研究主題「数学的活動を通して学ぶ意欲を高める指導の工夫 －オープンアプローチによる課題学習の教材開発－」

東京都教職員研修センター研修部教育開発課
品川区立荏原第六中学校　教諭　庄司　直也

Ⅰ　研究のねらい

新中学校学習指導要領数学では「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」ことが数学の目標の一つにあげられている。また、東京都教育ビジョン（第２次）では、「確かな学力の向上」の中に学ぶ意欲の向上を図っていくことが提言されている。

これらのことから、学ぶことの楽しさや成就感を味わわせるためには、数学的活動として生徒の多様な考えを引き出すことができるオープンアプローチによる課題学習を意図的かつ計画的に取り入れることが有効であると考えた。これまでのオープンアプローチによる課題学習の指導事例はその教材開発の困難性から単発的なものが多い。

そこで、本研究では、学ぶ意欲を高めることができるようなオープンアプローチによる課題学習の教材を単元ごとに開発し、設定にあたっては、それぞれの単元における既習の知識、技能、考え方を用いて基礎・基本の定着も図ることができるようにする。

Ⅱ　研究の内容と方法

〈研究の概要〉

研究仮説 基礎・基本の定着を図ることができるようなオープンアプローチによる課題学習の教材を開発し、数学的活動の工夫・改善を図れば、生徒は学ぶことの楽しさや成就感を実感し、学ぶ意欲を高めることができるであろう。	
基礎研究 ・数学的活動について ・オープンアプローチとは ・学ぶ意欲について ・課題学習について ・言語活動の充実について ・実態調査等の分析	**調査研究** ・都内公立中学校全学年生徒（191 名）を対象に質問紙法によって、数学を学ぶことの楽しさや意欲等について、検証授業の実施前と実施後の意識の変容を調べ、指導の工夫の効果を分析する。 ・数学科教師(19 名)を対象に聞き取りによって、数学的活動や課題学習の指導について、実施状況を調査し、分析する。
開発研究 ・オープンアプローチによる課題学習の教材開発（各学年全単元） ・オープンアプローチによる課題学習の指導モデルと指導上の留意点の作成	

１　基礎研究

(1)　数学的活動について

中学校学習指導要領解説数学編（平成 20 年９月）によると、「数学的活動とは、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みを意味している。」とある。数学的活動は、計算処理や図形の具体的操作等客観的に観察が可能な外的活動と、類推したり振り返って考えたりする等の内的活動の双方を含み、課題解決学習の全過程にかかわるものである。数学的活動を通して、その活動の過程で驚きや感動を味わうことによって、数学を学ぶことの楽しさや成就感を実感でき、学ぶ意欲が高まるものと考える。

(2)　オープンアプローチとは

数学教育の研究者の文献によると、オープンアプローチとは「オープンな問題（正答がいく通りも可能になるように条件付けられた問題）にアプローチ（問題解決の過程）していく中で、既習の知識、技能、考え方をいろいろ組み合わせて新しいことを発見していく学習法である」としている。教師はオープンアプローチの課題を扱うことによって、解き方や答え、問題に内在している自由性・多様性を生かして生徒に主体的な学習活動を促し、基礎・基本の定着を図るとともに生徒の発想や考えを基に発展的な学習活動を展開することが期待できる。

本研究では、解き方が多様にある問題、答えが多様にある問題、問題の条件の一部を変更して新たな問題づくりができる問題の３種類の教材を開発し、その教材の有効性を検証する。

(3) 学ぶ意欲について

教育心理学では、内発的動機付けとは「知りたい」「できるようになりたい」と、学ぶことそれ自体の楽しさを求めて学習するときの意欲としている。本研究では、この内発的動機付けに基づき、「数学の学習における学ぶ意欲」を「数学の問題を、今まで習った公式や定理などを使って自分なりに考えて解こうとする心情や態度」ととらえた。

(4) 課題学習について

本研究では、課題学習として、オープンアプローチの教材を扱うことで、生徒に数学的活動への取組を促し、その楽しさを実感させる。また、この課題学習を通して高められる学ぶ意欲、数学的な見方や考え方は、通常の授業にも有効に働くと考える。

２　調査研究

教師からの聞き取り調査によると、「計算等の反復学習」や「既習事項を利用した活動」、「他の人へ説明させるような活動」を重視している教師は多いことが明らかになった。しかし、「数学的活動」や「オープンアプローチによる学び」、「課題学習」の授業はあまり行われておらず、「自力で試行錯誤をさせるような活動」を取り入れている教師は少ない。

一方で、生徒の質問紙調査によると、数学を学ぶことの楽しさや成就感が、学ぶ意欲と正の相関関係にあることが明らかになった。また、「自力で試行錯誤したり、他の人に説明したりする活動は好き」と回答した生徒の割合は、学年が上がるにつれ低下する傾向にあった。（図１）

以上より、生徒が一つの問題について、多様な解き方を考えて解決したり、自分の考えを他の人に分かりやすく説明したりすることの楽しさやよさを実感できるような学習活動を意図的に展開すれば、生徒の学ぶ意欲が高まると考える。

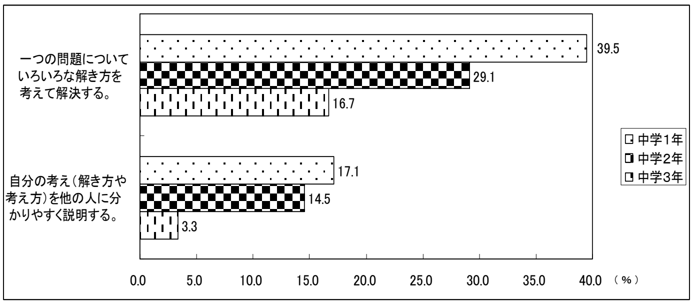


図１　数学の学習で好きな活動

３　開発研究

(1) オープンアプローチによる課題学習の指導上の留意点

数学的思考が多様に内在し、基本的な内容から発展的な内容にまで膨らませることができる教材を開発した。指導上の留意点として、予想される生徒の反応例を挙げることや課題のねらいを明確にすることが重要である。また、学習形態の工夫として、個人学習、小グループ学習、一斉学習へと進める。各学習形態における指導上の留意点は右記の通りである。（表１）

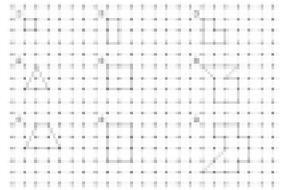
表１　学習形態による指導上の留意点

①　個人学習（自力解決学習） 一人一人の生徒の数学的思考を促す活動を重視する授業であるため、ある特定の生徒の意見だけを取り上げ、一定の方向付けを他の全員に示唆しないように配慮する。題意を取り違えている生徒には、類似を示したり、思考を促したりするような支援をする。
②　小グループ学習 他の生徒の発見した事柄や方法を知り、互いに評価し合い、自分の考えを修正・発展させる場を設定するために、小グループ学習の場を設定する。グループごとの考えや解答は、ノートやワークシートに書かせるよう指導する。
③　一斉学習 類例や重複している意見も取り上げ、それらが一つの命題にまとめられることや、論理的に矛盾がないかどうかということを検討するために、一斉学習を展開する。よい考えだけでなく、間違った考えや表現が不備なものも生徒同士で互いに確認し合い、学び合いをさせる。そして、各自の考え方を修正しながら統合や整理をして、学習に充実感をもたせるようなまとめをする。

(2) 教材開発と検証授業の実際

① 比例、反比例「ピックの定理を導く」(解き方が多様)

問１ 右の①～⑨の面積を求めなさい。
問２ 内部の点の数が１個のとき、周上の点の数と面積の間にはどのような関係がありますか。また、面積 y を周上の点の数 x を用いて表しなさい。
問３ 内部の点の数を決めたとき、周上の点の数と面積の関係にある規則性を見付けなさい。
ただし、点と点の間の長さは１とします。

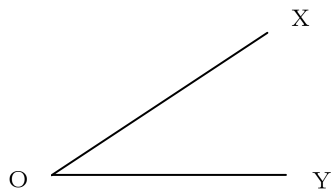


学習活動（学習形態）	授業で見られた生徒の姿	生徒の感想（楽しかったところ）
・問１を自力解決し、全体で答え合わせをする。 ・問２を自力解決し、全体で答え合わせをする。 ・問３を自力解決する。 （個人学習）	・問１で求めた面積と周上の点の数の関係を、内部の点の数ごとに対応表に表していた。 ・内部の点の数を決めて、問１以外の図を描き、その結果を対応表に利用していた。	・内部の点の数に気を付けて、図形を描いたところ。 ・自分なりに規則性を見付けるところ。 ・対応表をいろいろな角度から見て、規則性を見付けるところ。
・問３の見付けた規則性を、各自で発表する。 ・問３の規則性をまとめる。 （小グループ学習）	・対応表の縦と横の関係、それぞれに着目して、規則性を見いだしていた。	・比例の公式が分かったところ。 ・班で協力して考えて、自分で分からないところを班員が教えてくれたところ。
・問３のまとめた規則性を、グループごとに発表する。 ・ピックの定理を活用して面積を求める。 （一斉学習）	・対応表から読み取った関係を、言葉の式として表現していた。 ・ピックの定理を用いて、複雑な図形の面積を求め、見付けた規則性の有用性を実感していた。	・他の人の発表を聞いて、それをまた自分で考えてみて、納得できたところ。 ・みんなで考えて結論を出し、本当にそうなるか考えたところ。

問３の解答例１	問３の解答例２	問３の解答例３
・どの表を見ても、面積は周上の点の数に比例している。	・周上の点の数が１増えると面積は 0.5 増える。	・（面積）＝（周上の点の数）×0.5 ＋（内部の点の数－１）

② 図形の合同「観察や操作の活動を通して図形の性質や関係を見付ける」(答えが多様)

下の図のように、∠ＸＯＹの辺ＯＸと辺ＯＹ上に、ＯＡ＝ＯＢとなるように点Ａと点Ｂを、ＯＣ＝ＯＤとなるように点Ｃと点Ｄを、それぞれとります（ＯＡ＜ＯＣ）。
点Ａと点Ｄ、点Ｂと点Ｃをそれぞれ結ぶとき、［　ア　］となる。
問１ 作図をして、アにあてはまる式を入れなさい。
問２ このことがらが正しいことを証明しなさい。
問３ 下線部に新たな条件を加えて、分かることを見付け、そのことがらが正しいことを証明しなさい。



学習活動（学習形態）	授業で見られた生徒の姿	生徒の感想（楽しかったところ）
・問１、問２を自力解決し、全体で答え合わせをする。 ・問２の証明の過程で分かったことをまとめる。 ・問３を自力解決する。 （個人学習）	・問題文の作図をしながら、仮定と結論に気付いていた。 ・問２の証明の過程で分かったことを利用して、問３で見付けたことがらの証明をしていた。	・難しい証明ができたところ。 ・証明することは苦手だったけれど、自分で線を加えて、そこから分かることをたくさん見付けられたところ。
・問３で加えた条件と分かることがらを各自で発表する。 ・問３のことがらをまとめ、一つずつ証明をする。 （小グループ学習）	・補助線を引いて、新しい関係や性質を積極的に見付けていた。 ・証明をする過程の中で、必要な条件で明らかでない場合には、それについて証明していた。	・証明が分からなかったが、今回の授業で分かったところ。 ・自分では見付けられなかったところを班で見付けたところ。
・問３のことがらと証明を、グループごとに発表する。 ・不備や矛盾な部分を確認する。 （一斉学習）	・証明内容が違っても、方針が同じであることを理解していた。 ・他の班の証明で、分からないところを質問していた。	・証明方法がたくさんあり、分からないことが分かったところ。 ・他の班の証明より、私の班のほうが綺麗に証明できたところ。

問３の解答例１	問３の解答例２	問３の解答例３
・ＡＢとＣＤをそれぞれ結ぶと、△ＡＢＣ≡△ＢＡＤ、ＡＢ//ＣＤとなる。	・ＡＤとＣＢの交点をＰとすると、△ＢＰＤ≡△ＡＰＣ、△ＯＰＤ≡△ＯＰＣ、ＡＰ＝ＢＰとなる。	・ＯＦ＝ＯＧとなるように点Ｆ、ＧをＡＣ、ＢＤ間にとると、△ＡＤＦ≡△ＢＣＧとなる。

③　確率「さいころでの移動問題を考える」（問題が多様）

問１　数直線上の原点Ｏに点Ａがあります。点Ａは、１個のさいころを投げて、奇数の目が出ると正の方向に目の数だけ移動し、偶数の目が出ると負の方向に１だけ移動します。
さいころを１回投げるとき、点Ａが－１の位置にある確率を求めなさい。

問２　数直線上の原点Ｏに点Ａがあります。点Ａは、１個のさいころを投げて、奇数の目が出ると＋１だけ移動し、偶数の目が出ると－２だけ移動します。
さいころを２回投げるとき、点Ａが－１の位置にある確率を求めなさい。

問３　問１や問２を参考にして、確率の問題を作りなさい。

学習活動（学習形態）	授業で見られた生徒の姿	生徒の感想（楽しかったところ）
・問１を自力解決し、全体で答え合わせをする。 ・問２を自力解決し、全体で答え合わせをする。 ・問３を自力解決する。 （個人学習）	・問１、問２を解きながら、問題を作るために、設定すべきことがらを、自ら見いだしていた。 ・数直線に固執せず、図形を用いて、移動問題を考えていた。	・難しい問題を作れたところ。 ・いろいろな考えで問題を解けたところ。 ・確率の組み合わせを一つずつ数えるところ。
・問３で作った問題を各自で発表し、それを解き合う。 ・問３の問題と解説をグループで一つ作り上げる。 （小グループ学習）	・お互いに問題を解き合い、問題が不備で解けないものについては、修正をし合っていた。 ・問題の解き方も分かりやすく説明できるように工夫していた。	・同じ年の人間が考えた問題を解くところ。 ・確率の簡単な解き方がひらめいたところ。
・問３の問題を発表する。 ・興味のある問題を解く。 ・解説をグループごとにする。 （一斉学習）	・発表が終わった後、興味のある問題を積極的に解いていた。 ・解説の中で間違っている部分を見付け、指摘し合っていた。	・自分も知らない問題や発展的な問題を解いて、それができたところ。

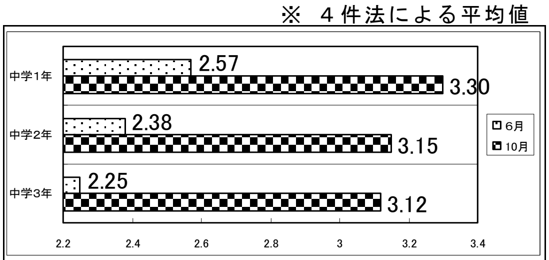
問３の解答例１	問３の解答例２	問３の解答例３
・正六角形ＡＢＣＤＥＦの頂点Ａに点Ｐがあり、右回りを正の方向とし、点Ｐはさいころを投げ、１と４は－２だけ、２と５は＋５だけ、３と６は－１だけ進む。さいころを３回投げるとき、頂点Ｃに点Ｐがある確率を求めよ。	・数直線上の原点Ｏに点Ａがある。点Ａは正十二面体のさいころを投げ、奇数の目が出ると目の数だけ正の方向に進み、偶数の目が出ると目の数だけ負の方向に進む。さいころを３回投げたとき、点Ａが原点Ｏにある確率を求めよ。	・数直線上の原点Ｏに点Ａがあります。点Ａは１個のさいころを投げ、２以下の目が出ると－２だけ移動し、３以上の目が出ると＋３だけ移動します。さいころを２回投げるとき、点Ａが＋１にある確率を求めなさい。

Ⅲ　研究の結果と考察

検証授業前と比較し、自分なりによりよい解き方を考えたり、新しい公式やきまりを発見したりしようとする生徒の割合が増加した。（図２）さらに、生徒が一つの問題について､多様な解き方を考えて解決したり、自分の考えを他の人に分かりやすく説明したりする活動が好きと答えた生徒の割合も増加した。その結果、学ぶ意欲を高めることにもつながった。（図３）

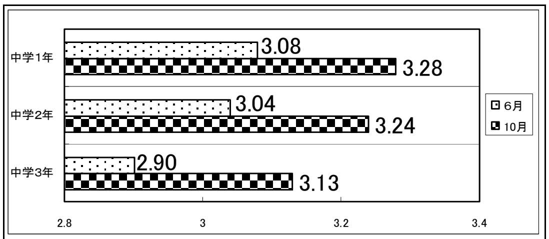
しかし、１単位時間内では十分に成就感を高めることができなかった現状もある。要因として、オープンアプローチの時間を十分に確保できなかったことが考えられる。よって、問１、問２では基礎・基本の定着の確認にとどめるなどの指導の改善を図る必要がある。

※　４件法による平均値



自分なりによりよい解き方を考えたり、新しい公式や定理を発見したりしようとする。

図２　オープンアプローチの考え



今まで習った公式や定理などを使って自分なりに考えて解こうとする。

図３　学ぶ意欲

Ⅳ　今後の課題

今後の課題は、以下の２点である。

○　今回扱った単元以外についても授業を行い、教材の工夫・改善を図る。

○　各単元のねらいに沿った、より効果的な学習のまとめ方について検討する。