

研究主題「数学的な推論を用いて、論理的に考察する力・

数学的に表現する力を養う学習指導の工夫

—平面図形の対称性に着目し、

基本的な作図の方法を見いだす授業を題材にして—」

東京都教職員研修センター研修部教育開発課

小平市立小平第六中学校 主任教諭 白戸 達也

第1 研究のねらい

「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」（平成28年12月 中央教育審議会）（以下、「答申」と表記。）では、算数・数学の学習過程のイメージ図が示され、「数学的に問題解決する過程が重要である。」と述べられている。この答申を受けて、中学校学習指導要領（平成29年3月告示）の数学科の目標が設定された。今回の改訂では、数学の様々な領域に数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して学習を展開することが重視されることとなった。

平成31年度の「東京都立高等学校入学者選抜学力検査結果に関する調査報告書」（東京都教育委員会）（以下、「調査報告書」と表記。）において、「推論の過程を的確に表現する力を育むことが課題である」と指摘されている。また、平成30年度の調査報告書においては、「推論の過程を相手に分かりやすく伝える指導を充実させる必要がある。」と述べられている。

上記の課題を解決するため、生徒が数学的な推論を働かせる場面設定を重視することが必要であると考えた。本研究は、見いだした数や図形の性質を根拠とし、生徒が数学的な推論を働かせ、自立的、協働的に課題解決を図りながら、数学の理論を構築していく活動を通して、論理的に考察する力、数学的に表現する力を養うことをねらいとする。さらに、東京都における話し合い活動の実態を明らかにし、研究主題にせまることができる授業形態についても考察する。

第2 研究仮説

具体的な事象から数や図形などの性質を見いだす学習過程を設定することで、生徒は、数学的な推論を働かせ、論理的に考察する力、数学的に表現する力を伸ばすだろう。

第3 研究の内容と方法

1 基礎研究

中学校学習指導要領解説数学編（平成29年7月）には、数学的な推論について「数や図形の性質などを論理的に考察したり、数学を活用したり、数学的に説明し伝え合ったりする際に重要な働きをする。」と示されている。さらに「数や図形の性質などを見いだし、それが成り立つことについて、どんなことを根拠にすれば説明できるかを明確にしていく過程で重要な役割を果たす。」とも示されている。また、先行研究において、数学的に推論する場面は、個人追究、小集団による話し合い活動、全体発表、それぞれの形態に存在し、段階を踏むごとに質が高まっていくという結果が報告されている。このような理由から、教員が数学的な推論の働きを意識し、適切な学習課題を設定することで、本研究のねらいを達成できると考えた。さらに、推論の質を高めていくために、検証授業では、自力解決の時間、小集団による話し合い活動、全体発表という授業形態をとるとともに、段階に応じた問いを設定することとした。

2 調査研究

都内公立中学校4校の第1学年547名を対象に、数学の授業についてアンケート調査を行った。アンケートでは、話し合い活動のよい点と課題について記述式の調査も行った。よい点として、55.0%の生徒が「多様な解法を知ることができる。」「自分の考えを振り返ることができる。」「理解が深まる。」のいずれかの記述をしていた。話し合い活動の課題として「授業内容に関係がない話をしてしまう。」と記述した生徒が最も多く、30.9%であった。

話し合い活動の課題を分類し、「話し合い活動をよく行っていますか。」という設問への回答とクロス集計を行った(表1)。話し合い活動に肯定的な回答した生徒のうち、81.6%が「授業内容に関係がない話をしてしまう。」と記述している。以上の結果から、話し合い活動のよさを理解していながらも、活動時間を有効に活用できていない実態が明らかとなった。

表1 話し合い活動と課題のクロス集計

話し合う活動をよく行っていますか	関係がない話をする	話し合いに参加しない	自力解決せず人任せ
そう思う	41.4%	30.7%	34.8%
どちらかといえば、そう思う	40.2%	26.1%	42.0%
どちらかといえば、そう思わない	16.6%	28.4%	20.3%
思わない	1.8%	14.8%	2.9%

都内公立中学校4校の数学科教員16名を対象に、授業中の話し合い活動についてアンケートを行った(図1)。「授業で、学級やグループで話し合う活動を行っている」という設問に対して、否定的に回答した教員は25.0%であった。その理由として、「グループ分けや話し合いのルールについての説明に時間がかかる。」「習熟度別少人数の基礎コースにおいては、話し合いが

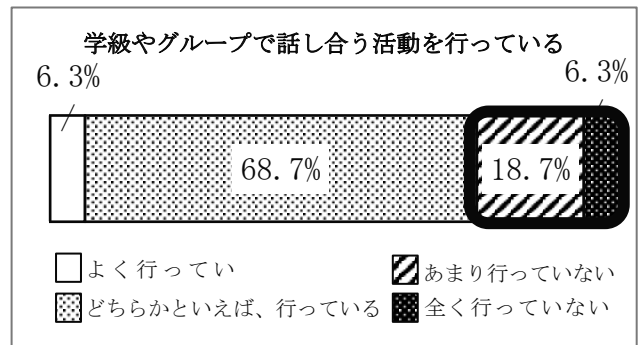


図1 授業中の話し合い活動についてのアンケート

活発にならない。」という記述があった。以上の結果から、生徒が数学的な推論を働かせながら、話し合い活動により課題解決を図ることができるような教材開発が必要であると考えた。

3 開発研究

本研究では、具体的な図形を通して、推論の過程などを視覚的に捉えやすいこと、見いだした性質を根拠としながら作図の過程を説明しやすいことから、基本的な作図に焦点を当て、教材を開発した。また、ワークシートも開発し、生徒が具体物から図形の性質を見だし、それらを根拠としながら基本的な作図の方法を考えることができるようにした。

4 検証授業

検証授業は、所属校の第1学年6学級203名の生徒を対象に、11月に実施した。

(1) 検証授業の結果と考察

ア 結果

検証授業では授業の導入において、ICT機器を使用して、たこ形のイメージ図(図2)を示し、「全ての形に共通する性質を見つけよう。」という課題を提示した。その後、生徒一人一人にたこ形の紙を配布した。生徒は辺の長さを定規やコンパスで測ったり、紙を折ったりなど、具体的な作業を通して、性質を見いだす活動を行うことができた。ワークシートの記

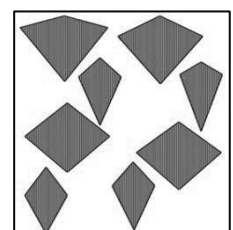


図2 たこ形のイメージ図

述から、生徒は自力解決の時間において 80.3%が対称性に着目していた。見いだした性質を
 基に、正しいたこ形の作図方法を見いだした生徒は、68.2%であった。

対称性を見いだしたにもかかわらず、たこ
 形の作図ができなかった生徒は（図3）、
 （図4）、（図5）の手順で作図をしていた。
 作図ができなかった生徒に共通していること
 として、対角線が垂直に交わることに意識が
 向いており、三角定規の直角を使ったり、目
 分量で垂線をひいたりする活動が見られた。

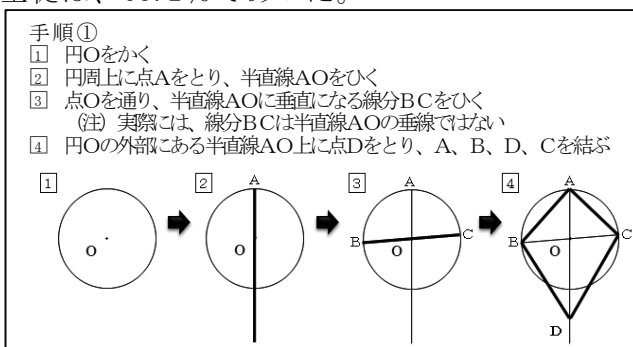


図3 生徒が作図した手順①

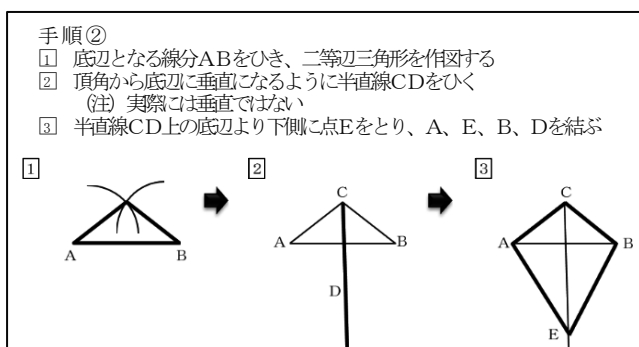


図4 生徒が作図した手順②

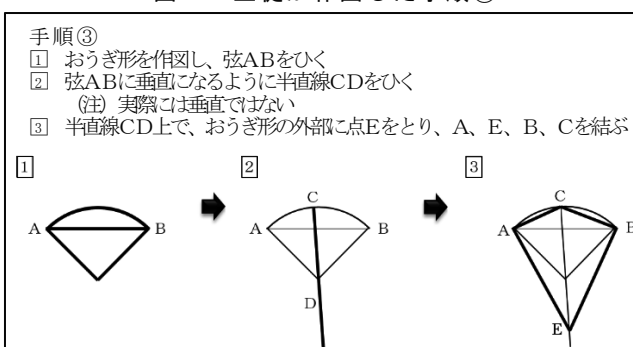


図5 生徒が作図した手順③

作図手順ごとの生徒の解答割合は、（表2）
 のとおりである。

イ 考察

たこ形の紙を配布したことにより、「半分に分けると、ぴったり重なる。」「三角形を対称移動
 した形。」「向かい合う一組の角が等しい。」など、生徒は対称性に着目した性質を、折るとい
 う作業を通して見いだすことができた。また、話し合い活動の際、大きいたこ形の紙を各グル
 ープに1枚配布したことにより、生徒はたこ形の性質を、具体物を基に説明することができ
 た。

対角線の性質に着目し、作図した生徒は、それ以外の性質に着目することができず、たこ
 形の性質に合致した作図方法を見いだすことができなかった。また、作図は定規とコンパス
 だけを用いて図形をつくるというルールが曖昧であったために、正答にたどり着かない生徒
 もいた。

(2) 検証授業後の調査について

ア 具体物から推論し、作図の方法を考えることについて

検証授業後にたこ形の紙
 （具体物）があることで、ど
 のような効果があったかにつ
 いて、アンケートを行った
 （図6）。「性質を見いだすの
 に役に立った」と肯定的に回
 答した生徒は、90.9%であった。検証授業では、自分の考えを説明するための手だてとして、

表2 作図手順ごとの生徒の解答割合

	正答	手順①	手順②	手順③	無解答
解答率	68.2%	9.1%	15.2%	4.5%	3.0%

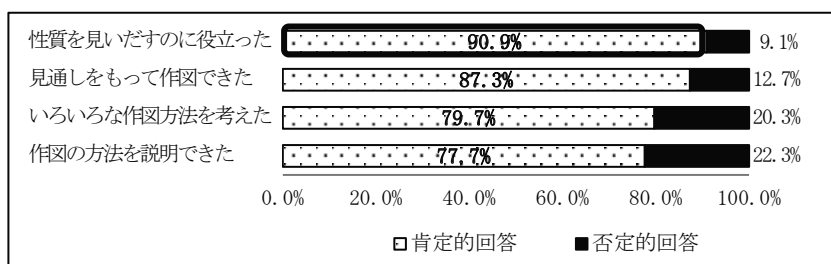


図6 たこ形の紙があることの効果について (n=197)

自分の考えを説明するための手だてとして、

たこ形の紙を配布した。生徒は、定規やコンパスで辺の長さを測ったり、紙を折ったりすることで、具体物を頼りにしながら見いだした性質を述べることができた。しかし、具体物を離れ、「見いだした性質を基に見通しをもって作図する」、「いろいろな作図の方法を考える」、「根拠を明らかにしながら作図の方法を説明する」という段階になると、肯定的回答の数値が減少する傾向にある。

イ 授業形態について

表3 授業形態に関するアンケート (n=197)

	自力解決	話し合い活動	全体発表	場面無し
自分の考えが広がったり深まったりしたと感じた場面	15.2%	63.5%	14.7%	6.6%
論理的に考察する力が高まったと感じた場面	21.3%	53.3%	18.3%	7.1%
数学的に表現する力が高まったと感じた場面	17.7%	45.2%	25.4%	11.7%

検証授業後に、授業形態に関するアンケートを行った(表3)。「自分の考えが広がったり深まったりしたと感じた場面」として、63.5%の生徒が話し合い活動を選んでいる。「論理的に考察する力が高まったと感じた場面」として、53.3%の生徒が話し合い活動を選んでいる。「数学的に表現する力が高まったと感じた場面」として、45.2%の生徒が話し合い活動を選んでいる。全体として話し合い活動の場面を選んだ生徒が最も多い結果となった。また、「数学的に表現する力が高まったと感じた場面」として、25.4%の生徒が全体発表を選んでいる。

して、63.5%の生徒が話し合い活動を選んでいる。「論理的に考察する力が高まったと感じた場面」として、53.3%の生徒が話し合い活動を選んでいる。「数学的に表現する力が高まったと感じた場面」として、45.2%の生徒が話し合い活動を選んでいる。全体として話し合い活動の場面を選んだ生徒が最も多い結果となった。また、「数学的に表現する力が高まったと感じた場面」として、25.4%の生徒が全体発表を選んでいる。

第4 研究の成果

- ・ 検証授業において、生徒は具体物から図形の性質を見いだす過程を経ることで、見通しをもって作図する活動が見られた。
- ・ 具体物を頼りにしながら自分が見いだした性質を説明することで、話し合い活動が活発になった。
- ・ 話し合い活動を通して、論理的に考察したり、数学的に表現したりする力が高まったと感じた生徒が約半数であった。
- ・ (図6)の結果から、生徒にとって数学的な推論の過程を的確に表現する力を育成することが容易ではないことの示唆を得ることができた。

第5 今後の課題

- ・ 検証授業では、作図した形をたこ形になっていると、視覚的に捉えることで完成したと思い、作業を止めた生徒が見られた。視覚的に捉えて判断するのではなく、たこ形の性質に合致しているかを振り返る時間を設定し、根拠を明確に示しながら作図の方法を考えるなど、考えてきた過程を批判的に捉え直し、客観的に判断できる力を育成する。
- ・ (表3)の結果から、場面無しを選んだ生徒への学習指導の手だてを考える。
- ・ 他の領域、単元において、数学的な推論を働かせ、問題解決を図る教材開発をする。さらに、継続的に数学的な推論を働かせる学習過程を設定することで、生徒は論理的に考察する力、数学的に表現する力を伸ばしていくことができることを検証する。
- ・ 数学的な推論を働かせる学習過程を重視した学習指導計画は、中学校3年間を見通して作成するだけでなく、小学校からの接続、高等学校への接続も踏まえて編成する必要がある。小学校、高等学校における数学的な推論に基づく学習指導についても分析し、学習指導計画を編成する。