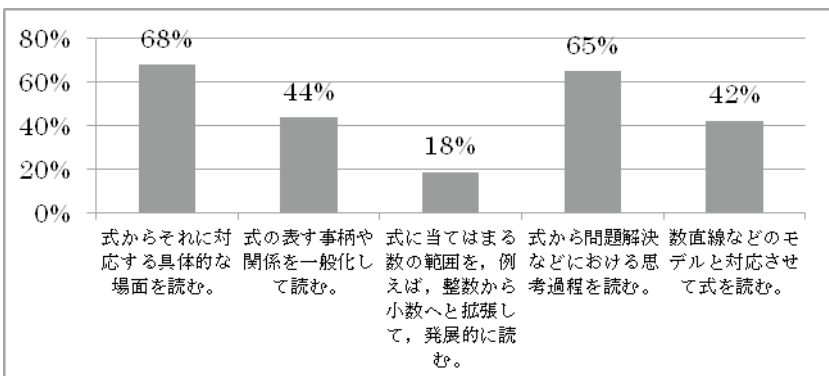
きを認識していても、すべての児童には広まっていないことが分かる。

3 教師の「式を読む」活動に対しての認識と実践

(教師) 『式を読む』という言葉からイメージすること。



(教師) 授業の中にどのような活動を取り入れているか。



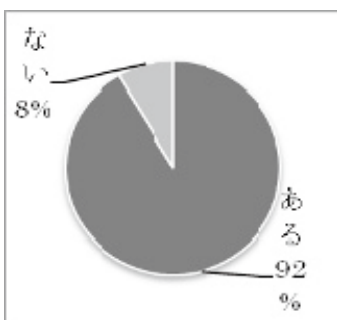
教師は「式を読む」活動として具体的な場面を読んだり、思考過程を読んだりする活動を意識し、授業の中でも行っていることが分かる。一方で、式の表す事柄や関係を一般化して読むことは、イメージをもっているものの授業では行うことができていない。

また、式に当てはまる数の範囲を発展的に読むことは認識、実践ともに18%であり意識されていない。

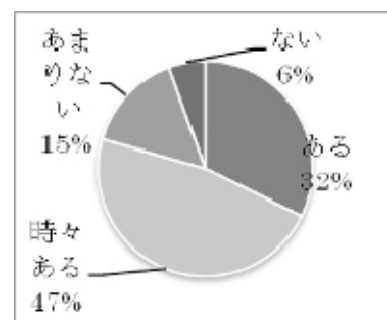
式を読むときに、一般化して読んだり、発展的に読んだりする指導を行っていく必要がある。

4 考えを広げる

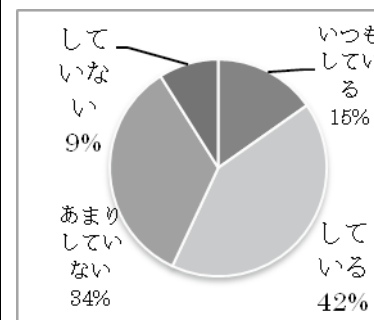
(児童) 友達の考えがいいなと思うことある。



(児童) 友達の考えを使って問題を解こうとしたことがある。



(児童) 答えが出た後、別の考えでも解こうとしているか。



授業の中で、ほとんどの児童が友達の考えのよさに気づき、その考えを使って問題を解いていることが分かる。しかし、答えが出た後に別の考えで解いている児童は57%にとどまり、問題を解いた後にそれを発展させ、考えを広げようとする児童を育てるための手だてや指導法の工夫が課題である。

以上の調査の結果から、式の読みを重視して、追究する態度を育てることができれば、数学的な思考力・表現力の育成を図ることができるのではないかと考えた。

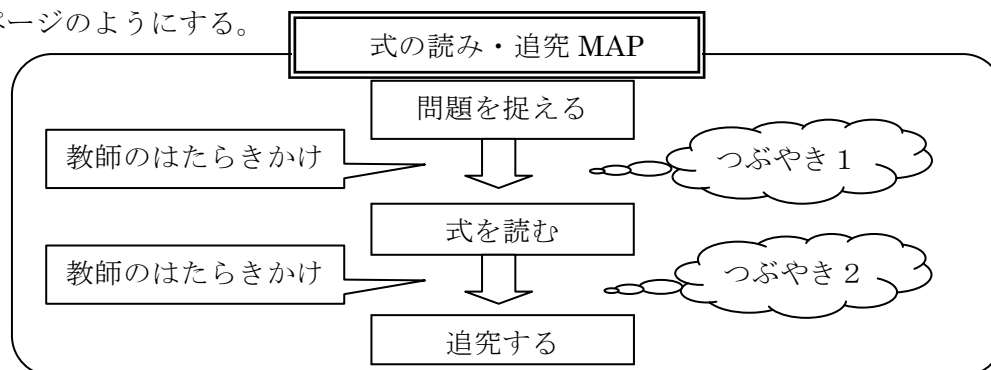
Ⅷ 実践研究

1 研究主題にせまるための手だて

(1) 式の読み・追究MAP

平成 22 年の東京都教育研究員の研究で、集団検討場面に焦点を当てた「集団検討場面構想図」が提案された。この構想図のよさは、指導案と異なり 1 枚の図の中で授業の流れが見えるということである。

この研究の成果を生かし、式の読み、追究に焦点を当てた「式の読み・追究 MAP」を作成する。授業展開を「問題を捉える」「式を読む」「追究する」の 3 つの段階で分け、導入から授業の終末まで児童の追究する姿が視覚的に分かるようにする。具体的な見方は次のページのようにする。



(2) 式の読み

ア 式の読み① …言葉、数、図、表と式を関連付ける。事柄や思考過程を読み、式の意味を理解させる。

例 $5 \times 3 + 3 \times 5$



5×3 の長方形と、 3×5 の長方形に分けて考えている。

イ 式の読み② …式と式を関連付け、式の形からポイントとなる数に注目することで共通する事柄や関係を見いだしていく。ここから一般化や拡張をさせ、式を発展的に読んでいく。

例 ① $5 \times 3 + 3 \times 5$ ② $5 \times 8 - 2 \times 5$ ③ 3×10

「かけ算がどの式にも入っているが、何を表しているのだろう。」

(3) 追究するための教師のはたらきかけ

- ・問題を、式に表したときにいくつかの式が出やすいもの、条件や場面が変えられるものにする。
- ・引き出したい児童のつぶやきを明らかにする。
例（「だって…」「じゃあ…」「もし～だったら」「たとえば…」）
- ・教師の言葉で児童の新たな問いを引き出す。
例（「本当に？」「たまたまだね」「これでいいね」）
- ・様々な追究の内容から、次時につながる追究の方向性を示す。

矢印の区別

→	式の形式的変形
↔	式と式の関連

式の読み・追究MAP	学年 単元 「課題」	授業の段階	式の読みの説明
式の読み・追究MAP	おさえたいこと・まとめ	発問	式

式の読み・追究MAP

問題を捉える

この形の面積を求めましょう。

① 長方形や正方形なら計算で求められる。

② マスを数えるのはめんどうくさい。

式を読む

式からどんな解き方をしたか、考えましょう。

① $(7+3) \times 2 = 20$

② 長方形に分けている。

③ $7 \times 2 + 3 \times 2 = 20$

④ $4 \times 2 + 3 \times 4 = 20$

⑤ $7 \times 4 - 2 \times 4 = 20$

⑥ $7 \times 4 - 4 \times 2 = 20$

⑦ $(7-2) \times 4 = 20$

⑧ $(7+3) \times 2 = 20$

⑨ $10 \times 2 = 20$

⑩ $5 \times 4 = 20$

⑪ $(7-2) \times 4 = 20$

⑫ $(7+3) \times 2 = 20$

⑬ $10 \times 2 = 20$

⑭ $5 \times 4 = 20$

① 縦に分ける

② 横に分ける

③ 長方形からひく

④ かけ算がどの式にも入っている。

⑤ 縦に分ける

⑥ 横に分ける

⑦ 長方形からひく

① 縦に分ける

② 横に分ける

③ 長方形からひく

④ かけ算がどの式にも入っている。

⑤ 縦に分ける

⑥ 横に分ける

⑦ 長方形からひく

① 縦に分ける

② 横に分ける

③ 長方形からひく

④ かけ算がどの式にも入っている。

⑤ 縦に分ける

⑥ 横に分ける

⑦ 長方形からひく

① 縦に分ける

② 横に分ける

③ 長方形からひく

④ かけ算がどの式にも入っている。

⑤ 縦に分ける

⑥ 横に分ける

⑦ 長方形からひく

それぞれ解き方を比べて気がついたことや、共通点はありますか。

それぞれ解き方を比べて気がついたことや、共通点はありますか。

それぞれ解き方を比べて気がついたことや、共通点はありますか。

追究する

「いろいろな形の面積の求め方を考えよう」でしたが、もうどんな形でも計算で求められますか。

例えばこの前作った20個も計算で解けるかな。

じゃあ、いろいろな形を作って、面積を解いてみよう。

例えばこの前作った20個も計算で解けるかな。

じゃあ、いろいろな形を作って、面積を解いてみよう。

例えばこの前作った20個も計算で解けるかな。

じゃあ、いろいろな形を作って、面積を解いてみよう。

児童のつばやき	①	式と図や表を関連させた時(式の読み①)のつばやき	式と式を関連させた時(式の読み②)のつばやき
---------	---	--------------------------	------------------------

2 実践事例

(1) 第6学年「速さ」

ア 教材について

速さを考えるときには、50m走のタイムのように距離を一定にする比べ方と、自動車の速さのように時間を一定にする比べ方をすることがある。これを基にして、4つの考え（公倍数で距離をそろえる、公倍数で時間をそろえる、1秒あたりに進む距離でそろえる、1m進むのにかかる時間でそろえる）を出すことができ、検討場面においてそれぞれの考えがつながり合い、考えのよさや式のよさがわかっていく。この時、どの比べ方でも速さを比べることができ、速さは「距離」と「時間」によって決まる量であることを確認する必要がある。

さらに、単位量当たりの大きさで考えることは、計算が1回でよいという簡潔性、いっぺんにいくつも比べることができるというよさにつながる。その上で、長さや重さなどの量の比較では、数が大きいほうが長い、重いと判断してきたことを想起させ、数値が大きくなるほど速くなるという比べ方に集約したい。

これらのよさや特徴に気付くことは、速さの概念である「速さ＝距離÷時間」という一般化につながる。そこで、教科書のようにすぐに公式を提示するのではなく、児童たちと式の読みを通して、追究していくことで導き出す活動を大切にしたいと考えた。

また、教科書の単元や問題、数値を変えながら利用することで、普段の学習の中で「式の読みを通して追究する」という部分にせまっていくことができると提案したいと考える。

イ 研究主題にせまるために

(ア) 式の読み・追究 MAP

- ・式の読み・追究 MAP を作成することで、児童に読ませたい式の関連を明らかにする。また、追究に向けて児童から引き出したい発言やつぶやき、活動内容などを明確にしておく。

(イ) 式の読み

- ・式と式の関連を読み合うために、それぞれの数値の意味や関連について、「公倍数で距離をそろえる・公倍数で時間をそろえる・1秒あたりに進む距離・1m進むのにかかる時間」の4つの考えで比較しながら、式の意味を読み合う。
- ・前時に、数直線を使って式の意味を確認しておくことで、数直線や線分図を書かないと立式できない児童を減らしておく。また式を説明するときに、数直線や線分図を示して説明することができる場を設定した。

(ウ) 追究するための教師のはたらきかけ

- ・問題を捉える場面で、比べる対象を2人から3人にするという、前時の終末で広げた考えを生かす。人数を変えられるように□人として提示したり、比べる時に公倍数では計算しづらい数値を児童から引き出したりして、導入を工夫する。
- ・単位量当たりで比較することのよさに気付いた後に、1秒当たりの方がよいか、1m当たりの方がよいかの追究をする。速さの比較により適した方法はどちらなのかを追究することで、公式へつなげる根拠を説明できるようにする。

ウ 本時

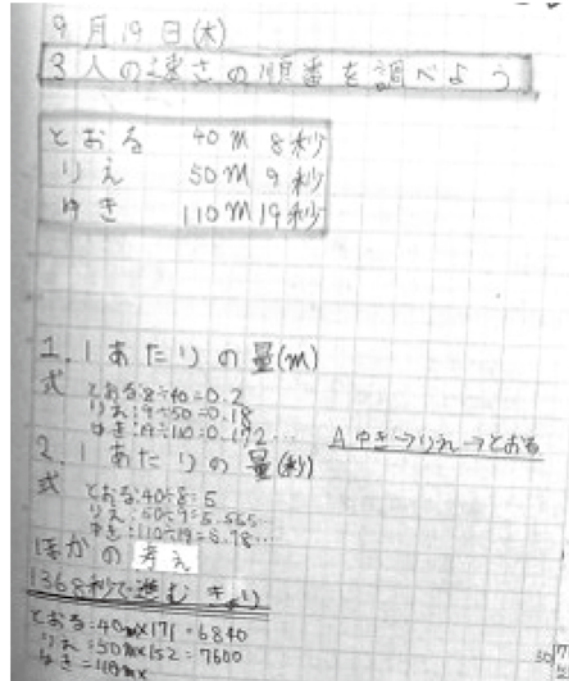
(ア) 目標

距離と時間のどちらも異なる場合の速さの比べ方を考えることを通して、速さは単位量当たりの大きさの考えを用いて表せることを理解する。

(イ) 問題

速さの順番を調べよう

とおる	40 m	8 秒
りえ	50 m	9 秒
ゆき	□ m	□ 秒



(ウ) 課題

距離や時間が違う二人の速さの比べ方を考えよう。

(エ) 展開

①問題を捉える

- ・人数を二人から三人に増やし、さらに比べる時に公倍数では計算しづらい数値を児童から引き出すようにして問題場面を捉える。

②式に表す

- ・人数が三人に増え、さらに公倍数では計算しづらい数値になったことを踏まえて、速さの比べ方を式に表す。前時に、数直線と対応させて式を読んだことを参考に正確に立式する。

③式を読む

- ・「公倍数で距離をそろえる、公倍数で時間をそろえる、1秒あたりに進む距離、1m進むのにかかる時間」の4つの考えで比較をし、それぞれの式の意味を読み合う。

④式の関連を読む

- ・4つの考えで提示された式同士を見比べ、数値や四則演算から式同士の関連を読み合う。その際に、距離と時間の2種類の数値から式同士の関連を捉える。

⑤まとめ

- ・距離や時間が違うときの速さの比べ方は、どちらかの量を1あたりの量でそろえて比べると分かりやすいということを捉える。

⑥追究する

- ・単位量当たりで比較することのよさに気付いた後に、さらに式から、1秒当たりの方がよいか、1m当たりの方がよいか考える。
- ・「1人の場合はどのように速さを表すのか」という視点を持ち、速さとは何かを捉えていくときの拠り所として、単位量当たりで考えるよさに気付く。
- ・速さの比較に適した方法はどちらなのかを追究し、公式へつなげる根拠を説明する。

式の読み・追究MAP

問題を捉える

速さの順番が決められるかな。

	きより(m)	時間(秒)
とおる	40	8
りえ	50	9
ゆき	110	19

人数が3人に増えただけど、きよりか時間をそろえないと...

ゆきにどんな数字が入るかによるよ。

距離や時間が違うときの速さの比べ方は、どちらかの量を1当たりの量でそろえて比べると分かりやすい。

追究する

どの方法が比べるのに便利なのかな。

6年 速さ「速さの順を調べよう」

式を読む

式からどんな解き方をしたのか考えよう。

②かけ算を使っている

公倍数の考えの式

$$\begin{aligned} 40 \times 171 &= 6840 \\ 50 \times 152 &= 7600 \\ 110 \times 72 &= 7920 \end{aligned}$$

きより(m)	時間(秒)
40	$8 \times 171 = 1368$
50	$9 \times 152 = 1368$
110	$19 \times 72 = 1368$

①公倍数できよりをそろえよう。

①1m当たりを数直線で考える。

②きよりをそろえれば数が小さいほうが速い。

きよりをそろえている式

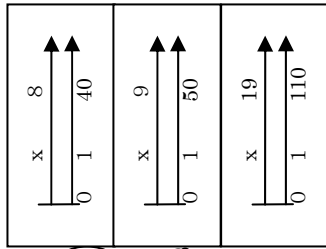
$$\begin{aligned} 40 \div 8 &= 5 \\ 50 \div 9 &= 5.5 \dots \\ 110 \div 19 &= 5.78 \dots \end{aligned}$$

時間をそろえている式

②時間をそろえれば数が大きいほうが速い。

①公倍数で時間をそろえよう。

式の読み①
式と図や表を関連させる。



$$\begin{aligned} 8 \div 40 &= 0.2 \\ 9 \div 50 &= 0.18 \\ 19 \div 110 &= 0.172 \dots \end{aligned}$$

1当たりを求める考えの式

①1秒当たりを数直線で考える。

式の読み②
式と式を関連させ、考え方や比べ方の共通点を見付ける。

②わり算を使っている。

今日の数字なら、1秒当たりをそろえた方が、比べる数字が分かりやすいかも。

じゃあ、時間やきよりをそろえても1秒当たりをそろえた方が分かりやすいのかな。

どんな時も数が大きいほうが速い方が分かりやすいかも。

比べなくても速さを表すことができれば便利じゃないかな。

(2) 第4学年「計算のきまり」

ア 教材について

本単元のねらいは、四則混合の式や（ ）を用いた式の意味や計算のきまり（交換法則、結合法則、分配法則）を理解し、計算の方法の工夫を考えるとときに活用できるようにすることである。単に計算の順序や計算のきまりを覚えるだけでなく、式で簡潔に表現できるよさ、工夫して簡単に計算ができるよさを味わえるようにしたい。

式については、四則の計算が用いられる場面を知り、それを式で表す学習を第1学年からしてきている。さらに、簡単な場合について2段階の構造を分解式に表したり、（ ）を使った総合式に表したりする経験をしてきている。四則に関して成り立つ性質については、具体的な場面において、交換、結合、分配の各法則が成り立つことが理解できるようにしてきている。

問題の場面を総合式に表すことができると、その式によって場面を正確に伝えることができる。これが総合式のよさである。単元の終末において、言葉の式に当てはめると数が変わっても使えることや、（ ）を使うと式の意味をより分かりやすく伝えられるという式の新たなよさを味わうことができるように、的確に式で表すことができるようにする必要がある。そのために、（ ）や乗法先行のきまりを理解し、正確に使えるように指導を進めていく。

イ 研究主題にせまるために

(ア) 式の読み・追究MAP

- ・児童に読ませたい式の関連を明らかにする。また、追究に向けて、児童から引き出したい発言やつぶやき、活動内容などを明確にしておく。

(イ) 式の読み

- ・児童が考えた式を他の児童が図に表したり、児童が考えた図を式に表したりする活動を行う。その際、全員が他の児童の式を読みワークシートの図に書き込みをする時間を設定した。
- ・式と式との関連をつかむために、共通している数字の意味（言葉で表す）についての話し合いを行う。言葉と関連させることで、考えに対する理解を深めると共に、追究する際に集団共通の言葉として式を変形できるようにした。

(ウ) 追究するための教師のはたらきかけ

- ・問題を捉える場面で、何角形か考えさせることで、三角形の構成要素（辺や頂点の数）について意識できるようにする。また、「この形は□角形だね」として□を視覚的にも捉えさせ、形を変えることに気付くように工夫した。
- ・言葉の式に置き換えられるように、式の中で共通している「10」が「一辺の●の数」であることや「3」が「辺の数」「頂点の数」「正□角形の□の数」であることを捉えられるように、式と図の対応を共有してから、式と言葉を関連付けるよう工夫した。
- ・「みんなの考え方は、いつでも使えるのかな？」と問いかけ、●の数を増やしたり、形を変えたりできるように発問を工夫した。追究は自ら考えられることが望ましいが、そうでない場合は、「みんなが考えた式は、形が変わっても使えるのかな？」とヒントとなる発問を行う。

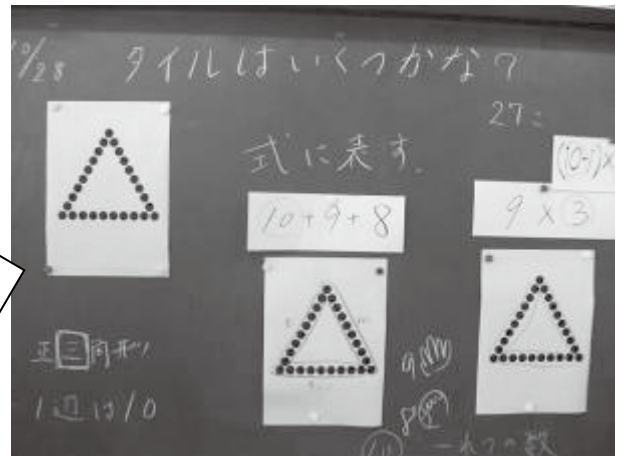
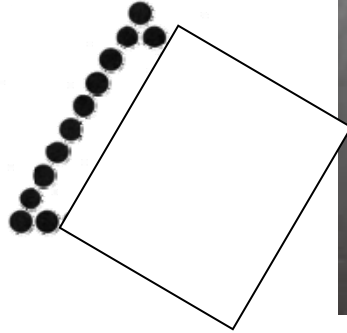
ウ 本時

(ア) 目標

- の数の求め方を工夫して考え、1つの式に表すことができる。

(イ) 問題

- はいくつかな



(ウ) 課題

- の数の求め方を式に表そう。

(エ) 展開

①問題を捉える

- ・問題の図の一部から図形を予想する。一辺に10個の●が並んでいる正三角形であることを知り、●の数を工夫して求めることを捉える。

②式に表す

- ・●の数の求め方の工夫を図に書き込み、式に表す。

③式を読む

- ・まず個人でそれぞれの式の意味を考え、図に表す。次に、全体で図と対応させながら、それぞれの式の意味を確認する。

④式の関連を読む

- ・それぞれの式に共通する数字が何を表しているのか（10＝一辺の●の数、3＝辺・頂点・重なり→ \square 角形）を明らかにし、言葉の式にする。

⑤まとめ

- ・一辺の●の数や形に着目すると、●の総数を簡単な計算で求められたり、言葉の式に表したりすることができることを捉える。

⑥追究する

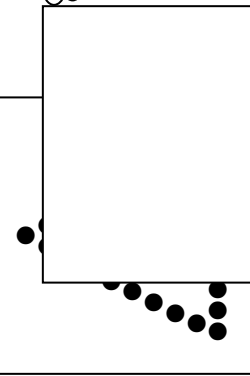
- ・●の数が変わってもそれぞれの言葉の式が成り立つのかを予想し、確かめる。
- ・●の並び方（図形）が変わってもそれぞれの言葉の式が成り立つのかを予想し、確かめる。
- ・●の数と●の並び方（図形）の両方が変わっても、それぞれの言葉の式が成り立つのかを予想し、確かめる。

式の読み・追究MAP

4年 計算のきまり「●はいくつかな？」

1辺の●の数は...

問題を捉える



●だよ。

何が見えますか。

●の数はいくつですか

全部数えるつもりですか

正三角形

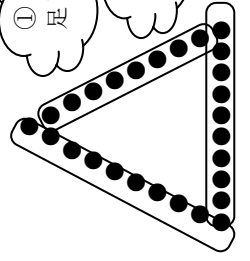
1辺が10個

数えなくてもできる。

どこが分かれば数えなくてもできるのか、図で囲ってみよう。

式を読む

$$10+9+8$$

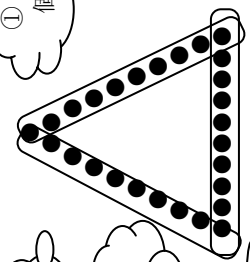


①1辺ずつ足している

①重なるの3を引く

$$(10-1) \times 3$$

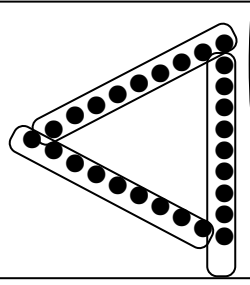
$$10 \times 3 - 3$$



①1辺が10個だから

$$(10-1) \times 3$$

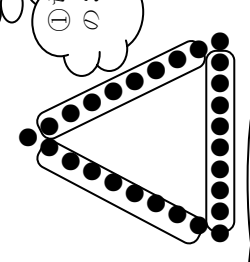
$$9 \times 3$$



①9は(10-1)

$$(10-2) \times 3 + 3$$

$$8 \times 3 + 3$$



①ちよう点の3を足す

①8は(10-2)

式の読み①
式と図を関連させる。
式の読み②
式と言葉に関連させる。

②式の中の10は●の1辺の数

追究する

きまりが見えた

今日出てきた式は、いつでも使えるのかな。

●の数が増えてもできようだよ

4は正方形なら重なりが4個

$$(11-1) \times 3$$

$$(1辺の●の数-1) \times 3$$

形が変わってもできるよ

3を□角形にすればいい

$$(10-1) \times 正□形$$

②式の中の3は頂点や辺の数

じゃあ両方が変わってもできるのかな

$$(1辺の●の数-1) \times □角形$$

$$(10-1) \times 4$$

たとえば四角形なら

さらに追究する

両方とも言葉にすれば...

1辺が11個で四角形でもできるよ

(3) 第4学年「面積」

ア 教材について

本時までに面積は単位面積の何個分かを表していることを学び、児童は長方形や正方形の面積を効率的に求めるための方法として公式化している。その過程で児童が「公式を覚えていればいい」や「式は面積を計算するための手段」として捉えないように、「単位面積の何個分かを効率的に求めるための手段としての公式がある」ことを図形と対応させながら考えることで、式を正しく用いることができるようにさせてきた。

それを踏まえて、本時の教材では複合図形の面積を様々な方法で求めた後、式からどのように図形を変形させたのかを読ませることとした。また、「分けている」「たしてからひいている」などの考え方の似ている点からグループ化した後、各グループの内の共通点は式のどこに表れているかを読み取らせる。これらにより、式と図を関連させた読みを場面を変えて読むことができるようにした。最後にどの考え方も「縦の長さ×横の長さ」という長方形に変形させて求めていることを式から読み取る中で、式と式の関連を読み取らせるようにした。

さらに複数の複合図形の面積を求めることを通して、「公式で求めることができない形でも、長方形にすれば計算できる」ということに気付かせるようにした。

イ 研究主題にせまるために

(ア) 式の読み・追究 MAP (15 ページ参照)

- ・児童に読ませたい式の関連を明らかにする。また、追究に向けて、児童から引き出したい発言やつぶやき、活動内容などを明確にしておく。

(イ) 式の読み

- ・式から考え方を読み取らせるために最初に式だけの発表を行い、その式を読み取らせた後、図形をどのように変形させたかを、式の発表をした児童と別の児童に発表させることで、図と式を関連させた。
- ・考え方に「分けている」「たしてからひいている」など名前を付けグループ化した後、各グループの考え方の共通点を式からも読み取らせるように図と式を関連させた。
- ・どの考え方もかけ算を使っていることから、その意味を考えさせた。どの式にも長方形の求積公式が入っていることが分かりやすいように□で公式部分を囲むなどして、複合図形を長方形に変形させていることが式から分かるようにした。

(ウ) 追究するための教師のはたらきかけ

- ・課題を「長方形、正方形以外のいろいろな形の面積の求め方を考えよう」とし、それに対して「1つの形を解いただけでいいのだろうか。」と追究場面に入る前に問いかけ、「他の形でも長方形の求積公式が使えるのかを確かめたい。」と児童自らが思えるようにしていく。
- ・第2時で様々な20cm²の形を作らせ、面積の保存性を学ばせている。本時(第4時)の追究場面で形が思いつかない児童には、その時に作った形を用いて「この形の面積を計算でどのように求めるか」を追究するヒントとなる発問を行う。

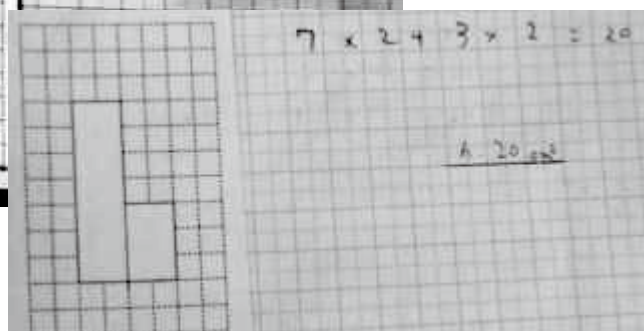
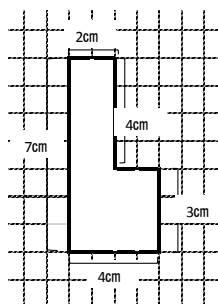
ウ 本時

(ア) 目標

複合図形の面積は長方形や正方形の和や差で求められることを理解する。

(イ) 問題

この図形の面積を求めよう。



(ウ) 課題

長方形、正方形以外のいろいろな形の面積の求め方を考えよう。

(エ) 展開

①問題を捉える

- ・長方形や正方形ではない図形を提示し、どのようにすれば面積を求めることができるかの見通しをもつ。

②式に表す

- ・そのままでは長方形や正方形の求積方法を用いることができないことを踏まえて、複合図形を分解したり、付け加えてひいたり、移動させて長方形に変形させたりした後、その図形を立式する。

③式を読む

- ・式から複合図形をどのように変形させ、面積を求めたのかを読み取る。
- ・「分ける」、「たしてからひく」、「移動して1つの長方形にする」、「2つ合わせて1つの長方形にする」の考え方のグループ分けをし、各グループの式の共通していることを読む。

④式の関連を読む

- ・全ての考え方はかけ算を用いていることを読み取り、それは長方形の求積公式の「縦の長さ×横の長さ」であることを捉える。

⑤まとめ

- ・公式で求めることができない形でも、長方形にすれば計算で面積を求めることができるということを捉える。

⑥追究する

- ・本時の課題は「長方形、正方形以外のいろいろな形の面積の求め方を考えよう。」であったことに戻り、自分で様々な形を作り、面積を求める。
- ・長方形や正方形に変形すれば、それらの求積公式を用いて面積を求めることができることを確かめる。

Ⅸ 成果と課題 (○成果 △課題)

1 式の読み・追究MAP

- 追究する活動の具体的な場面を考えることで、まとめで終わらせず、そこから児童が考えを広げようとする姿勢と意欲が高まった。
 - 児童の表す式の根底にある数学的な考えを教師が明確にすることで、児童の考え方の把握がしやすくなった。
 - 式の読み・追究MAPを作ることで、児童に考えさせたいことや、引き出したい発言を整理することができ、発問も精選された。
 - 式の読み・追究MAPを作ることで、本時に関わる式の読み方を明らかにすることができた。また、式の意味を読み合っていくことで、式の関連性を見いだすことができた。
- △どの単元のどの授業で、本研究の実践ができるかを具体的に考えていく必要がある。

2 式の読み

- 言葉、数、図、表、グラフなどと式を関連付けることで、児童は、式がどのような場面を表したもののなかを読み取りやすくなった。(式の読み①)
 - 式と式との関連付けから、共通する事柄や関係を読むことで、児童は式を一般化したり、発展させたりしていくことができた。(式の読み②)
- △どの児童にも式を読むことができるような支援が必要である。

3 追究するための教師のはたらきかけ

- 追究につながるような問題提示の工夫をし、追究する時間をとることで児童が主体的に学ぼうとする態度を身に付けることができた。
 - 「もし~だったら」と考える児童が多くなり、「もっとやりたい。」といった意欲をもち続ける児童が増えた。
- △追究の視点を教師から与えてしまうと、受動的となり、意欲が低下することとなる。

「問題を捉える」「式を読む」「追究する」という問題解決の学習を繰り返すことで、児童が自ら新たな問いを見いだす追究の姿が多く見られた。これは大きな成果である。

追究する活動に導くための手立ては、まだ不十分である。また、式を読むことについては、基礎研究の段階で、表現様式における式の形式的処理についての分類は改善の余地がある。それらを「式の表す対象における 読み方の例」とも照らし合わせて、式の読み方をより具体的に考察していく必要がある。追究することについても、式の読み同様に、具体的な場面で考察をして手立ての有効性を明確にしたい。今後も指導の改善及び実践事例を増やして、児童の追究するすがたを大切にして、数学的な思考力・表現力を育成していきたい。

我々の研究は、まだ始まったばかりであり、今後も着実に進めていくことが、教師の力も、児童の力も高めていくことになると確信している。これからも、追究し続ける教師でありたい。

平成25年度 教育研究員名簿

小学校・算数

地 区	学 校 名	職 名	名 前
中央区	京橋築地小学校	主幹教諭	武内 伸輔
港区	芝浦小学校	主任教諭	守屋 友紀
港区	御成門小学校	主任教諭	田邊 光恵
文京区	昭和小学校	主任教諭	中塚 智恵
品川区	大井第一小学校	主任教諭	大高 成友
品川区	伊藤小学校	主任教諭	◎増田 千春
板橋区	板橋第八小学校	主任教諭	西山 英樹
練馬区	南田中小学校	主任教諭	村田 裕
葛飾区	南奥戸小学校	主任教諭	○竹部 英美子
八王子市	櫛田小学校	主任教諭	平井 克行
昭島市	つつじが丘南小学校	主任教諭	星野 哲史
日野市	日野第五小学校	主任教諭	○尾形 祐樹
国立市	国立第四小学校	教 諭	羽下 哲朗
清瀬市	清明小学校	主任教諭	三木 謙太朗
武蔵村山市	第二小学校	教 諭	木月 康二

◎ 世話人 ○ 副世話人

【担当】 教育庁指導部義務教育特別支援教育指導課

指 導 主 事 毛利 元一

平成25年度
教育研究員研究報告書

小学校・算数

東京都教育委員会印刷物登録

平成25年度第193号

平成26年 3月

編集・発行 東京都教育庁指導部指導企画課
所在地 東京都新宿区西新宿二丁目8番1号
電話番号 (03) 5320-6836
印刷会社 昭和商事株式会社