

# 研究主題 「文字式の理解を促す指導の工夫」

東京都教職員研修センター研究部研究課  
都立両国高等学校 教諭 細谷政喜

## 研究のねらい

数学における文字式の学習については、中学校学習指導要領、第一学年内容の数と式に記されており、その項目の第一には「文字を用いることの意義を理解すること」とある。「文字を用いることの意義」の一つは、一つの文字で多くの数をまとめて表すという点である。これにより、多くの数の式を一つの文字式で表すことができ、そのことで数を用いての多くの計算を、文字を用いての1回の計算で済ますことができるようになるなどの利点がある。本研究では、多くの数を一つの文字で表すという文字のはたらきを文字の一般性、それによって生じる前述のような利点を文字の有用性と言うことにする。この後の数学の学習では、普遍的な性質を考察することが中心となり、これを理解するには多くの事象をまとめて考え処理するという力が不可欠となる。文字の一般性や有用性を理解することは、この力の基本となるものである。

本研究では、このような文字の特徴を理解することで、文字式の理解を促し、文字を扱う学習全体の興味・関心を高めようと考えた。そこでねらいを、中学校第1学年における最初の文字式の学習に焦点化し、「文字の一般性や有用性を理解する指導の工夫を明らかにすること」とした。

## 研究の内容と方法

表1 研究の内容と方法

基礎研究	調査研究	実践研究
(1)過去の学力調査の結果の分析 文字の一般性や有用性についての理解の状況を把握する。 (2)中学校の教科書等の内容の分析 文字の一般性や有用性についての効果的な指導法を考える。 (3)小学校における算数の学習内容の調査 文字を使用することの指導の留意点を考える。	公立中学校第1学年1クラス38人を対象としたアンケートによる調査 文字の一般性や有用性についての理解の実態を把握し、基礎研究から考えた問題点の裏付けを行う。	中学校第1学年を対象とした、文字の一般性や有用性の理解を促す指導についての指導計画の作成と、検証授業

## 研究の結果と考察

### 1 基礎研究

#### (1) 過去の学力調査の結果

基礎研究から、表2のように、文字式の意味やよさについての理解は高いとは言えないということが分かった。

表2 過去の学力調査の内容報告

過去の学力調査	報告内容
国立教育政策研究所「算数・数学の内容とその配列 戦後の教育課程と児童・生徒の到達度」(平成15年3月)	中学生の文字式の意味や文字式の利用についての達成度は高くなく、中学校第1学年以後も関連する単元で継続して指導すべき内容である。
国立教育政策研究所「平成13年度小中学校教育課程実施状況調査の結果概要について」	中学校第1学年において、「文字を用いることのよさ」について、よくわかったという生徒は48.5%、生徒が理解しやすい内容であると思っている教員は18.1%である。

#### (2) 中学校の教科書の内容の分析

(1)の原因を探るため、中学校第1学年数学の教科書の内容を調べ、以下のことが分かった。文字を用いた式については、文字と式の単元で扱われており、単元全体では文字式の計算の説明が中心であること。文字が多くの数を表すことはその導入部で扱われているのみであること。文字式の計算の学習後に、文字の便利さを理解するような内容は見られなかったこと。

この結果から、このような文字式の計算を中心とした教科書の内容に、文字を用いること

の必要性やよさについての理解を難しくしている原因があると考えた。指導を改善するためには、単元の導入時にはより明確に文字の一般性を理解する指導、及び文字式の計算の指導の終了時には文字の有用性を理解する指導を、指導計画に明確に位置付けることが必要であると考えた。

### (3) 小学校における算数の学習内容の調査

小学校までの学習内容の調査から、中学校以後の学習内容との違いは、表3に示したように、主に考察の範囲の変化、及び一般性の概念についての扱いについてであるということが分かった。

表3 小学校までと中学校以後での文字を扱うことについての主な学習内容の違い

主な学習内容の違い	小学校まで（文字を使用する学習以前）	中学校以後（文字を使用する学習以後）
考察の範囲	数を用いて主に一つの事象を考察する。	文字を用いてすべての事象を考察する。
一般性の概念についての扱い	未知数を求めるための手段や計算公式の説明に、等の記号が使われることはあるが、一般性の概念を扱うことが中心ではない。個に応じた発展的な指導として、等の記号を用いてすべての場合を表現することを扱う。	文字を使って、すべての場合を表現することを、全員が学習する。

この中では、特に、文字を用いるときに考察の範囲が一つの事象からすべての事象へと変化するということが、生徒が理解しにくい点であるにとらえ、文字を用いることを指導する際には、まずこの内容を理解させる必要があると考えた。

## 2 調査研究

表4に示した、7月20日実施のアンケート調査の結果から、文字の一般性の理解は十分ではなく、有用性の理解も高いとは言えないという実態が明らかになった。この結果は、基礎研究の考察を裏付けるものとなった。

表4 調査研究（アンケート調査）の結果

質問項目	回答の割合			
	一般性の観点から説明できた		一般性の観点から説明できなかった	
文字式と数の式の違い		8%		92%
文字の計算や興味・関心について	計算法は理解し、興味・関心もある 24%	計算法は理解しているが興味・関心はあまりない 54%	計算法があまり理解できていない 22%	
文字の便利さについて	とても便利だと思う 25%	少しは便利だと思う 40%	便利とは思わない 35%	

## 3 実践研究

基礎研究、調査研究の結果から、文字の一般性を理解することをねらいとした第一回検証授業及び文字の有用性を理解することをねらいとした第二回検証授業の2回の検証授業を行うこととした。

調査研究を行った中学校の第1学年数学、文字と式の単元の指導計画は図1の通りである。具体的な指導の工夫として、第一回、第二回とも、まず数の式による表現や計算をさせ、次に、文字を用いた式による表現や計算を示し、両方を比較することにより、文字を用いることのよさを実感させた。これらの授業は、単元の導入時及び1次式の計算の指導の終了時に行われる授業として指導計画を立てた。

検証授業のねらい、指導の工夫などは以下の通りである。

### (1) 第一回検証授業のねらい及び指導の工夫

数の式の特徴を理解すること、文字式はすべての場合の計算を表しているという文字式の特徴を理解すること、その式の中で、文字は多くの数値を表しているという文字の一般性を理解すること、の3点をねらいとした。

図1 単元の指導計画

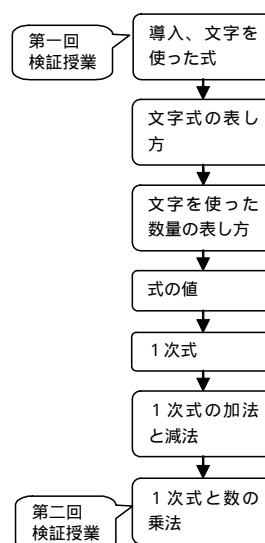


表5 第一回検証授業の指導の工夫、授業で行う例題（一部抜粋）

指導の工夫	<ul style="list-style-type: none"> <li>すべての場合を考えるということと数の式の特徴を理解するために、段階的な例題を用意する。</li> <li>例題2では、まず数の式を100個書く。その後文字を用いた式による表現と比較することにより、文字を用いることのよさを実感し、文字の一般性を理解する。</li> </ul>
授業で行う例題（一部抜粋）	<p>例題1 さいころを振り、出た目の200倍の賞金をもらえたとする。考えられるすべての場合について賞金を計算する式を書きなさい。</p> <p>1の時 <math>1 \times 200</math>      2の時 <math>2 \times 200</math>      3の時 <math>3 \times 200</math>          4の時 <math>4 \times 200</math>      5の時 <math>5 \times 200</math>      6の時 <math>6 \times 200</math></p> <p>例題2 100円で買い物をします。考えられるすべての場合についておつりを計算する式を書きなさい</p> <p>代金が 1円 の時、おつりは <math>100 - 1</math> 円          代金が 2円 の時、おつりは <math>100 - 2</math> 円          代金が 3円 の時、おつりは <math>100 - 3</math> 円          代金が 4円 の時、おつりは <math>100 - 4</math> 円          代金が 5円 の時、おつりは <math>100 - 5</math> 円          ……          …… (授業では、実際に100個の式を提示する。)          ……          代金が100円 の時、おつりは <math>100 - 100</math> 円</p> <p>数式ですべての場合を表現するには多くの式が必要だが、文字を使えば1つの式ですべての場合を表現したことになる。文字式には多くのことが表現されている。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">             代金が a 円の時              おつりは  <math>100 - a</math> 円         </div>

授業の分析

- 生徒の様子は次の通りである。例題1では、全員が解答である6個の式を記入した。例題2では、例題1と同様にして全員が数の式を書き始めたが、書くべき式の数の多さに、途中で書くことをあきらめてしまった。文字を用いた表現の説明を受けた後は、その後の練習問題に対して文字式を使って解答することができるようになった。
- 事後アンケートの結果、文字式と数の式の違いがよく分かったという生徒は76%、文字の一般性がよく分かったという生徒は73%であり、表4に示した、一般性の観点から文字式と数の式の違いが説明できた生徒は8%という調査研究の結果と比較すると、生徒が変容したことは明らかである。

以上の結果から、段階的な例題によりすべての場合を考えるということを理解する、及び数の式を多く書くことを体験し、文字式による表現のよさを実感するという指導の工夫は文字の一般性の理解に効果があったと考える。

(2) 第二回検証授業のねらい及び指導の工夫

文字式の計算での便利さを実感し、文字の有用性について理解することをねらいとした。

表6 第二回検証授業の指導の工夫、授業で行う例題（一部抜粋）

指導の工夫	多くの計算を必要とする例題を用意し、まず数で計算する。その後で、文字を用いた計算法を説明し、その計算による効率のよさを実感することによって、文字の有用性を理解する。																																																																																																		
授業で行う例題（一部抜粋）	<p>例題1 次のような計算を考える。</p> <p>最初に 1 を考える。 次に 3 をかける。 その答えに 2 をたす。          その答えに 4 をかける。 その答えに 10 をたす。 その答えを 6 で割る。          その答えから 2 をひく。 その数が答え。（下の表を参照）</p> <p>この計算において、初めの数が次に示す数である場合それぞれの答えを求めよ。          2、3、7、10、18、55、149、537、2608、11.5、-5</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>初めの数</td> <td><math>\times 3</math></td> <td><math>+2</math></td> <td><math>\times 4</math></td> <td><math>+10</math></td> <td><math>\div 6</math></td> <td><math>-2</math></td> <td>答え</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>10</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>18</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>例題2 下図は、今年の8月のカレンダーである。ある日にちとその上下左右の数を合計すると必ず中央の日にちの5倍となる。このことを説明せよ。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th>日</th><th>月</th><th>火</th><th>水</th><th>木</th><th>金</th><th>土</th></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td></tr> <tr><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td></tr> <tr><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td></tr> <tr><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>例 17日の場合  <math>17 + 10 + 24 + 16 + 18 = 85</math>  <math>17 \times 5 = 85</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">             例題1では、数による計算を体験させた上で、文字を用いた解答を、説明する。その考え方が例題2でも利用できることに、気付かせる。         </div>	初めの数	$\times 3$	$+2$	$\times 4$	$+10$	$\div 6$	$-2$	答え	1	3	5	20	30	5	3	3	2								3								7								10								18								日	月	火	水	木	金	土	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31				
初めの数	$\times 3$	$+2$	$\times 4$	$+10$	$\div 6$	$-2$	答え																																																																																												
1	3	5	20	30	5	3	3																																																																																												
2																																																																																																			
3																																																																																																			
7																																																																																																			
10																																																																																																			
18																																																																																																			
日	月	火	水	木	金	土																																																																																													
1	2	3	4	5	6	7																																																																																													
8	9	10	11	12	13	14																																																																																													
15	16	17	18	19	20	21																																																																																													
22	23	24	25	26	27	28																																																																																													
29	30	31																																																																																																	

## 授業の分析

- ・生徒の様子は次の通りである。例題 1 では、全員が数による計算を行っており、文字を用いた計算を考えた生徒は見られなかった。文字を用いた計算法の説明を受けた後の例題 2 では、ほぼ全員が文字を使って考えようとしており、2 名は解答を完成した。
- ・事後アンケートの結果、例題 1、例題 2 の内容がよく分かったという生徒はそれぞれ 76%、62% であり、よく分からなかったという生徒はいなかった。また、文字の便利さがよく分かったという生徒は 62%、文字の便利さがある程度分かったという生徒は 38% であり、表 4 に示した、文字はとても便利だと思う 25%、少しは便利だと思う 40%、便利とは思わない 35% という調査研究の結果と比較すると、生徒が変容したことは明らかである。

以上の結果から、数による計算と文字による計算とを体験し、その比較によって文字式の計算の効率のよさを実感し、文字の有用性を理解するという指導法についての工夫は、効果があったと考える。

### (3) 検証授業を通しての生徒の興味・関心の変容

文字式について興味・関心をもったという生徒は 43% であり、表 4 に示した調査研究の興味・関心がある 24% という結果と比較すると生徒の変容が伺える。また、「文字式の応用ができてよかった。これからも使っていきたい」「教科書とは違う見方で文字式が学習できてよかった」という感想もあり、文字の一般性や有用性を理解することが、興味・関心の向上にある程度の効果があると考えられる。

### (4) 文字式と関連の深い学習内容の指導

今回は、生徒が初めて文字を用いることを学習する、中学第 1 学年の「文字と式」の単位についての指導計画を考え検証授業を行った。今回の指導計画の工夫は、文字の一般性や有用性の理解には効果があったと考えられるが、この単元の指導だけでは、理解を定着させることは難しい。以後の学習においても継続して指導し理解の定着を図ることが重要であり、文字を用いた式、すなわち文字式の理解が促されることになる。

中学第 1 学年以後の各学年における文字式と関連の深い学習内容は表 7 の通りであり、特に文字の一般性や有用性と関係が深いと思われる学習内容を、ゴシックで示した。

これらの単位についても、今回の検証授業における、数の式と文字の式との比較により文字の一般性や有用性を理解するという工夫が、有効な指導法の一例であると考えられる。

表 7 中学第 1 学年以後の文字式と関連の深い学習内容

学年	学習内容
中学第 1 学年	文字と式、1 次方程式、比例と反比例
中学第 2 学年	式の計算、連立方程式、1 次関数
中学第 3 学年	多項式、2 次方程式、関数 $y = ax^2$
高校第 1 学年	多項式・因数分解、1 次不等式、2 次方程式、2 次関数、2 次不等式
高校第 2 学年	式と証明、複素数と方程式、図形と方程式、数列、微分・積分法

### 研究の成果と今後の課題

研究の成果は、文字の一般性や有用性を理解することの指導を行う際に、数の式と文字の式による計算を比較し、その違いを実感するという工夫が有効であるということが明らかになったことである。今後の課題は、検証授業の結果を踏まえ、さらに興味・関心をもてるような指導法、例題等を考えること、及び、他の文字式が関連する学習内容についての指導法を考えることの 2 点である。