

数学的問題解決における図の役割に関する研究

所属校：中野区立丸山小学校

氏名：松田 雅仁

派遣先：東京学芸大学大学院

キーワード：学習指導・算数・問題解決・図の役割

I 研究の目的

1 「図を使った数学的問題解決」の現状と問題点

文部科学省が実施した「全国学力・学習状況調査」で活用問題として問題解決能力が出題されるなど、問題解決の重要性が再び注目され、研究が進められている。しかし、問題解決において困難に直面したとき、どのように解決を進めればよいか戸惑う子供は多い。例えば、文部科学省が実施した「特定の課題に関する調査(2005)」の中でマッチ棒の数を求める問題で無解答が多くなっていることは、その一つの表れと考える。

そこで、問題解決を進めるのが困難な子供に対して数直線など図をかかせる指導が行われてきた。しかし、図をかくことによって解決が進展する子供もいれば、解決が進展しない子供も現実として多い。

一方、授業において、黒板に提示された同じ図を見ても、わかる子供とわからないという子供がいて自然とクラス全体で議論がおこり図を通して解決が進み理解を深めていくときがある。子供は、このときにこそ図を媒介にして問題を解決していく方法を身につけていると考える。このような授業を意図的に行うことによって自分の力で問題を解決する力を身につけられると考える。しかし、図を媒介にして問題を解決していくとき子供がどのように考え、どのように図とかかわっているのか問題解決における図がどのような役割を果たしているのか明らかにされていない。

2 目的

そこで、本研究は、子供が問題解決に困ったときにどのように解決をするのか、そのとき図はどのような役割を果たすのかを明らかにすることを目的とする。

II 研究の方法

- ① 図を使った問題解決の先行研究から、問題解決における表現としての図の特性と、問題解決における子供の図の利用について考察する。
- ② 先行研究と実際の問題解決を考察することにより問題解決における図の役割について考えを述べる。
- ③ 実際の子供の問題解決を調査・分析し、問題解決における図の役割について考察する。

III 研究の結果

1 問題解決における図の役割について

解決者にとっての問題解決における図について先行研究を検討した。

まず、図のもつ一般的特性について次のことが明らかになった。

- ・図の送り手が受け手でもある場合は頭の整理や新たな発想のためなどの取り組みの過程での思考操作の道具となること
- ・図は表現としての自由度が高く文字、数字、色彩など自在に組み合わせることができること
- ・特定の理解の「道」が指示されているわけではないので読み取る側により、いろいろな理解の仕方をもつこと

次に文章題の問題解決における実際の子供の利用について先行研究を検討した。

図を使って問題解決する際、数量関係が把握されていない図（直結図）から数量関係を把握した図（数量関係図）へかき換わることで解決が進展することが明らかになった。しかし、数量関係図をかけていても数量関係を必ずしも把握できていない場合があり見かけ上かいていると見えるが数量関係を把握していない場合があることもわかった。

そこで、数量関係など構造把握を助ける図として中間図を設定したが、子供によって図の理解が違うので必ずしもどの子にも解決に役立つわけではないことが明らかになった。しかし、問題場面を表した情景図に子供が新たな情報をかき込むことによって解決が進展する可能性があることがわかった。このことから図の変容に伴って解決者の理解が変容し解決が進むことが明らかになった。そこで、図と解決者の関係は刻々変更されていることになるため図と解決者の関係を相対的に見ていく必要があることがわかった。

図と解決者の関係を相対的な立場として考えるために問題解決を人間の行動をコンピュータの情報処理過程と同じと考える認知科学の情報处理的アプローチから得られた概念を用いる。そうすると図を使った数学的問題解決は解決者の知識が選択されて図にかかれ、図

から読まれた情報が他の知識や情報と結びついて行われるととらえることができる。また Diezmann (2000) は、言語情報を図に表現することを *decoding* とし、図の映像からの情報を言語情報にすることを *encoding* としている。そしてこの図に表すことで行われる *decoding*, *encoding* という翻訳の過程で情報の再編成が行われるとしている。図がかきかわるだけでなく *encoding* の仕方によっても解決の理解が変容することが明らかになった。そう考えると問題解決における図とは、解決者の解釈の仕方によって同じ情報を図にかいても図は一つに固定されず多様であり、同じ図から得られる情報も一つに固定されるわけではない。また、理解の仕方によって違う情報を図にかいても同じ図になることもあり、違う図から得られる情報が同じになることもあるといえることが明らかになった。

2 実際の子供の問題解決における図の役割

(1) 調査の概要

実際の子供の問題解決において図はどのような役割があるのか明らかにするために調査を行った。調査は平成 21 年 11 月 6 日～12 月 21 日に都内公立小学 5 年生 3 名に対して個別に行い 2 名について分析を行った。調査問題は次の通りである。

大人 3 人とこども 4 人で動物園に行きました。
入場料は大人は子どもの 2 倍で、7 人分の入場料は全部で 1400 円でした。
こども、大人 1 人分の入場料はそれぞれ何円ですか。

(2) 調査の分析

この問題に困った子供は、図をかくよう教師から提案されて図 1 をかいた。ここでは、子供を大人と考えると子供一人は 200 円で、大人は子供の 2 倍だから大人一人は 400 円という解のもとでかかれています。この理解に対し教師は、図を読ませる手立てを行った。この手立てによって、「大人は一人 400 円だ。」と図から大人は一人 400 円



図 1

という情報取り出ししている。ここで教師の「大人 1 人だったら 400 円なのね。そうすると 400 円で 7 人だと。」という質問に対して板倉は「400 円で 7 人だと 240 円か、あれ。2800 円だ。」と発話し図 1 の大人の部分の図の上に 2800 の情報をかき、子供の図の下で

2800-1400 の筆算をかき、筆算から得られた 1400 の結果を図にかいた。(図 2)

何をやっているのかの教師の問いに「なんか、なんて言うんだろ。この大人 7 人と図 2



子供 7 人の差は 1400 円から変わらなかった。」と答えている。

板倉は大人 7 人の料金 280 円を図に入れることにより自分の理解とあわないことに気がついている。「図をかいて整理してみようか大人は、別に大きい○と小さい○とかで人の絵をつけなくてもいいよ。」と図をかくよう提案した際、図 3 に

変わっている。この図の中には、図 2 で入っていた子供が 7 人の場合、大人が



図 3

7 人の場合の情報が入っていない。このことから、問題場面の理解が変わったため図がかわったと考えられる。

ここでは、子供 7 人の時の子供一人 200 円という理解をもとに図に情報を与え操作をする中で自分の理解とあわない情報がかえってくることで間違いに気づいていた。

IV 考察

子供の実際の問題解決を分析すると解決が困難なときに教師が図をかかせることによって子供は、図を繰り返しかいたり繰り返し読んだりすることによってそれまでわかっていることを確かめることによって、図を中心として反省的思考を行うことがわかった。また、図は考えた操作すぐに試すための操作する対象としての役割があることが明らかになった。このことから実際の指導では図をかかせることで反省的思考を行ったり操作を行ったりすることで問題解決が困難な子供も解決が進展する可能性があることが示唆された。今後の課題として、実際の授業でどのような展開を行うのが課題である。

<主要引用参考文献>

Diezmann, C.M (2000). The difficulties student experience in generating diagrams for nobel problems. In T.Nakahara & M.Koyama (Eds., *Proceedings of the 24th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol.2* (pp241-248. Hiroshima, Japan)