

研究主題 「数学的に問題解決できる児童の育成

—事象を数学化する学習過程における、対話的な学びの充実を通して—」

東京都教職員研修センター研修部専門教育向上課
立川市立西砂小学校 主任教諭 菅野 祥夫

第1 研究のねらい

令和4年現在、国の提言や国際調査等では、問題発見の重要性について示されており、小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編（以下、「解説算数編」と表記。）では、問題発見・解決の過程として、数学的活動の充実について述べられている。そこで、事象を数学化する学習過程における指導法を改善する必要があると考える。

本研究では、「事象を数学化する」ということを「事象を数理的に捉え、解決すべき問題を見いだし、算数・数学の課題へと定式化すること」と定義する。事象の数学化は、子供同士又は教員と子供との対話によって実現できるとともに、対話が充実することで、事象を数学化する態度や、数学的な見方・考え方がより豊かで確かなものになると考える。

しかしながら、事象を数学化する学習過程における指導について、難しさを感じている教員が多いことや、対話的な学びは必要であると考えているものの、授業では実現できていない教員も多い傾向であることが明らかになった。そこで、事象を数学化する学習過程において、対話的な学びを充実させる指導法の開発が必要であると考えます。

以上のことから、事象を数学化する学習過程における指導法、特に対話的な学びを充実させる指導法の開発を通して、児童が事象を数学化する力を身に付け、数学的に問題解決できるようにすることが本研究のねらいである。

第2 研究仮説

事象を数学化する学習過程において、事象を観察して解決すべき問題を見いだしたり、条件を整理しながら課題へと定式化したりする対話的な学びを充実させることで、事象を数学化する力が身に付き、数学的に問題解決できるようになるだろう。

第3 研究の内容と方法

1 基礎研究

(1) 解説算数編や事象の数学化に関する先行研究を基に、事象を数学化する学習過程を「解決すべき問題を見いだす過程」と「課題へと定式化する過程」の二つに整理した。また、それぞれの学習過程において、数学化に必要な態度や数学的な見方・考え方を「事象を数学化する力」としてまとめた（表1）。

表1 事象を数学化する学習過程及び事象を数学化する力

事象を数学化する学習過程	事象を数学化する力（●態度 ○数学的な見方・考え方）
解決すべき問題を見いだす過程	●事象に向き合い、問題を見いだそうとする態度 ○場面や構造、数量等に注目する見方 ○統合的・発展的な考え方
課題へと定式化する過程	●見いだした問題を数理的に解決しようとする態度 ○条件を整理する見方（抽象化、単純化、理想化など） ○筋道を立てて課題へと定式化する考え方

2 調査研究

都内公立小学校4校の教員45人に対して、事象を数学化する学習過程における指導の実態

や対話的な学びの実現に向けた指導の実態や意識を調査した（補助資料1）。

(1) 「事象を数学化する学習過程を取り入れていますか。」という質問に対して肯定的な回答の割合は約 67%だった。一方で、指導に関する課題として、「授業内で時間に余裕が無いこと」、「具体的な指導法が分からないこと」といった回答が多く見られた。この結果から、事象を数学化する学習過程の指導法を明らかにする必要があると考える。

(2) 「事象を数学化する学習過程において、対話的な学びは必要だと思いますか。」という質問に対して、肯定的な回答は約 95%であったのに対し、「事象を数学化する学習過程において、対話的な学びを実現していると思いますか。」という質問

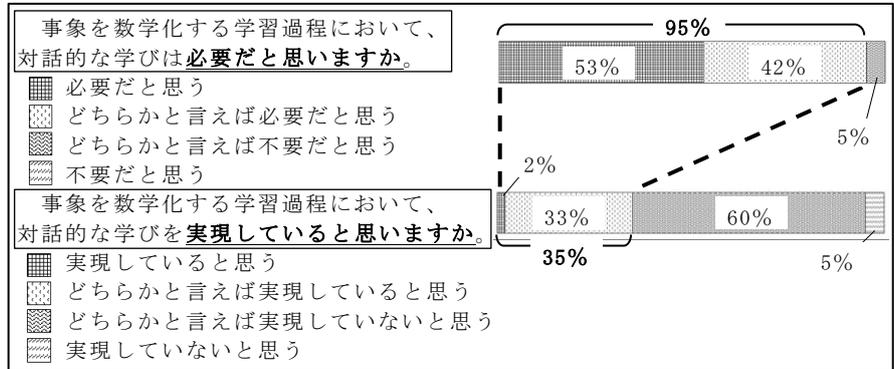


図1 事象を数学化する学習過程における、対話的な学びの必要性及び実現に関する意識調査

に対して、肯定的な回答は約 35%であった（図1）。この結果から、事象を数学化する学習過程において、対話的な学びを充実させる指導法の開発が必要であると考えられる。

3 開発研究

(1) 三つの対話場面の設定

事象を数学化する二つの学習過程において、三つの対話場面を設定し、それぞれの対話場面の目的をまとめた（表2）。

表2 三つの対話場面と目的

学習過程	対話場面	目的
解決すべき問題を見いだす過程	① 事象を観察して、気づきを広げる対話	事象をよく観察して、気づきを広げる。その際、解決すべき問題の手がかりや、これから問題を解決するための数量等を明らかにする。
	② 解決すべき問題を見いだす対話	気づきの中から、疑問や目的をもち、解決すべき問題を設定する。その際、自分たちが数理的に解決できそうかどうかを判断する。
課題へと定式化する過程	③ 課題へと定式化する対話	解決すべき問題を課題へと定式化する。その際、条件を抽象化したり、単純化したりする。

(2) 事象の提示方法及び事象を数学化の際の対話を促す発問の工夫

事象を数学化する学習過程において、事象の提示方法を工夫し、それぞれの提示方法の目的をまとめた（表3及び補助資料2）。

表3 事象の提示方法及期待する効果（一部）

事象の提示方法	目的
事象を動画で示す。	○場面に注目できるようにする。 ○動的な場면을視覚的に捉えられるようにする。 ○場面を繰り返し視聴し、場面を振り返ったり、問題解決に必要な条件を捉えたりできるようにする。
二つ以上の事象を比較させて示す。	○事象の共通点や相違点に着目できるようにする。 ○事象の特徴に着目できるようにする。
事象の一部分だけを見せたり、一部分だけを隠したりして示す。	○場面全体のイメージをもち、イメージと実際とのずれから問いをもてるようにする。 ○統一的・発展的な考えを働かせられるようにする。

また、事象を数学化する際の対話を促す発問例をまとめた（表4及び補助資料3）。

表4 事象を数学化する際の対話を促す発問例

学習過程	対話場面	・発問例	●期待する児童の態度 ○期待する児童の見方・考え方 (例：第1学年「ひき算」)
解決すべき問題を見いだす過程	事象を観察して、気づきを広げる対話	<ul style="list-style-type: none"> ・どのような場面ですか。 ・どのようなことに気づきましたか。 	<ul style="list-style-type: none"> ●事象に向き合い、問題を見いだそうとする態度 ○場面や構造、数量等に注目する見方 「どんぐりがたくさんあるよ。」 「あめが2種類あったね。」
	解決すべき問題を見いだす対話	<ul style="list-style-type: none"> ・おかしいと思うことはありますか。 ・もっと考えてみたいことはありますか。 ・算数が使えそうだと思うことはありましたか。 	<ul style="list-style-type: none"> ●事象に向き合い、問題を見いだそうとする態度 ○場面や構造、数量等に注目する見方 「どんぐりを渡しすぎているよ。」 「ひく数を変えてもできるかな。」 「『ひかれる数』と『ひく数』に秘密がありそうだよ。」
課題へと定式化する過程	課題へと定式化する対話	<ul style="list-style-type: none"> ・どのようなことが分かれば、算数を使えますか。 ・分かったことを整理して、算数の問題（算数のお話）が作れますか。 ・自分たちが解けそうな問題になりましたか。 	<ul style="list-style-type: none"> ●見いだした問題を数理的に解決しようとする態度 ○条件を整理する見方（抽象化、単純化、理想化など） ○筋道を立てて課題へと定式化する考え方 「どんぐりを渡した数が分かれば答えが分かるよ。」 「『どんぐりが14個』は問題に必要なだよね。」 「あめの味は気にしなくていいと思うな。」 「図にかいてみたいな。」

これらのことをもとに、事象を数学化する学習過程における指導モデルを開発した。

4 検証授業（令和4年11月実施）

都内公立小学校にて、第1学年「ひき算」及び第4学年「垂直、平行と四角形」の検証授業を実施した（表5及び補助資料4）。本報告書では、第1学年「ひき算」の事例を述べる。

(1) 事例の概要

本時は、繰り下がりのある減法の問題場面に児童が初めて出会い、具体物や数の分解等を用いて自力解決することをねらいとして行った。

表5 第1学年「ひき算」第1時の事例

学習過程	対話場面	授業の様子（①事象の提示方法の工夫 ②発問の工夫）
解決すべき問題を見いだす過程	事象を観察して、気づきを広げる対話	T：（事象を動画で提示する。）…① T：どのような場面でしたか。…② C：休んでいた子にどんぐりをあげていました。 C：どんぐりをたくさんあげていました。
	解決すべき問題を見いだす対話	T：（残ったどんぐりの数を議論している場面に注目させる。） T：あげすぎだったのかな。…② C：分かりません。 C：計算すれば分かるよ。
課題へと定式化する過程	課題へと定式化する対話	T：では、さっそく計算してみましょう。 C：計算できません。 C：数が分からないよ。 T：計算できないですか。…② C：もう一つ数が分かればいい。 C：（動画を戻し、最初に持っていたどんぐりの数と渡したどんぐりの数を全員で数えて確認した。）

(2) 考察

指導者が事象を提示し、対話を促す発問を工夫することで、児童は事象を数学化できた。その後、児童が書いた「数学的に表現した問題」（算数のお話）は次のとおりである（表6）。

表6 児童が書いた「数学的に表現した問題」(算数のお話)

児童A	おかべくんがどんぐりを 14 こもっていました。あべくんはもっていません。おかべくんのどんぐりを 9 こ、わけてあげました。あべくんのどんぐりがふえました。
児童B	おかべくんがどんぐりを 14 こもっています。あべくんに 9 こあげました。おかべくんのどんぐりの、のこりは、なんこですか。

また、事象への気づきについて、以下のように児童の変容が見られた(表7)。

表7 事象への気づきの変容

時間	児童C	児童D
第1時	どんぐりをわけた。	おやすみしてたからおおくらえた。
第5時	おばあちゃんからあめをいっぱいもらったのに、おとうとは、おにいちゃんに3こしかあげなかった。	おとうとが12こあめもっていた。おにいちゃんに3こあげた。

この結果から、事象を数学化する学習過程における指導を充実させることで、事象から数量等を具体的に捉えることができるようになり、第1学年の児童にも事象を数学化する力を身に付けることが可能であることが分かった。

さらに、第1時、第2時、第5時において、「数学的に表現した問題」をおおむね満足に書いた児童数と問題解決できた児童数は、以下のとおりである(図2)。

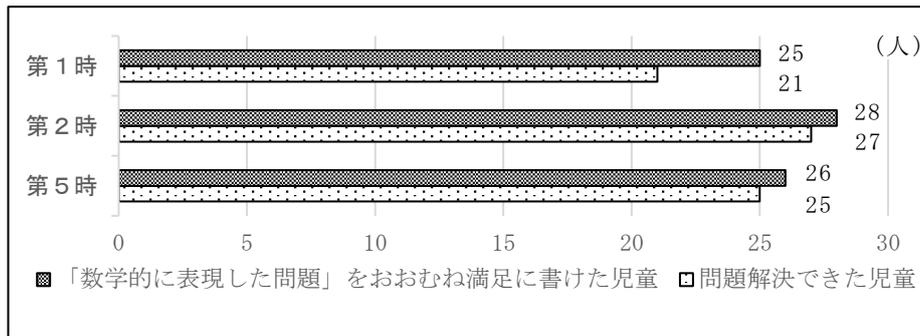


図2 「数学的に表現した問題」をおおむね満足に書いた児童数と問題解決できた児童数

いずれの時間においても「数学的に表現した問題」をおおむね満足に書いたほとんどの児童が、問題を解決することができた。このことから、事象を数学化することが、問題解決につながったと考える。

第4 研究の成果

- ・ 事象の提示方法を工夫したり、発問を工夫したりすることで、事象を数学化する学習過程における対話的な学びが充実した。
- ・ 検証授業の結果から、事象を数学化することと、数学的に問題を解決できることとのつながりが認められた。
- ・ 研究成果として、事象を数学化する学習過程における指導モデルを示すことができた。

第5 今後の課題

- ・ 児童一人一人が、対話を通して定式化した課題を自ら表現できるようにするための指導法を明らかにする必要がある。
- ・ 事象を数学化する学習過程における指導法を、学年や領域の系統性を踏まえて整理し、より使いやすいものにしていく必要がある。
- ・ 指導モデルを普及させ、事象を数学化する力を育む指導法等を周知していく必要がある。

補助資料

【補助資料1】 調査研究

1 調査研究の目的

事象を数学化する学習過程における指導の実態や対話的な学びの実現に向けた指導の実態や意識を明らかにするため。

2 調査の時期

令和4年7月から令和4年8月まで

3 調査の対象

都内公立小学校4校で算数科の指導経験がある教員45人

4 設問と結果

※四捨五入の関係で、各項目の割合の合計は100%にならないことがある。

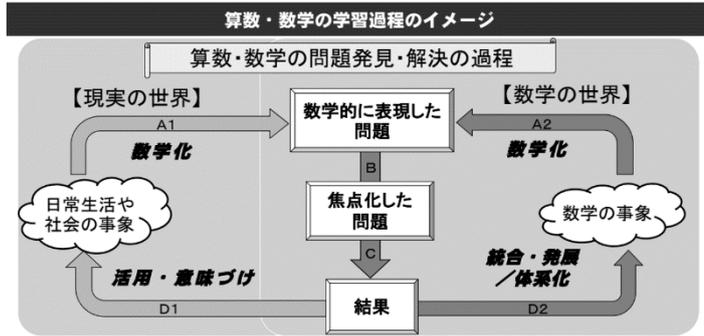


図 算数・数学の学習過程のイメージ

小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編を基に作成

	設問	凡例	人数(人)【割合】
設問1	あなたは、算数の学習指導において、上の図のような「算数・数学の学習過程」を意識していますか。	意識している。	4【9%】
		どちらかと言えば意識している。	25【55%】
		どちらかと言えば意識していない。	12【27%】
		意識していない。	4【9%】
設問2	あなたは、算数の学習指導において、「事象を数学化する学習過程(A1・A2)」を取り入れていますか。	取り入れている。	4【9%】
		どちらかと言えば取り入れている。	26【58%】
		どちらかと言えば取り入れていない。	13【29%】
		取り入れていない。	2【4%】
設問3	「事象を数学化する学習過程(A1・A2)」における指導について、あなたはどのようなことが課題であると考えていますか。当てはまるものを全て選んでください。	授業内で時間に余裕が無いこと	27【60%】
		具体的な指導法が分からないこと	17【38%】
		事象を数学化する学習過程(A1・A2)をよく知らないこと	21【47%】
		課題は特に無い。	6【13%】
		【その他】 ・児童一人一人の生活経験に差がある。 ・教材準備の時間がない。 ・ほぼ教科書にある問題の流れにそって提示するだけで、子供が本当に知りたい、分からないという問題を投げかけられていない。	
設問4	算数の学習指導において、児童は主にどの学習過程で対話的に学んでいると、あなたは考えますか。当てはまるものを全て選んでください。	主に問題発見・設定の過程(A1・A2)	14【31%】
		主にめあてをもつ過程	7【16%】
		主に自力解決や集団検討の過程	43【96%】
		主に振り返り・まとめの過程	17【38%】
		【その他】 ・対話を自己内対話もありと捉えるならば、児童はどの場面でも常に対話をしながら学びに参加していると思う。	
設問5	あなたは、「事象を数学化する学習過程(A1・A2)」において、対話的な学びが必要だと思いますか。	必要だと思う。	24【53%】
		どちらかと言えば必要だと思う。	19【42%】
		どちらかと言えば不要だと思う。	2【5%】
		不要だと思う。	0【0%】
設問6	設問5で回答した項目について、理由を具体的に入力してください。	【肯定的回答の理由】※抜粋 ・事象を数学化していく過程の中で、必然的に対話的な学びにつながるから。 ・着目すべき数量や事象から問いをもたせたり、問いを共有し合ったりするため。 ・与えられた問題を、決められた道筋で解決するのではなく、問いを見だし、友達と関わりながら解決する力を育てたいから。 【否定的回答の理由】※抜粋	

		<ul style="list-style-type: none"> ・小学校の段階では、計算など、基本的な内容を確実に指導することが重要だと考える。 ・できる児童とできない児童で大きく差があると考えるので、対話的な学習が混乱を招く場合もあるように感じたから。 	
設問 7	あなたは、普段の授業における「事象を数学化する学習過程(A1・A2)」において、対話的な学びを実現していると思いますか。	実現していると思う。	1【2%】
		どちらかと言えば実現していると思う。	15【33%】
		どちらかと言えば実現していないと思う。	27【60%】
		実現していないと思う。	2【5%】
設問 8	あなたは、対話的な学びを実現するために、主にどのような手だてを講じていますか。具体的に入力してください。(設問7で肯定的回答をした方のみ)	<p>※抜粋</p> <ul style="list-style-type: none"> ・より児童に身近な題材での導入を意識している。 ・考えを伝え合う時間を設定している。 ・具体物や映像を用いる。 ・自分の考えと、その理由を明確にする。 ・タブレット端末を使い、考えの共有を行う。 ・あえて間違えた答えや解き方を出す。 ・ペア学習やグループ学習、または全体での共有など、場を設定する。 	

【補助資料2】事象の提示方法と目的

事象の提示方法	目的
事象を動画で示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○場面に注目できるようにする。 ○動的な場面を視覚的に捉えられるようにする。 ○場면을繰り返し視聴し、場面を振り返ったり、問題解決に必要な条件を捉えたりできるようにする。
事象を静止画で示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○場面に注目できるようにする。 ○順番に並び替えさせたり、グルーピングさせたりすることができる。
二つ以上の事象を比較させて示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○事象の共通点や相違点に着目できるようにする。 ○事象の特徴に着目できるようにする。
事象の一部分だけを見せたり、一部分だけを隠したりして示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○場面全体のイメージをもち、イメージと実際とのずれから問いをもてるようにする。 ○統合的・発展的な考えを働かせられるようにする。
既に知っている事象に似た場面を事象として示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○事象を数学化した経験や問題解決の経験を、想起できるようにする。
算数的な遊びや具体物操作を行わせ、操作自体を事象として示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○共通の数理的な体験を、学級全員で共有できるようにする。 ○実感をもって、事象に向き合えるようにする。
解決した問題の、元の事象を再度示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○元の事象の条件を変えたり、発展させたりしたいという意欲がもてるようにする。
実際の活動自体を事象として示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○共通の生活体験を、学級全員で認知・共有できるようにする。 ○自分事として、事象に向き合えるようにする。
もともなる問題を解かせ、解決した結果を事象として示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○既習の内容を統合したり、発展したりすることができるようにする。
誤答や誤解釈を事象として示す。	<ul style="list-style-type: none"> ○児童同士の認識のずれから、問いをもてるようにする。

【補助資料3】事象を数学化する際の対話を促す発問の具体例

(1) 第1学年「ひきざん」

令和4年度東京都教員研究生カリキュラム開発研究報告書に記載

(2) 第4学年「垂直、平行と四角形」

学習過程	対話場面	・発問例	●期待する児童の態度 ○期待する児童の見方・考え方
解決すべき問題を見いだす過程	事象を観察して、気づきを広げる対話	<ul style="list-style-type: none"> どのような場面ですか。 どのようなことに気づきましたか。 	<ul style="list-style-type: none"> ●事象に向き合い、問題を見いだそうとする態度 ○場面や構造、数量等に着目する見方 「道路がきれいに並んでいるよ。」 「直線と直線の幅はずっと変わらないね。」
	解決すべき問題を見いだす対話	<ul style="list-style-type: none"> おかしいと思うことはありますか。 もっと考えてみたいことはありますか。 このままでいいですか。 	<ul style="list-style-type: none"> ●事象に向き合い、問題を見いだそうとする態度 ○場面や構造、数量等に着目する見方 ○統合的・発展的な考え方 「道路がきれいに並んでいると、町が整って見えるよ。」 「色シートを重ね合わせるといろいろな四角形が作れそうだね。」 「特徴が似ている四角形があるよ。」
課題へと定式化する過程	課題へと定式化する対話	<ul style="list-style-type: none"> 算数を使って解決できると思えますか。 どのような数が分かるといいですか。 このままで考えやすいですか。 どのような算数用具を使うといいですか。 	<ul style="list-style-type: none"> ●見いだした問題を数理的に解決しようとする態度 ○条件を整理する見方（抽象化、単純化、理想化など） ○筋道を立てて課題へと定式化する考え方 「道路を『直線』で考えよう。」 「道路の幅は気にしないでいいよ。」 「平行の組がいくつあるかに注目して四角形を仲間分けしてみよう。」 「交わった角の大きさが90度かどうかを調べるときは、三角定規を使うといいかな。」 「分度器を使っても、調べられるよね。」

【補助資料4】検証授業の概要

(1) 第1学年「ひきざん」第1時

【目標】・減法を用いることができるかどうかを、数量の関係に着目して、具体物や図などを用いて考えている。

学習過程	検証授業の結果
解決すべき問題を見いだす過程	<p>【事象の提示方法】事象を動画で示す。 (持っているどんぐり14個のうち、9個を友達に分け与える場面を提示した。)</p> <p>① 事象を観察して、気づきを広げる対話 動画を視聴した後、教員は「どのような場面でしたか。」と発問した。児童は「どんぐりをたくさんあげていました。」等、場面や数量等に関する気づきを共有した。</p> <p>② 解決すべき問題を見いだす対話 教員は、動画の中の、どんぐりをあげすぎたかもしれないというやりとりの場面に注目させた。児童は、あげすぎかどうかを知るために、残った数を計算で求めるということを解決すべき問題として見いだした。</p>
課題へと定式化する過程	<p>③ 課題へと定式化する対話 「数が分からないから計算できない。」という児童の発言から、計算するために必要な数量に着目するよう促した。児童は、「もう一つ数が分かればいい。」と、解決に必要な条件を明確にした。条件がそろったところで、児童は「数学的に表現した問題」(算数のお話)を書いた。</p>
展開まとめ	<ul style="list-style-type: none"> 問題を設定した後、立式し、繰り下がりのあるひき算であることを確認した。 具体物や図等を用いて解決した。

(2) 第4学年「垂直、平行と四角形」第3時

【目標】・直線の平行の関係について理解している。

・身の回りから平行や垂直になっている二直線を見付けている。

学習過程	検証授業の結果
解決すべき問題を見いだす過程	<p>【事象の提示方法】もともなる問題を解かせ、解決した結果を事象として示す。</p> <p>・前時に学んだ垂直な直線のひき方を適用して、右の図のように、児童一人一人が1本の直線に垂直な直線を4本ひいた。</p>  <p>① 事象を観察して、気づきを広げる対話 教員が「(黒板に) ひいた直線を見て、気付いたことはありますか。」と発問した。児童からは「(ひいた直線が) きれいに並んでいる。」、「(ひいた直線が) 同じ方向に進んでいる。」という発言があった。</p> <p>② 解決すべき問題を見いだす対話 教員が「(ひいた直線が) きれいに並んでいるとは、どういうことですか。」と全体に問い返すことで、「きれいに並んだ直線」について、どのような観点で数学的に定義付けられるかを考え、問題として見いだせるようにした。</p>
課題へと定式化する過程	<p>③ 課題へと定式化する対話 教員が「(ひいた直線が) きれいに並んでいるとは、どういうことですか。」と全体に再度問い返し、グループで話し合うように指示した。話し合いの中で「交わる角度がどれも同じになっている。」、「(幅が) 同じになっている。」等、直線同士の関係に着目した発言が見られた。 考えを全体で共有した後、教員は「算数の問題にできそうですか。」と問い、各自で算数の問題を書くように指示した。「きれいにならんだ直線の幅は、どのようになっているだろうか。」等、2本の直線同士の間隔や別の直線と、交わる角度に関する問題を設定できることを想定していたが、この時点で問題を書けた児童は数人だけだった。</p>
展開まとめ	<p>・ひいた直線は、もとの直線に対して垂直になるようにひいた直線であったことを確認し、平行の定義を指導した。</p> <p>・教室や身の回りのものから垂直や平行を探した。</p>