研究主題「数学的な見方や考え方を高めるための指導の工夫
－発展的課題を取り入れた単元『確率』における指導事例－」

東京都教職員研修センター研修部企画課
杉並区立松渓中学校　教諭　宮本　裕

Ⅰ　研究のねらい

中学校学習指導要領(以下学習指導要領)では「数学的な見方や考え方のよさを知り，それらを進んで活用する態度を育てる。」ことが目標の一つにあげられている。しかし、東京都教育委員会の「平成15年度児童・生徒の学力向上を図るための調査」等の各種調査結果では、生徒が数学的な見方や考え方を十分に身に付けているとは言えないという課題が明らかになった。

数学的な見方や考え方を高めるためには、生徒がそれらを用いることのよさを実感できることが必要である。また、学習指導要領解説－数学編－では、「実験など具体的な活動を通して，ものごとの関係やきまりを見いだしたり，得られた結果の意味をよく考えたりするなどの活動を重視すること」の大切さが述べられている。

そこで、生徒が既習事項を利用して解決できる課題のうち、よりよい解法を追究することができる課題のことを発展的課題ととらえ、実生活との関連を図り、実験を行う指導に適した単元「確率」において発展的課題を取り入れた学習活動を設定し、具体的な課題について指導の工夫を例示することを研究のねらいとした。

Ⅱ　研究の内容と方法

○先行研究・基礎研究	○調査研究	○実践研究
学習指導要領解説数学編、数学的な見方や考え方に関する著作物、「児童・生徒の学力向上を図るための調査」等の調査結果の分析や研究。	数学的な見方や考え方について、生徒の意識調査を実施。研究授業の前後に同一の調査項目で実施し、調査結果にみられる生徒の変容を分析。	・数学的な見方や考え方の整理 ・課題を取り上げる際の視点の明確化 ・課題に応じた指導の工夫 ・研究授業の実施

Ⅲ　研究の結果と考察

１　数学的な見方や考え方について

生徒が課題に取り組む過程を３段階に分け、それぞれの段階で用いる数学的な見方や考え方を次のように整理した。

(1) 事象を数学の課題としてとらえるとき	(2) 見通しをもって課題を解決するとき	(3) 学習を振り返るとき
①　あいまいな条件を明確にする。 ②　数量や図形などの関係を、記号や図などを用いて表現する。 ③　課題を処理しやすいものにとらえなおす。 等	④　類似の場面での考え方を利用する。 ⑤　規則性などを利用する。 ⑥　既習事項を順番を考慮して利用する。 等	⑦　別々のものを一つの考え方にまとめる。 ⑧　分かったことを広げたり、深めたりする。 ⑨　得られた性質を特別な場合に当てはめる。 ⑩　得られた性質をより広い範囲に当てはめる。 等

２　課題を取り上げる際の視点の明確化

生徒が既習事項を利用して、よりよい解法を追究することができる課題を取り上げるため、よりよい解法を右のように考えた。また、研究のねらいである、実生活に関連したもの、実験を取り入れることのできるものを扱うこととした。

※「よりよい解法」の例としては
○類似の課題がいつでも解決できる
○見通しをもって課題を解決できる
○簡単に課題解決できる
○考えを分かりやすく表現できる
○いろいろな課題に利用できる　等

３　研究仮説

生徒の実態に即した発展的課題を取り上げ、課題に応じた指導の工夫をすれば、数学的な見方や考え方を高めることができるであろう。

４　課題に応じた指導の工夫例

(1) 課題１

Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄ、Ｅ、Ｆは普段６人で班活動を行っているが、こんど行われる職場体験では３人ずつ２つのグループに分かれることになった。分かれ方は全部で何通りあるか。

<解答例１>
分かれ方をすべて書き出すと
ＡＢＣ－ＤＥＦ
ＡＢＤ－ＣＥＦ
ＡＢＥ－ＣＤＦ
ＡＢＦ－ＣＤＥ
ＡＣＤ－ＢＥＦ
ＡＣＥ－ＢＤＦ
ＡＣＦ－ＢＤＥ
ＡＤＥ－ＢＣＦ
ＡＤＦ－ＢＣＥ
ＡＥＦ－ＢＣＤ
（答）10 通り

<解答例２>
解答例１の板書を見て、Ａが必ず左のグループにいることに気付けば、Ａと一緒になる２人を残りの５人から選ぶ問題と同じであることに気付き、より簡単に数えることができる。
（Ａと一緒になる２人が）
ＢＣ　ＣＤ　ＤＥ　ＥＦ
ＢＤ　ＣＥ　ＤＦ
ＢＥ　ＣＦ
ＢＦ
（答）10 通り

<解答例３>
(1) ＡとＢが一緒になるとき
そのグループの３人目がＣ、Ｄ、Ｅ、Ｆの４通りある。
(2) ＡとＢが分かれるとき
残りの４人からＡと一緒になる２人を選ぶ問題となるから
ＣＤ　ＣＥ　ＣＦ
ＤＥ　ＤＦ　ＥＦ
の６通りある。
したがって､計 10 通りとなる。
（答）10 通り

<課題１を扱う際の指導の工夫例>
○すべての場合を書き出すよう助言することで、解答例１のように生徒が課題解決できる。
○解答例１を示すときに、例えば板書の工夫をすることで、生徒はＡが常に左のグループにいることを発見し、解答例２の考え方に気付くことが期待できる。また、板書の工夫以外にも、プレゼンテーションソフトを利用した説明をすることも、生徒の考えを助ける一つの方法と考えられる。
○課題を提示するときや解答例１を示した後の発問で、「ＡとＢが一緒の場合」、「ＡとＢが分かれる場合」それぞれについて場合の数を考えさせれば、解答例３の考え方に気付くことが期待できる。

すべての場合を数え上げるときに、課題を処理しやすくするという数学的な見方や考え方を用いた。このような場面を通して数学的な見方や考え方のよさを理解できると考える。

(2) 課題２

100 円硬貨が２枚、10 円硬貨が１枚、１円硬貨が３枚ある。これらを用いておつりがないように支払うことができる金額は全部で何通りあるか。

＜解答例１＞

すべての金額を書き出すと、

○	100	200
1	101	201
2	102	202
3	103	203
10	110	210
11	111	211
12	112	212
13	113	213 （円）

（答）23 通り

＜解答例２＞

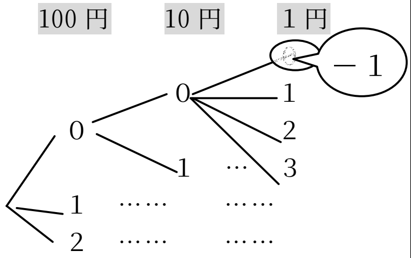
解答例１の板書を見て、100 円硬貨を１枚も使わない場合、１枚使う場合、２枚使う場合に分けて考える方法を利用する。後で除外しなければならない０円の場合も含めると、それぞれの場合が８通りずつあるから、

８×３－１＝23

（答）23 通り

＜解答例３＞

樹形図で考えると、



３×２×４－１＝23

（答）23 通り

＜課題２を扱う際の指導の工夫例＞

○すべての場合を書き出すよう助言することで、解答例１のように生徒が課題解決できる。

○解答例１を示すときに板書の工夫をすることで解答例２に、樹形図を使って表すよう指示することで、解答例３の考え方に気付くことが期待できる。

○「100 円以下の金額をすべて書き出してみましょう」、「まず、100 円硬貨２枚と 10 円硬貨１枚でできる金額を考えてみましょう」など発問を工夫すれば、解答例２や３の考え方に気付くことが期待できる。

場合の数を求める際に、図などに表現する工夫や既習事項の利用という数学的な見方や考え方を用いた。このような場面を通して数学的な見方や考え方のよさを理解できると考える。

(3) 課題３

Ａ、Ｂ、Ｃの３人でじゃんけんをするとき、「あいこ」になる確率を求めなさい。

（注）「あいこ」：互いに、勝ち負けのないこと（ｲﾝﾀｰﾈｯﾄ「大辞林」より）

＜解答例１＞

Ａ、Ｂ、Ｃの３人でじゃんけんをするとき、いし、かみ、はさみの出し方は下の 27 通りある。

いいい	いいか	いいは	いかい	いかか	いかは	いはい	いはか	いはは
かいい	かいか	かいは	かかい	かかか	かかは	かはい	かはか	かはは
はいい	はいか	はいは	はかい	はかか	はかは	ははい	ははか	ははは

このうち、あいこになるのは、□の９通り。（「い」はいし、「か」はかみ、「は」ははさみを表す）

Ａがいしのときに「あいこ」になるのが３通りであることから類推して、計９通りであることに気付くこともできる。

$$\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$$

（答）$\frac{1}{3}$

＜解答例２＞

Ａ、Ｂ、Ｃの３人でじゃんけんをするとき、

(1) ３人とも「いし」 →１通り

(2) ３人とも「かみ」 →１通り

(3) ３人とも「はさみ」 →１通り

(4) ３人が「いし」「かみ」「はさみ」に分かれる場合→６通り　計９通り

Ａ、Ｂ、Ｃがそれぞれ
いかは　いはか　かいは
かはい　はいか　はかい　の６通り。
類似の課題を解決した際に、樹形図を作成し、さらに計算で場合の数を求めることまで学習を広げていれば、ここでも計算で６通りを求めることができると考えられる。

起こりうるすべての場合は 27 通りあるから

$$\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$$

（答）$\frac{1}{3}$

＜乱数を発生する関数を利用した実験シート＞（見本）

	A	B	C	いし(人)	かみ(人)	はさみ(人)	結果	あいこの数	あいこの割合
1	はさみ	いし	かみ	1	1	1	あいこ	1	1
2	いし	いし	かみ	2	1	0		1	0.5
3	かみ	いし	かみ	1	2	0		1	0.333
4	はさみ	はさみ	いし	1	0	2		1	0.25
5	かみ	いし	はさみ	1	1	1	あいこ	2	0.4
6	はさみ	いし	はさみ	1	0	2		2	0.333
7	かみ	かみ	かみ	0	3	0	あいこ	3	0.429
8	はさみ	かみ	はさみ	0	1	2		3	0.375
9	いし	いし	かみ	2	1	0		3	0.333
10	いし	かみ	かみ	1	2	0		3	0.3

表計算ソフトを使い、乱数を発生する関数を利用すると、生徒が簡単に実験できるシートが作成できる。

＜課題３を扱う際の指導の工夫例＞

○すべての場合を書き出すよう助言することで、解答例１のように生徒が課題解決できる。

○どのようなときに「あいこ」になるのかを発問して条件を生徒に確認させることで、解答例２のように整理された考え方に気付くことが期待できる。

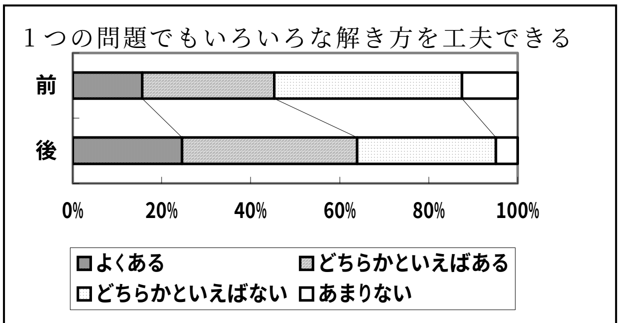
○見本のようなシートを利用して実験をすることで、生徒の興味・関心を高めるとともに、どのようなときに「あいこ」になるのかを確認させることができる。

実験を行った後、得られた結果を振り返る場面で様々な数学的な見方や考え方を用いた。このような場面を通して数学的な見方や考え方のよさを理解できると考える。

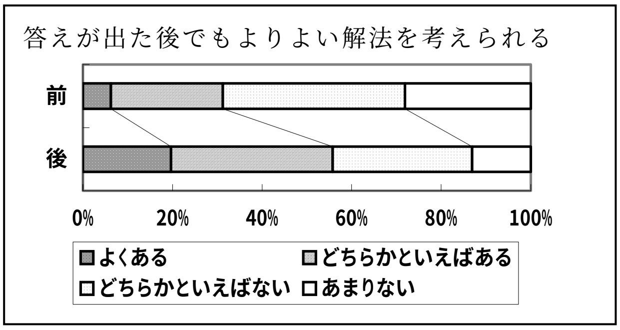
5　調査結果より

研究授業の前後に同じ質問項目で生徒に行ったアンケートの結果を比較した。(グラフ１、２）

グラフ1



グラフ2



生徒がよりよい解法を追究することができるような課題を取り上げることにより、「１つの問題でもいろいろな解き方を工夫できる」「答えが出た後でもよりよい解法を考えられる」などと考える生徒が増加した。そして、生徒が学習を振り返るなかで、数学的な見方や考え方を用いることのよさに気付くことが、それらを高めることにつながると考える。

Ⅳ　今後の課題

生徒の数学的な見方や考え方を高め、定着させるためには、よりよい解法を追究するような学習課題を今後も意図的に取り上げていく必要がある。また、生徒の実態に即した指導を行うためには生徒の学力を客観的に把握する必要がある。そこで以下の２点が課題であると考える。

○他の単元における数学的な見方や考え方を高めるための指導の工夫の研究

○数学的な見方や考え方の観点別評価問題の作成